الجمهوريـة الجزائرية الديمقراطيـة الشعبيـة
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ادرار
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : العلوم التجريبية
اختبار في مادة الريـاضيات

المقاطعة التفتيشية الثانية – ادرار
ثانويات : أولف – رقان – برج باجي مختار
* دورة مـاي 2023 *
المـدة : 03 ساعات و نصف

**على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين**

## الموضوع الأول

### * التمرين الأول : ( 04 نقاط )

**I.** نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$

**1)** احسب $P(6)$، ثم أكتب $P(z)$ على الشكل $P(z)=(z-6)(z^2+az+b)$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان

**2)** حل في $\mathbb{C}$ المعا لة $P(z)=0$

**II.** في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط $A$، $B$ و $C$ ذات اللواحق:

$z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ و $z_C=6$

**1)** – أ – اكتب $z_A$ و $z_B$ على الشكل الأسي

ب – بيّن أن : $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2023}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1444}=0$

ج – عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا موجبا

**2)** نضع : $Z=\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$

أ – اكتب العدد $Z$ على الشكل الأسي

ب – استنتج طبيعة المثلث $ABC$.

**3)** عين طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ التي تحقق: $|\overline{z}-6|=|iz+\sqrt{3}-3i|$

### * التمرين الثاني : ( 04 نقاط )

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها ثلاث كريات زرقاء مرقمة 0 ، 1 ، 2 وأربع كريات حمراء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة 1 ، 2 ، 4

✓ نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس :

**1)** أحسب احتمال ل حدث من الأحداث التالية :

الحدث $A$ : " سحب ثلاث كريات من نفس اللون "

الحدث $B$ : " سحب ثلاث كريات أرقامها يمكن أن تشكل العدد 2023 "

الحدث $C$ : " سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما تشكل حدودا متتابعة لمتتالية هندسية أساسها 2 "

**2)** نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يمثل عدد الكريات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ – عرف قانون الاحتمال للمتغير $X$ ، ثم أحسب أمله الرياضياتي

ب – عين قيمة العدد الحقيقي $b$ بحيث يكون : $E(10X+b)=2032$

ج – أحسب $P\left(e^{X^2-X}=1\right)$ ، $P\left(X=\frac{6}{5-X}\right)$

## * التمرين الثالث : ( 05 نقاط )

I. $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $IN$ بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1} = \dfrac{4u_n}{1+u_n}$.

**1)** برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي $n$، $0 < u_n < 3$.

**2)** أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$، ثم استنتج أنها متقاربة.

II. $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $IN$ بـ: $v_n = \dfrac{u_n - 3}{u_n}$.

**1)** برهن أن المتتالية $(v_n)$ هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

**2)** أكتب $v_n$ بدلالة $n$، ثم $u_n$ بدلالة $n$؛ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

III. $(w_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $IN$ بـ: $w_n = \dfrac{3}{u_n}$.

**1)** بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $w_n = 1 - v_n$.

**2)** من أجل كل عدد طبيعي $n$، نضع : $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \cdots\cdots + w_n$.

✓ **بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $S_n = n + 1 + \dfrac{8}{3}\left(1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$. ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.**

## * التمرين الرابع : ( 07 نقاط )

الجزء الأول: $g$ دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = -x^3 + 1 - 2\ln x$

**1)** أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

**2)** أدرس اتجاه تغير الدالة $g$، ثم شكل جدول تغيراتها.

**3)** أحسب $g(1)$؛ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: $f$ دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 2 + \dfrac{\ln x}{x^2}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$.

**1)** أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا. ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

**2)** – أ – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in ]0;+\infty[$ : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ حيث: $f'$ الدالة المشتقة للدالة $f$.

ب – أدرس اتجاه تغير الدالة $f$، ثم شكل جدول تغيراتها.

**3)** أ/ بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = -x + 2$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني $(C_f)$ عند $+\infty$.

ب/ أدرس الوضعية النسبية للمنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

ج/بين أن المنحني $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي المستقيم $(\Delta)$، يطلب كتابة معادلة له.

**4) بين أن المنحني $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\alpha$ و $\beta$ حيث:** $0,6 < \alpha < 0,7$ ؛ $2,1 < \beta < 2,2$.

**5)** أنشئ $(\Delta)$، $(T)$ و $(C_f)$.

**6)** ليكن $\lambda$ عددا حقيقيا حيث $\lambda > 1$ و $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ والمستقيمين ذو المعادلتين $x = 1$ و $x = \lambda$.

أ/ باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب: $\int_1^{\lambda} \dfrac{\ln x}{x^2}\,dx$.

ب/ أحسب بدلالة $\lambda$، المساحة $A(\lambda)$ ثم عين $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

## الموضوع الثاني

### * التمرين الأول : ( 04 نقاط )

من بين الإجابات المقترحة عين الإجابة الصحيحة الوحيدة مع التبرير .

1) الدالة الأصلية $F$ والتي تحقق $F(1)=0$ للدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$ هي الدالة :

أ ) $F(x)=x-1+lnx$ ب ) $F(x)=1-x+lnx$ ج ) $F(x)=ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

2) المتتالية $(W_n)$ المعرفة على $IN$ بـ : $W_n=\int_n^{n+1} e^{1-x}dx$ هي متتالية هندسية أساسها $q$ يساوي :

أ ) $q=\dfrac{e-1}{e}$ ب ) $q=\dfrac{1}{e}$ ج ) $q=e-1$

3) مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ بحيث $|(1+i)z+4|=2\sqrt{2}$ هي :

أ ) دائرة ب ) مستقيم ج ) مجموعة خالية

4) حلول المعادلة التفاضلية $y=\sqrt{2}y'-1$ هي الدوال $f$ المعرفة على $IR$ بـ:

أ ) $f(x)=ce^{\sqrt{2}x}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ب ) $f(x)=ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x}-1$ ج ) $f(x)=ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x}+1$

### * التمرين الثاني : ( 04 نقاط )

نعتبر صندوقين $U_1$ و $U_2$ يحتوي الصندوق $U_1$ على 10 كرات منها خمسة حمراء مرقمة 1 ، 1 ، 2 ، 3 ، 3 و ثلاث كرات بيضاء مرقمة 2 ، 2 ، 4 و كرتان لونهما أخضر مرقمتان 3 ، 5 ، اما الصندوق $U_2$ يحتوي على سبع كرات منها أربعة حمراء والباقي لونها اخضر ، كل الكرات في الصندوقين لا نفرق بينها باللمس

نرمز للكرة الحمراء بالرمز $R$ و البيضاء $B$ و الخضراء $V$

1) نختار عشوائيا أحد الصندوقين ثم نسحب منه كرة واحدة و نسجل لونها

أ – أنشئ شجرة الإحتمالات المنمذجة لهذه التجربة العشوائية

ب – أحسب احتمال الحادثة $R$ " سحب كرة حمراء اللون "

ج – احسب احتمال ان تكون الكرة المسحوبة من الصندوق $U_2$ علما انها حمراء اللون

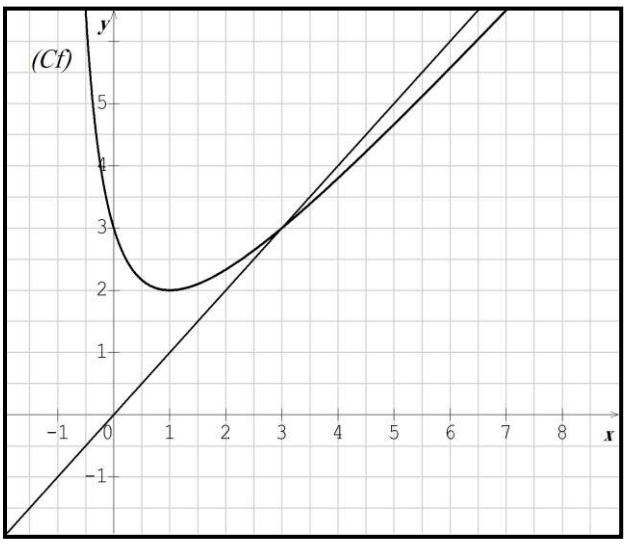
2) نقوم الآن بسحب ثلاث كرات في آن واحد من الصندوق $U_1$ وليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الأرقام الفردية المتبقية في هذا الصندوق

أ – عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$ ثم عرف قانون احتماله

ب – احسب الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$

ج – احسب $P\left(Ln(X-4)\prec 0\right)$

### * التمرين الثالث : ( 05 نقاط )




$f$ دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

( أنظر الشكل المقابل)

**1)** لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0$ حيث $u_0=1$

ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ/ أنقل الشكل، ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود التالية:

$u_0$ ، $u_1$ و $u_2$ دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب/ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

**2)** أ/ باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $1 \le u_n \le 3$.

ب/ بين أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما على $IN$، ثم استنتج أنها متقاربة.

**3)** أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $3-u_{n+1} \le \frac{3}{4}(3-u_n)$.

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $0 \le 3-u_n \le 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، ثم أحسب نهاية المتتالية $(u_n)$.

**4)** من أجل كل عدد طبيعي $n$، نضع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots\cdots + u_n$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $3(n+1) \le S_n \le 3(n+1) + 8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1\right)$. ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$ .

## * التمرين الرابع : ( 07 نقاط )

الجزء الأول: $g$ دالة عددية معرفة على $IR$ بـ: $g(x) = 4e^x - 2xe^x - 4$

1) احسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة $g$ , ثم شكل جدول تغيراتها

3) – أ) – بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما $0$ والآخر $\alpha$ حيث $1,5 < \alpha < 1,6$.

ب) – استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: $f$ دالة عددية معرفة على $IR$ بـ: $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

**1)** أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ , ثم فسر النتيجتين هندسيا

**2)** – أ) – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$ حيث $f'$ هي الدالة المشتقة للدالة $f$

ب) – استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{2-\alpha}{\alpha - 1}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) – أ) – أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$

ب) – ادرس الوضع النسبي بين المنحني $(C_f)$ و المستقيم $(D)$ ذو المعادلة : $y = -1$

5) أنشئ كلا من : $(D)$ ، $(T)$ و $(C_f)$

6) أحسب بـ $cm^2$ المساحة $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ و المستقيمات ذي المعادلات :

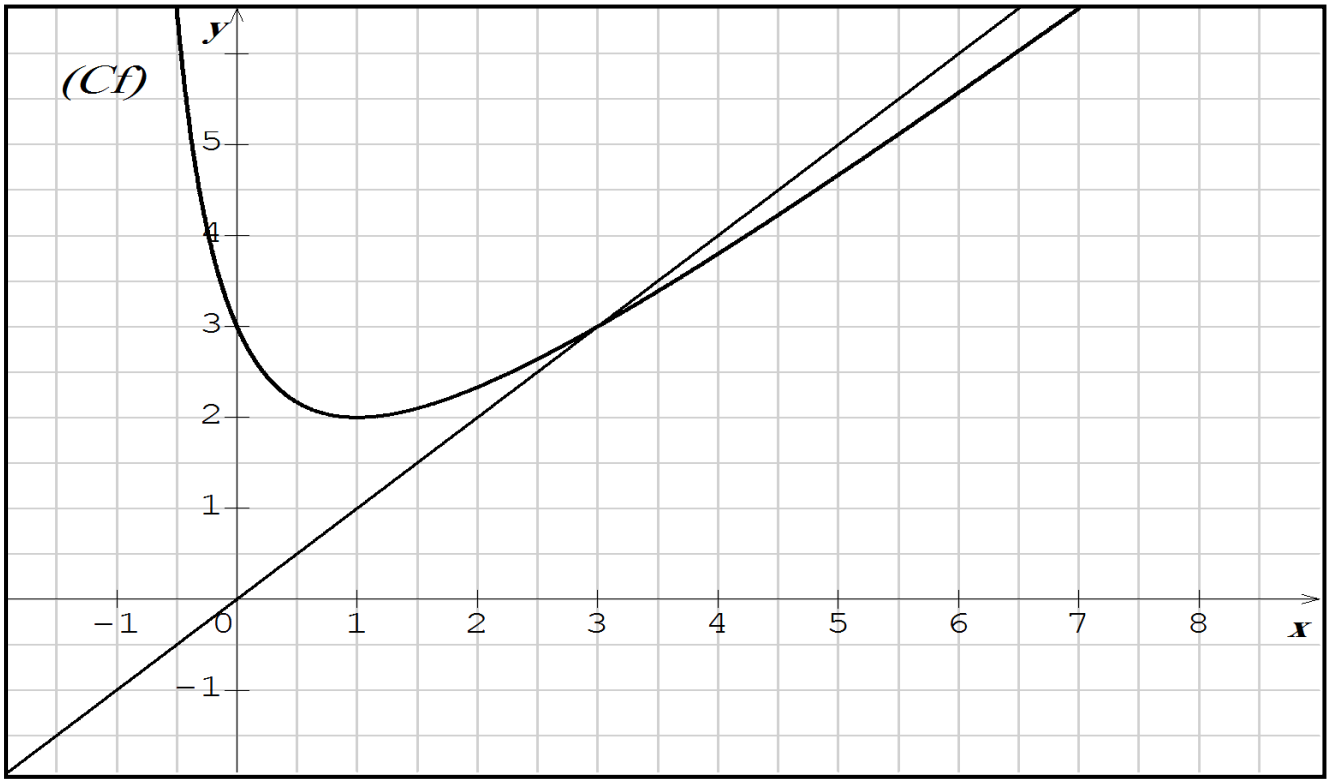
$x = \lambda$ ، $x = 0$ و $y = -1$ حيث $\lambda < 0$ . ثم احسب $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} S(\lambda)$

7) نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $IR$ بـ: $h(x) = \frac{|2x-2|}{e^x - 2x}$ , $(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ) – اكتب عبارة الدالة $h$ دون رمز القيمة المطلقة , ثم انشئ $(C_h)$ في المعلم السابق

ب) – عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة: $\left|\frac{2x-2}{e^x - 2x}\right| = |m|$ ثلاث حلول متمايزة

اللقب و الاسم : ..... القسم : .....




..... ..... .....

اللقب و الاسم : ..... ..... ..... القسم : .....