الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية الوطنية لولاية سوق أهراس — ثانوية: أبو مهاجر دينار

امتحان بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي — من إعداد الأستاذ: بن جاب الله

الشعبة: تقني رياضي — دورة ماي 2023

اختبار في مادة الرياضيات — المدة 4 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (5نقاط)

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $a=7n+5$ ، $b=2n+1$ ، $c=13n+3$.

و $d=p\gcd(a;b)$ ، $d'=p\gcd(b;c)$

1. بين أن: $a+b+c\equiv 1444[7]$ إذا وفقط و إذا كان n مضاعف للعدد 7 .
2. عين القيم الممكنة لكل من d و d' ثم استنتج $p\gcd(a;b;c)$.
3. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد b قاسما c .
4. نعتبر المعادلة : (E).... $19x-8y=3$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فان: $x\equiv 1[8]$ ثم حل المعادلة (E) .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) و التي تحقق : $(y-2x)^2\leq 9$.

ج) عين بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7 ثم عين قيم n التي تحقق : $3^n\equiv xy[7]$ و تحقق: $(y-2x)^2\leq 9$.

التمرين الثاني : (4نقاط)

(u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ $u_0=0$ و بالعلاقتين: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$ و $v_n=\ln\left(\frac{\alpha}{u_{n+}-u_n}\right)$. $\alpha\in\mathbb{R}$.

I. بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $r=\ln 3$ ثم عين قيمة α علما أن حدها الأول $v_0=\ln 3$.

II. نضع $\alpha=6$ و نعتبر المتتالية العدية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $w_n=\frac{6}{e^{v_n}}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان $w_n=\frac{2}{3^n}$.
2. أحسب المجموع S_n التالي : $S_n=w_0+w_1+.....+w_{n-1}$.
3. بين أن : $S_n+u_0=u_n$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n .
4. أ) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5 .

ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $\frac{1}{3-u_n}\equiv 2023[5]$.

التمرين الثالث : (4نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : $(0,1,2)$ و أربعة كريات حمراء مرقمة بـ : $(1,1,2,3)$ و ثلاث كريات سوداء مرقمة بـ : $(1,2,3)$. جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس .

نسحب من الكيس 3 كريات في آن واحد و نعتبر الحادثين التاليين : .

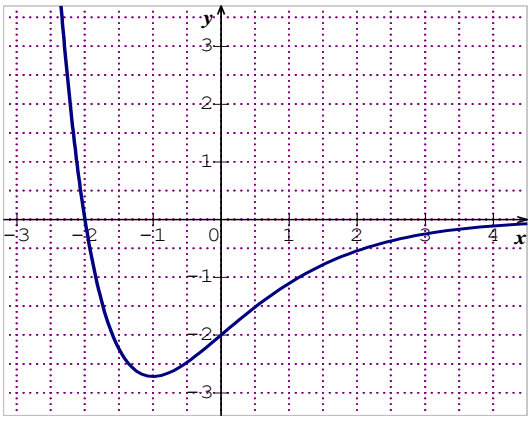
A " الكريات المسحوبة متمايزة اللون مثنى مثنى " B " الكريات المسحوبة متمايزة الرقم مثنى مثنى " .

1. أحسب $P(A)$ و بين أن $P(B)=\frac{5}{12}$.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب أصغر الأرقام المحصل عليها .

أ) ف عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X و بين أن: $E(X)=\frac{47}{60}$.

ب) أحسب اعددين T و S حيث : $T=P\left(e^{X-1}-1\geq 0\right)$ و $S=E(1440X+316)$.

التمرين الرابع : (7نقاط)



I. الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=-\frac{x+2}{e}$

(C_g) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ الشكل المقابل .

أحسب $g(-2)$ ثم حدد إشارة $g(x)$ بقراءة بيانية .

II. الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(x-3)e^x+3$

(C_f) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$. (حيث : $\left\|\vec{OI}\right\|=1cm$)

1. أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=3$.

2. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان : $f'(x)=g(-x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيها.

3. برهن أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[2;+\infty[$ حيث $2.82\prec\alpha\prec 2.83$.
4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند 0 ثم أنشئ كل من (T) , (Δ) و (C_f) .
5. عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x)=-|m|x$ ثلاث حلول مختلفة .
6. أحسب باستعمال التكامل بالتجزئة العدد A_α مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معدلتيهما $x=0$ و $x=\alpha$.ثم بين أن: $A_\alpha=\frac{3}{3-\alpha}-1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : $(-2,0,2)$ و أربعة كريات حمراءمرقمة بـ : $(-1,0,1,2)$.

جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .نسحب ثلاث كريات عشوائيا و في آن واحد من الكيس .

نعرف الحدثين: A " الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها موجب تماما " B " الكريات المسحوبة من لونين مختلفين " .

1. أحسب $P(A)$ و $P(B)$ و $P(A\cap B)$.
2. نقترح اللعبة التالية . للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha^2(DA)$ (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري) فاذا سحب ثلاث كريات من نفس اللون يتحصل على $85DA$ و اذا سحب ثلاث كريات مختلفة اللون يتحصل على $15DA$ و ليكن X لمتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

أ) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم بين أن أمله الرياضياتي معطى بدلالة α كمايلي: $E(X)=25-\alpha^2$.

ب) عين قيم α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب علما أن : $\alpha\equiv 1[3]$.

التمرين الثاني : (4نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=2$ و بالعلاقة: $u_{n+1}=\dfrac{12}{5-u_n}-3$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n . $1\prec u_n\leq 2$.
2. بين أن (u_n) متتالية متناقصة تماما و استنتج أنها متقاربة .
3. نعتبر المتتالية اللعددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n=\alpha+\dfrac{4}{u_n-3}$ حيث α عدد حقيقي .

عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

4. نضع $\alpha=1$. أ) أكتب v_n بدلالة n و استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ب) أحسب الجداء التالي : $P_n=\left(\dfrac{u_0+1}{u_0-3}\right)^2\times\left(\dfrac{u_1+1}{u_1-3}\right)^2\times.....\times\left(\dfrac{u_n+1}{u_n-3}\right)^2$.

ج) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون : ($3^4P_n=\dfrac{1}{729}$)ثم تحقق أن: $2n\equiv 2023[5]$.

التمرين الثالث : (5نقاط)

A و B نقطتين من المستوي المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ لاحقتاهما معرفتين كما يلي: $z_A=2i$ و $2z_A+\overline{z_B}=2$.

1. تحقق من أن لاحقة النقطة B هي $z_B=2+4i$.
2. أ) بين أن لاحقة النقطة D هي $1+i$ علما أن $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=\dfrac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{2}}$.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABD .

3. عين لاحقة النقطة C صورة النقطة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

4. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $\left(\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}\right)^n$ حقيقيا .

5. حدد طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي المركب التي تحقق:

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MC}\right\|$ ثم أنشئها .

التمرين الرابع : (7نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x) = 3x + 2 + \ln(x+1)$

1. بين أن g متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$.

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.47 \prec \alpha \prec -0.46$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

III. لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \left(3 - \frac{1}{x+1}\right)\ln(x+1)$

(C_f) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O.\vec{i};\vec{j})$. (حيث : $\left\|\vec{OI}\right\| = 1cm$)

1. أحسب كل من $\lim\limits_{x \to -1^{+}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

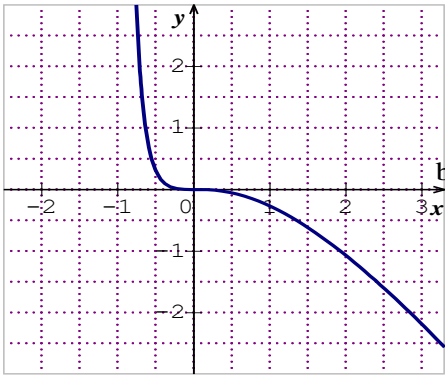
3. أثبت أن : $f(\alpha) = -\frac{(3\alpha+2)^2}{\alpha+1}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند 0 .

5. نعتبر الدالة h المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ :

$$h(x) = \frac{-2x^2 - 2x + (3x+2)\ln(x+1)}{x+1}$$

(C_h) تمثيلها البياني الشكل المقابل.



أ) تحقق أن : $h(x) = f(x) - 2x$ ثم حدد بقراءة بيانية إشارة $h(x)$.

ب) استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (T) .

6. أنشئ كل من (T) و (C_f) .

7. عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x) = m$ حلان مختلفان في الإشارة .

8. أ) أحسب الدالة المشتقة على المجال $]-1;+\infty[$ للدالة : $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$.

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على $]-1;+\infty[$ و التي تنعدم عند 0 .