الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية غرداية — **ثانويات المقاطعة التفتيشية غرداية 02**

امتحان البكالوريا التجريبي — **دورة: ماي 2023**

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدّة: 04 سا و 30 د**

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط):

1) نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $(E)\ldots 14x+9y=13$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

أ) عين الثنائية $(x_0;y_0)$ حل المعادلة (E) حيث : $x_0+y_0=2$.

ب) حل المعادلة (E) .

2) ليكن العدد الطبيعي N حيث: $\begin{cases} N\equiv -9[14] \\ N\equiv 4[9] \end{cases}$.

عين قيم العدد الطبيعي N ، ثم استنتج باقي قسمة N على 126

3) حل المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $14x+9y=130$ ، حيث x و y عددان صحيحان .

4) في ثانوي لتزيين قسم السنة الثالثة تقني رياضي ، اشترك مجموعة من تلاميذ القسم من ذكور وإناث في دفع 130 قطعة نقدية من فئة 20 دينار حيث دفع كل ذكر 14 قطعة نقدية ودفعت كل أنثى 9 قطع نقدية

ماهو عدد الذكور وعدد الإناث في هذا القسم ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

صندوق به ثلاث كريات خضراء تحمل الرقم 0 و كريتان حمراوان تحملان الرقم 5 و كرية واحدة بيضاء تحمل العدد α حيث α عدد طبيعي غير معدوم يختلف عن 5 و 10 ، كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس.

سحب لاعب ثلاث كريات في آن واحد.

1) احسب احتمال كل من الحوادث A ، B و C الآتية :

A : "الكريات المسحوبة من نفس اللون " ، B: " الكرات المسحوبة ذات ألوان متمايزة مثنى مثنى "

C : " الكريات المسحوبة من لونين مختلفين".

2) اللاعب يربح بالدينار مجموع الأرقام المسجلة على الكريات المسحوبة.

نعرف المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كريات الربح الذي يتحصل عليه اللاعب.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم بين أن: $P(X=\alpha)=\frac{3}{20}$,

ب) عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم احسب بدلالة α أمله الرياضياتي $E(X)$.

ج) عين قيمة α حتى يكون متوسط ربح اللاعب هو 20 دينارا.

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2023

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3}$

-عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة على $\mathbb{N}$.

II) فيما يلي نضع $u_0 = 0$.

1) أ) عين قيمة العدد الحقيقي b بحيث يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 + \dfrac{b}{u_n + 3}$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1 < u_n \leq 0$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-(u_n+1)^2}{u_n + 3}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

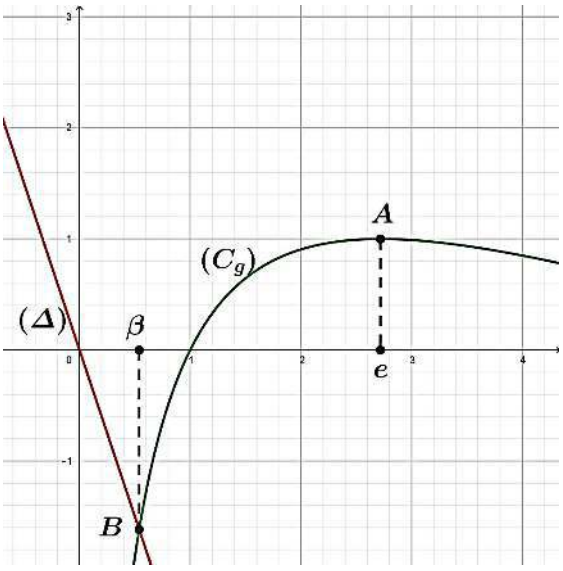
3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على جموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \dfrac{1}{u_n + 1}$

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\dfrac{1}{2}$ واحسب حدها الأول v_0 .

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ،ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4) احسب المجموع S حيث $S = \dfrac{8}{u_0 + 1} + \dfrac{8}{u_1 + 1} + ... + \dfrac{8}{u_{2022} + 1}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بتمثيلها البياني (C_g) فالمستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -3x$.

النقطة $A(e;1)$ حدّية (ذروة) للمنحنى (C_g) .

و النقطة B ذات الفاصلة β.

I)1) بيّن أن $a = -1$ و $b = 2$ علما أن:

$g(x) = a(\ln x)^2 + b\ln x$.

2) أ)بقراءة بيانية حدّد وضعية (C_g) بالنسبة إلى (Δ).

ب) استنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$ حيث:

$h(x) = g(x) + 3x$.

) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 3\ln x + \dfrac{(\ln x)^2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـِ: $f(x)=3\ln x+\dfrac{(\ln x)^2}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$.

ب) أدرس اتجاه تغيّر لدالة f ثم شكِّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّين أحدهما α حيث: $0,3<\alpha<0,4$ ثم تحقق أن: $\ln\alpha=-3\alpha$.

4) أرسم المنحنى (C_f) . (يعطى $\beta=0,5$ و $f(\beta)=-1,2$)

5) أ) بيّن أن الدالة $u:x\to x\ln x-x$ أصلية للدالة $x\to\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) بيّن أن مساحة الحيّز المستوي S_α المحدد بـِ (C_f) وَ المستقيمات ذات المعادلات $y=0$ ، $x=\alpha$ ، $x=1$ هي $S_\alpha=-9\alpha^3-9\alpha^2-3\alpha+3$.

انتهى الموضوع الأول

اختبار في مادة: الرياضيات/الشعبة: تقني رياضي /البكالوريا التجريبي 2023

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط).

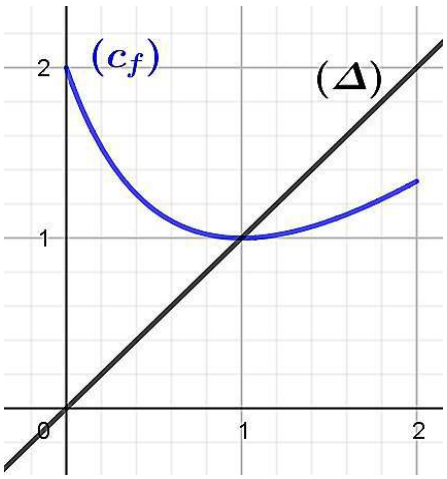
1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 .
2. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد : $1444^{2n+1}+2022^{4n+3}-2\times 2023^{8n}$ على 5 حيث n عدد طبيعي .
3. بين أن العدد 131 أولي
4. أ) a ، b عددان طبيعيان . عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $\begin{cases} 3m+7d=2^n-48 \\ ab=5m \end{cases}$.

حيث $d=p\gcd(a;b)$ و $m=ppcm(a;b)$.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $7<n<15$ ثم استنتج الثنائيات $(a;b)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط).

نعتبر الدالة f المعرفة على لمجال $[0;2]$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{x+1}$ ، (c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس وليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (انظر الشكل المقابل)



المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=2$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ) من التمثيل البياني ، حدِّد اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $[1;2]$.

ب) انقل الشكل المقابل على ورقة إجابتك ، ثم مَثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 مُبرزا خطوط الإنشاء

ج) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n\leq 2$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما $\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة.

3) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<\dfrac{u_n-1}{u_n+1}\leq\dfrac{1}{3}$.

ب) تحقَّقْ أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_{n+1}-1\leq\dfrac{1}{3}(u_n-1)$.

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n-1\leq\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) نضع: $S_n=u_1+u_2+....+u_n$.

برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $n<S_n\leq n+\dfrac{1}{2}\left[1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right]$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A، B و C التي لواحقها $z_A = 2+2i$ ، $z_B = 2\sqrt{3}-2i$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2-2i)(z^2-4z+16)=0$.

2) أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسي .

3) أ ـ أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب ـ n عدد طبيعي ، عين قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا .

4) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي من أجلها يكون $\frac{z-z_A}{z-z_B}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

التمرين الرابع: (07نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2+(x-2)e^{-x+2}$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$ ثم حدِّد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2x-1-(x-1)e^{-x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم لمتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) أ- احسب كلا من : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) حيث : $y = 2x-1$ معادلة له.

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = g(x)$.

ب)استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكِّل جدول تغيّراتها.

ج)بين أن: $f(\alpha) = 2\alpha+1+\frac{2}{\alpha-2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها.

5) أنشئ كلا من (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f).

6)عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $2m-1-(x-1)e^{-x+2}=0$ حلين متمايزين.

7) ليكن λ عددا حقيقيا حيث: $\lambda > 1$. $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\lambda$.

باستعمال التكامل بالتجزئة ، أحسب بالسنتيمتر مربع المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ثم أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الثاني