

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول



التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ ، المعادلة : (1) $9x + 2y = 42$

(1) أ) أثبت انه إذا كان $(x; y)$ حلا للمعادلة (1) ، فإن $x \equiv 0[2]$

(ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (1).

(ج) حل المعادلة (1) ثم استنتج الحلول $(x; y)$ التي تحقق : $xy > 0$

(2) N عدد طبيعي يكتب $30\alpha\beta\gamma$ في النظام ذي الأساس 5 .

ويكتب $55\alpha\beta$ في النظام ذي أساس 7 .

عين الأعداد الطبيعية α ، β ، γ ثم أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني : 05 نقاط

لكل سؤال تعطى 4 إجابات واحدة منها فقط صحيحة، حدد الجواب الصحيح مع التعليل.

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ، لتكن النقط C, B, A لواحقها على الترتيب:

$$Z_J = i \text{ و } Z_C = -1 + \sqrt{3}i , \quad z_B = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i , \quad z_A = \frac{7+3i}{5-2i}$$

1. الشكل الجبري لـ z_A هو : $\frac{7}{5} - \frac{3}{2}i$ ☐ $\frac{29}{21} + \frac{29}{21}i$ ☐ $1+i$ ☐ $\frac{10}{3}$ ☐

2. الشكل الآسي للعدد المركب z_C هو : $2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ☐ $-e^{i\sqrt{3}}$ ☐ $-2e^{-\frac{i\pi}{3}}$ ☐ $\sqrt{2}e^{\frac{2i\pi}{3}}$ ☐

3. $\arg\left(\frac{i-z_B}{z_C-z_A}\right)$ هو قياس للزاوية : $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BI})$ ☐ $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BJ})$ ☐ $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BJ})$ ☐ $(\overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{AC})$ ☐

4. أحد حلي المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$ هو : z_A ☐ z_B ☐ $\frac{1+i}{4}$ ☐ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ☐

5. مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $|z-i| = \left|z - \frac{1+i}{2}\right|$ هي :

☐ الدائرة ذات المركز B ونصف القطر 1. ☐ محور القطعة $[BJ]$.

☐ المستقيم (BI) . ☐ المستقيم (BI) ما عدا النقطة I .

التمرين الثالث: 04 نقاط

(u_n) ، (v_n) المتتاليتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 2$ ، $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4} \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$$

- (1) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_n - v_n$
 أ) اثبت أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول w_0 .
 ب) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n .

ج) أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$.

- (2) اثبت ان المتتالية (u_n) متناقصة و المتتالية (v_n) متزايدة .
 استنتج ان المتتاليتين (u_n) ، (v_n) متجاورتان .

- (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $T_n = 4u_n + 15v_n$.

أ) اثبت أن المتتالية (T_n) ثابتة واستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

- ب) باستعمال $w_n = u_n - v_n$ و $T_n = 4u_n + 15v_n$ و عبارة الحد العام w_n
 - أوجد عبارة الحد العام u_n و v_n .

التمرين الرابع : 07 نقاط

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 - (x+1)e^{-x}$

- (1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب) أحسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

- (2) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 2 + (x+2)e^{-x}$.

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

أ) أحسب نهاية f عند $-\infty$ ، $+\infty$.

ب) بين انه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

- (3) أ) بين أن المنحنى (C) يقبل مماس معامل توجيهه 1 ، ثم اكتب معادلة له .

ب) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته : $y = x - 2$ عند $+\infty$

ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

ج) أنشئ (Δ) و (C) .

- (4) باستعمال المنحنى (C) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$(x-2-m)e^x + x + 2 = 0$$

انتهي الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 04 نقاط

- (1) جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد : 2905 , 32785 , 2490
- (2) حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة : $(1) \dots\dots\dots 7x + 6y = 79$ (لاحظ $7+72=79$)
- (3) اشترى نادي كرة القدم ملابس رياضية للاعبيه . إذا علمنا أن ثمن بذلة اللاعب هو 2905 DA و ثمن بذلة اللاعبة هو 2490 DA و علمنا أن النادي دفع في المجموع 32785 DA - ما هو عدد اللاعبين و اللاعبات؟
- (4) N عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\beta\lambda}$ في نظام التعداد أساسه 9 حيث : $\lambda; \beta; \alpha$ بهذا الترتيب تشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما و $(\lambda; \beta)$ حلا للمعادلة (1)
- عين $\lambda; \beta; \alpha$ ثم اكتب N في النظام العشري

التمرين الثاني: 04 نقاط

- يحتوي كيس أربع قريصات تحمل الأرقام 1، 2، 3، a ($a \in \mathbb{N}$) .
- نسحب قريصة واحدة و نعتبر P_k هو احتمال سحب القريصة ذات الرقم k
- (1) أحسب الأعداد الحقيقية P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_a إذا علمت أنها بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{18}$.
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي الرقم الذي تحمله كل قريصة مسحوبة .
- أوجد قيمة العدد a إذا علمت أن الامل الرياضي $E(X)$ يساوي $\frac{43}{9}$
- (3) من أجل $a = 10$ احسب $P(X^2 - 3X + 2 \leq 0)$ ، $P(X > 2)$

التمرين الثالث: 05 نقاط

$$\begin{cases} u_0 + u_4 = 17e \\ \ln(u_3) - \ln(u_1) = 2\ln 2 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث :}$$

حيث $\ln$ اللوغاريتم النيبيري ذو الأساس e .

(1) أ- احسب q أساس المتتالية (u_n) وحدها الأول u_0 .

ب- عبر عن u_n بدلالة n .

(2) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \ln(u_n) + \ln(u_{n+1})$

(أ) أكتب v_n بدلالة n ثم بين أن (v_n) متتالية حسابية .

(ب) عين العدد الطبيعي n بحيث : $v_0 + v_1 + \dots + v_n = 32 + 128 \ln 4$

التمرين الرابع: 07 نقاط

I / اعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x - x \ln x$

(1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجالات تعريفها .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3,5 < \alpha < 3,6$.

(4) استنتج إشارة العبارة $g(x) + 1$ على المجال $]0; +\infty[$

II / نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f بالنسبة إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.

(1) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x=0$ و $y=0$

(2) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(5) احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$, فسر النتيجة هندسيا .

(6) بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

(7) ارسم (C_f) ثم استنتج إشارة $f(x)$

انتهي الموضوع الثاني