الجمهوريـة الجزائرية الديمقراطيـة الشعبيـة
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ادرار
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : التقني رياضي
اختبار في مادة الريـاضيات

المقاطعة التفتيشية الثانية – ادرار
ثانويات : أولف - رقان – برج باجي مختار
* دورة مـاي 2023 *
المـدة : 04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

* التمرين الأول : (04 نقاط)

I. نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$

1) احسب $P(6)$، ثم أكتب $P(z)$ على الشكل $P(z)=(z-6)(z^2+az+b)$ حيث a و b عددان حقيقيان

2) حل في $\mathbb{C}$ المعا لة $P(z)=0$

II. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B و C ذات اللواحق:

$z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ و $z_C=6$

1) – أ – اكتب z_A و z_B على الشكل الأسي

ب – بيّن أن : $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2013}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1444}=0$

ج – عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا موجبا

2) نضع : $Z=\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$

أ – اكتب العدد Z على الشكل الأسي

ب – استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) عين طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $|\overline{z}-6|=|iz+\sqrt{3}-3i|$

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها ثلاث كريات زرقاء مرقمة 0 ، 1 ، 2
وأربع كريات حمراء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة 1 ، 2 ، 4

✓ نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس :

1) أحسب احتمال ل حدث من الأحداث التالية :

الحدث A : " سحب ثلاث كريات من نفس اللون "

الحدث B : " سحب ثلاث كريات أرقامها يمكن أن تشكل العدد 2023 "

الحدث C : " سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما تشكل حدودا متتابعة لمتتالية هندسية أساسها 2 "

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكريات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ – عرف قانون الاحتمال للمتغير X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي

ب – عين قيمة العدد الحقيقي b بحيث يكون : $E(10X+b)=2032$

ج – أحسب $P(e^{X^2-X}=1)$ ، $P\left(X=\frac{6}{5-X}\right)$

* التمرين الثالث : (05 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 واساسها q ، حيث u_0 و q عددان طبيعيان غير معدومين .

1- عين u_0 ، q علما أن u_0 أولي مع q و $3u_0^2 = u_3 - u_1$.

2- نفرض أن $u_0 = 8$ ، $q = 3$ و نضع $S_n = u_0 + u_1 + \ldots\ldots\ldots\ldots + u_n$ و $W_n = u_0 \times u_1 \times \ldots\ldots\ldots \times u_n$

✓ أحسب S_n و W_n بدلالة n .

3- أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 13 .

ب) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $1962^{2022} + 2023^{1954} - 1444$ على 13 .

4- عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من اجلها S_n مضاعف للعدد 13

5- أ) بين أن 89 عدد أولي .

ب) عين القواسم الطبيعية للعدد 7832 ثم بين أن العددين 981 و 977 أوليان فيما بينهما.

* التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = -x^3 + 1 - 2\ln x$

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أحسب $g(1)$ ؛ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 2 + \dfrac{\ln x}{x^2}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا. ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) – أ – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ حيث: f' الدالة المشتقة للدالة f.

ب – أدرس اتجاه تغير الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

ج/بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ)، يطلب كتابة معادلة له.

4) بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث: $0,6 < \alpha < 0,7$ ؛ $2,1 < \beta < 2,2$.

5) أنشئ (Δ)، (T) و (C_f).

6) ليكن λ عددا حقيقيا حيث $\lambda > 1$ و $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذو المعادلتين $x = 1$ و $x = \lambda$.

أ/ باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب: $\int_1^{\lambda} \dfrac{\ln x}{x^2}\,dx$.

ب/ أحسب بدلالة λ ، المساحة $A(\lambda)$ ثم عين $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.

الموضوع الثاني

* التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E).....9x+4y=22$ ، حيث x و y عددين صحيحان .

1- أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E)فإن $x\equiv 2[4]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2- N عدد طبيعي يكتب $\overline{133\alpha\beta 3}$ في نظام التعداد ذو الأساس 4، ويكتب $\overline{56\alpha 0}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7

حيث α و β عددان طبيعيان.

- عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري

3- نضع $a=88n+22$ و $b=198n+44$ حيث n عدد طبيعي .

أ) بين أن الثنائية $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب) باستعمال مبرهنة بيزو بين أن العددين $4n+1$ و $9n+2$ أوليان فيما بينهما .

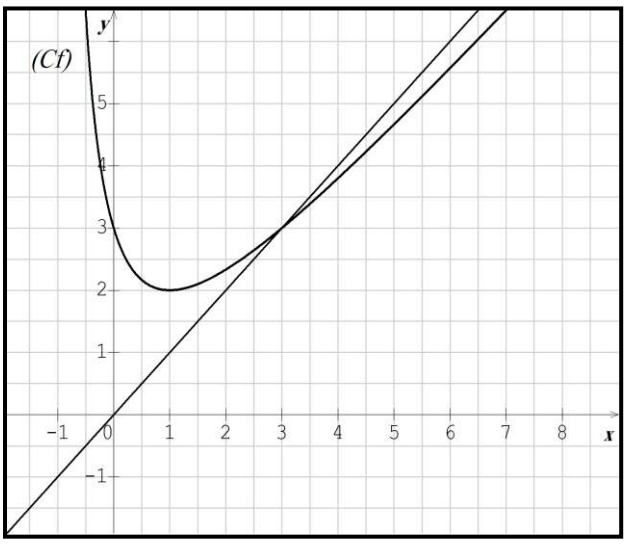
جـ) جد $PGCD(a;b)$.

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 6 كريات بيضاء تحمل الأرقام :2،1،1،0،0،0 وكرتين سوداويين تحمل الأرقام : 1،0
(لانميز بينها باللمس)نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع .

1. احسب إحتمال كل من الأحداث التالية :
   1. A : للكرتين المسحوبتين نفس اللون
   2. B : للكرتين المسحوبتين نفس الرقم
   3. C : للكرتين المسحوبتين لونين مختلفين ورقمين مختلفين
   4. D : جداء الرقمين المسجلين على الكرتين معدوم
2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل عملية سحب للكرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما
   - أوجد قانون الإحتمال للمتغير X
   - أحسب الأمل الرياضياتي والتباين والإنحراف المعياري للمتغير X

* التمرين الثالث : (05 نقاط)



f دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(أنظر الشكل المقابل)

1) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ/ أنقل الشكل، ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود التالية:

u_0 ، u_1 و u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب/ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) أ/ باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n\le 3$.

ب/ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على IN ، ثم استنتج أنها متقاربة.

3) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3-u_{n+1} \le \frac{3}{4}(3-u_n)$.

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0 \le 3-u_n \le 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n).

4) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots\cdots + u_{n-1}$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $3n \le S_n \le 8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1\right) + 3n$. ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty} S_n$.

* التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ : $g(x) = e^x - 2x - 1$.

1) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين فقط أحدهما معدوم و الاخر α حيث: $1,25 < \alpha < 1,26$.

4) شكل جدول إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على IR^* بـ: $f(x) = x\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسياً ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - أحسب $\lim_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، أعط تفسيرا هندسيا . (لاحظ أن: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^2}$) .

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR^* : $f'(x) = \frac{e^2\, g(x)}{(e - 1)^3}$.

ب – بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]\alpha;+\infty[$ ومتناقصة ماما على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;\alpha[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن: $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - x) = 0$ ثم إستنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحنى لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

4) أ- بين أن $f(\alpha) = \frac{(\alpha+1)^2}{4\alpha}$ ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب - أنشئ (C_f) و (Δ). (نأخذ $f(\alpha) \approx 2.5$).

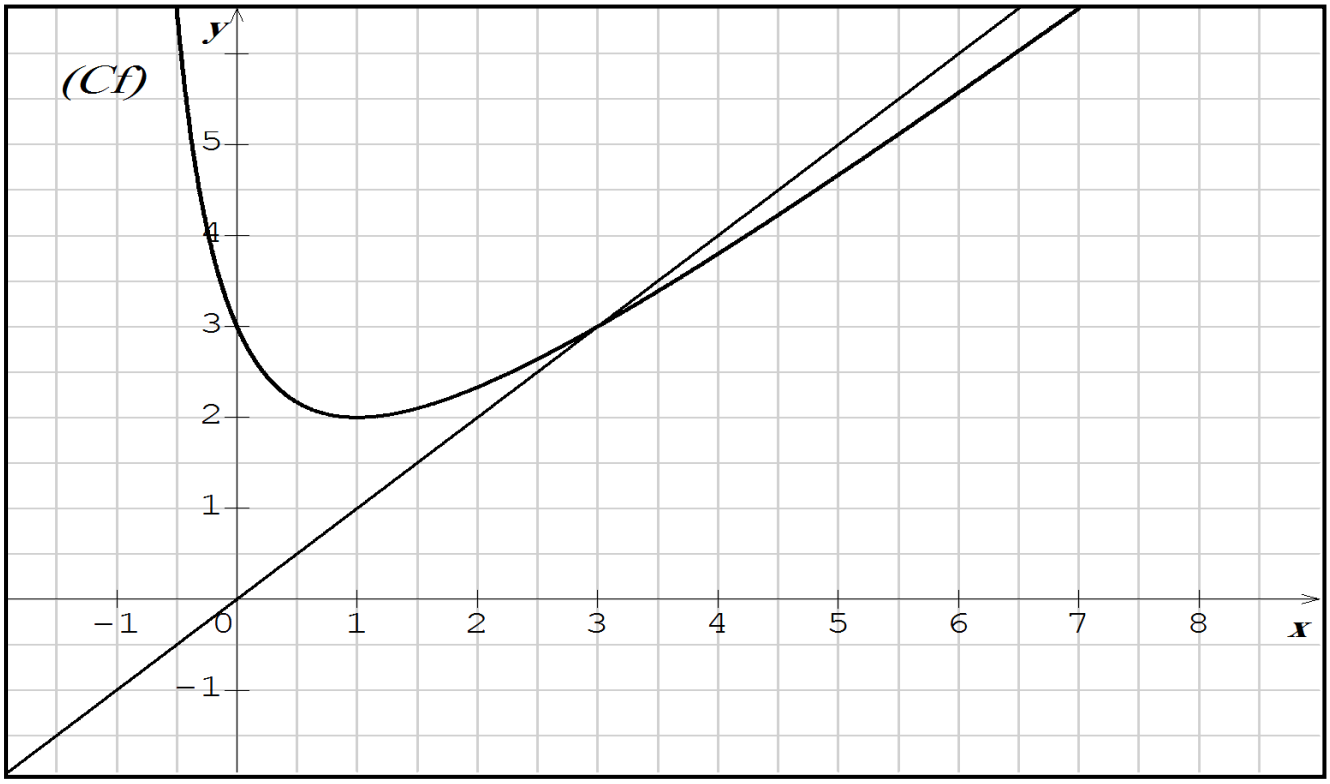
جـ - عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = |m|x$ حلا وحيدا سالبا .

5) أ – بين $\frac{1}{4} = \frac{(2-\ln x)}{2x}$ ، ثم بإستعمال التكامل بالتجزئة بين أن : $\int_e^{e^2} \frac{(2+\ln x)}{x^2} = \frac{4e-5}{e^2}$.

ب – بين أن من أجل عدد حقيقي x من المجال $[e,e^2]$: $x + \frac{(2-\ln x)}{2x} \le f(x) \le x + \frac{(2+\ln x)}{x^2}$.

ج – إستنتج حصرا لمساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = e$ و $x = e^2$.

اللقب و الاسم : ..... القسم : .....



....

اللقب و الاسم : .... القسم : .....