الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان الهكالوريا التجريبي
الشعبة : رياضيات + تقني رياضي

مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية الشيخ نصر الدين ناصر ذراع قبيلة
دورة: مـاي 2023

اختبار في مادة : الرياضيات
المـدة : 04 سـا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول (04,5 نقاط) :

1/ (U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 4\left(-\frac{1}{U_n}+1\right)$

أ*)احسب الحدود : U_1, U_2 و U_3 .

ب*)برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > 2$

ج*) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) على $\mathbb{N}$.ثم برر تقاربها ، عين نهايتها ؟

2/ من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$.

أ*) بين أن المتتالية (V_n) حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب*)عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

3/ أحسب بدلالة n عن المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{2}{U_0 - 2} + \frac{2}{U_1 - 2} + \cdots + \frac{2}{U_n - 2}$

4/ أحسب الجداء P حيث: $P = e^{2v_0} \times e^{2v_1} \times \cdots \times e^{2v_{2024}}$

التمرين الثاني(04 نقاط) :

ما هي الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المقترحة التالية ؟ برر

الرقم	السؤال	الجواب(أ)	الجواب (ب)	الجواب (ج)
01	$I_n = \int_1^{e^n} x^2 \ln x\, dx$, $n \in \mathbb{N}$ التكامل يساوي	$\frac{1}{9}\left(e^{3n}\right)$	$\frac{1}{3}\left((3n-1)e^{3n}\right)$	$\frac{1}{9}\left((3n-1)e^{3n}+1\right)$
02	العدد 2023 يكتب	513 في النظام ذي الأساس20	1207 في النظام ذي الأساس12	1000010101000 في النظام الثنائي
03	أحد حلول المعادلة التفاضلية $2y' + 6y = 0$ هو f حيث	$f(x) = -2xe^{-3x}$	$f(x) = 2 \cdot e^{-3x}$	$f(x) = e^{-3(x+1)} - 2$
04	إذا كان $Arg(z) = \theta$ و $z' = -5$ $\theta \in \mathbb{R}$	$Arg\left(\overline{z} \cdot z'\right) = \pi - \theta$	$Arg\left(\overline{z} \cdot z'\right) = \theta$	$Arg\left(\overline{z} \cdot z'\right) = -\pi + \theta$
05	n عدد طبيعي نضع $a = 11n + 3$ و $b = 13n - 1$ القيم الممكنة لـ $PGCD(a;b)$ هي	$\{0; 5; 10; 15; 100\}$	$\{-1; 2; 5; 15\}$	$\{1; 2; 5; 10; 25; 50\}$

التمرين الثالث(04.5 نقاط):

المستوي المركب منسوب للمعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1 – حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2-4\sqrt{3}z+16=0$.

2 – A,B نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A=2\sqrt{3}+2i$, $z_B=\overline{z_A}$, علّم النقط A,B

3 – أكتب كلا من Z_A,Z_B على الشكل الأسي . برهن أن : $\frac{Z_A}{Z_B}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

4 – عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي سالب

5 – عين لاحقة النقطة G مرجح النقط O,B,A المرفقة بالمعاملات $1,1,2$ على الترتيب .

6 – عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق: $\left|\frac{Z-2\sqrt{3}-2i}{Z-2\sqrt{3}+2i}\right|=1$

-هل G نقطة من المجموعة (E)؟ .

التمرين الرابع(07 نقاط) :

*) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=3x-2-e^{-x}$

1/ أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2/ أحسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

3/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]0,81;0,82[$ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ ؟

**) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^3-x^2+(x+1)e^{-x}$

(C_f) المنحني البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1/أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

2/ أحسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=xg(x)$

3/ استنتج اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4/ بين أن : $f(\alpha)=\alpha^3+2\alpha^2+\alpha-2$ ثم عين قيمة مقربة $f(\alpha)$

5/ادرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) والمنحنى (Γ) ذو المعادلة $y=x^3-x^2$.

6/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

7/ أنشئ بدقة المنحني (C_f) والمنحنى (Γ) (في الوثيقة المرفقة).

***) نعتبر التكامل التالي : $A(\alpha)=\int_{-1}^{\alpha}(f(x)-y)dx$

أ/ أحسب $A(\alpha)$

ب/ بين أن : $A(\alpha)=-3\alpha^2-4\alpha+4+e$.

ج/ استنتج S المساحة المقربة للحيز المحدد بالمستقيمات $x=\alpha, x=-1$ و المنحنى (Γ)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

التمرين الأول(05 نقاط):

1/ نعتبر المتتالية (I_n) المعرفة على $\mathbb{N}$: $I_n = \int_0^n (1-x\ln 3)e^{-x\ln 3}dx$

أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $I_n = \frac{n}{3^n}$

ب/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3^n > n^2$ ثم استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

2/نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم بـ:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{n}\right)U_n \end{cases}$$

أ/ احسب الحدود : U_2 و U_3

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 0$

ج/ بين أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدومn: $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ ماذا تستنتج ؟

3/ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $V_n = \frac{U_n}{n}$

أ/ بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسه وحدها الأول.

ب/ عبر عن V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n ، وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

ج/ أحسب المجموع S حيث : $S = 3 + \frac{2}{U_2} + \cdots + \frac{2023}{U_{2023}}$

التمرين الثاني(05 نقاط):

1/ يحتوي كيس على 12 كرة منها : 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2

4 حمراء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2 , 2

5 خضراء تحمل الأرقام 1 , 2 , 2 , 2 , 0

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس .

نعتبر الحادثتين : A " سحب كرتين من نفس اللون "

B " سحب كرة خضراء على الأقل "

أ/ أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A , B , $A \cap B$ هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة العدد $\frac{(-2)^{(a+b+c)}}{4}$ حيث a ، b و c هي الأرقام المسجلة في كل سحبة

أ/ أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

ج - أحسب $P\left(2e^{2x} - e^x - 3 \geq 0\right)$

3/ نسحب عشوائيا على التوالي و بالإرجاع n كرة من الكيس

بين أن احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل هو : $P(n) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$

أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P(n)$ فسر النتيجة

ما هو أصغر عدد طبيعي n حتى يكون $P(n) \geq 0{,}999$

التمرين الثالث (04 نقاط) :

أ/ أدرس حسب قيم العدد n عدد طبيعي بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 11.

ب/ عين قيم n بحيث : $\begin{cases} n \equiv 6[10] \\ 7^n - n^2 \equiv 0[11] \end{cases}$ و $n < 200$

2/ a عدد طبيعي يكتب في النظام العشري : $a = q\, r_{n-1}\, r_{n-2} ... r_1\, r_0$ وبالتالي ينشر:

$a = q\,10^n + r_{n-1}10^{n-1} + r_{n-2}10^{n-2} + ... + r_2 10^2 + r_1 10 + r_0$ ، $0 < q < x$ و $0 \le r_\alpha < x$ مع $\alpha \in \{0;1;2;.....;n-1\}$

أ/ " باستعمال $10 \equiv -1[11]$ و $10^n \equiv (-1)^n [11]$" بين أن : a يقبل القسمة على 11 إذا وفقط إذا **قبل العدد الناتج من الفرق بين مجموع الأرقام ذات الرتب الزوجية مع مجموع الأرقام ذات الرتب الفردية القسمة على** 11

ب/ هل العدد: $a = 20231444297319621954188 0$ يقبل القسمة على 11 برر باستعمال السؤال السابق؟

ج/ **هل العدد** a يقبل القسمة على 110 (لاحظ : $110 = 11 \times 10$) برّر ؟

التمرين الرابع (06 نقاط):

I) g دالة معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 + x - x \ln x$

أ/ احسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير g ثم شكل جدول تغيراتها

ب/ بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,+\infty[$ ثم تحقق أن : $3,58 < \alpha < 3,6$

استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{\ln x}{1+x^2}$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{I}, \vec{J})$ (الوحدة هي $2cm$).

1) احسب النهايات عند أطراف مجالات مجموعة التعريف فسر النتائج هذ سيا ؟

2) بين أن f تقبل الاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و أن $f'(x) = \dfrac{g(x^2)}{x(1+x^2)^2}$

أ/ استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول التغيرات

ب/ تحقق أن : $f(\sqrt{\alpha}) = \dfrac{1}{2\alpha}$

ب/عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ج/ أنشئ بدقة (T) و (C).

3)ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = mx - m$

5) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $h(x) = -2(1+x) f\left(\sqrt{x}\right)$

أ/ عين الدالة H الدالة الأصلية للدالة h التي تحقق : $H(1) = 0$.

ب/ بين مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_h) منحنى الدالة h والمستقيمات $x = \alpha, x = \dfrac{1}{e}$ و $y = 0$ هي $(8\alpha + 4)\,cm^2$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق للجميع وحظ موّفق في شهادة البكالوريا