

الإختبار التجريبي رقم 04 : Bac 2023

الرياضيات ليست إبرة تحقن في جسمك في بداية السنة لتصبح ممتازا فيها

الرياضيات = حبا + التركيز + المرافقة اليومية

30 دقيقة

01

التمرين

ثلاث صناديق غير شفافة U_1 ، U_2 و U_3 . يحتوي الصندوق U_1 على ثلاث كرات حمراء وثلاث كرات بيضاء و يحتوي الصندوق U_2 على كرتين حمراوين وأربع كرات بيضاء ، ويحتوي الصندوق U_3 على كرتين بيضاوين وأربع كرات حمراء (كل الكرات متشابهة ولا نفرق بينها عند اللمس)

نرمي زهر نرد غير مزيف ذا أربعة أوجه مرقمة من 1 إلى 4

إذا ظهر الرقم 1 نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 ، وإذا ظهر الرقم 2 أو 3 نسحب كرتين على التوالي

ودون إرجاع من الصندوق U_2 وإذا ظهر الرقم 4 نسحب كرتين على التوالي وبإرجاع من الصندوق U_3

نعتبر الأحداث A ، B و C المعرفة بـ :

A : " سحب كرتين حمراوين " ، B : " سحب كرتين بيضاوين " ، C : " سحب كرتين من لونين مختلفين "

① أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة

② أ/ أحسب احتمالات الأحداث A ، B و C

ب/ علما أن الكرتين المسحوبتين حمراوان ، ما احتمال أن تكونا من الصندوق U_2

③ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، وأحسب الأمل الرياضي

40 دقيقة

02

التمرين

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(z - 4)(z^2 - 4z + 8) = 0$

II- نعتبر في المستوي المركب $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B ، C ، D ذات اللواحق

$$z_D = -z_A , z_C = -\bar{z}_A , z_B = 4 , z_A = 2 - 2i$$

① أكتب العدد المركب $L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي ، ثم إستنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه

المباشر S يطلب تعيين عناصره المميزة

② أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023}$ ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n$ حقيقي

③ أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسّي ، ثم عين طبيعة المثلث ACD

④ جد لاحقة النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 1), (B; -2), (C; 2)\}$

5 (τ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|(1+i)z + 4| = 8$

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (τ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (τ) وعناصرها المميزة

35 دقيقة

03

التمرين

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{4} \\ u_1 = \frac{1}{2} \\ 4u_{n+2} = 7u_{n+1} - 3u_n \end{cases}$$

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N بـ :

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_{n+1} - u_n$

1 أحسب u_2 و v_0

2 بين أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، أكتب v_n بدلالة n

3 عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

4 عبر عن u_n بدلالة n ، ثم إستنتج نهاية (u_n)

75 دقيقة

04

التمرين

I- لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = a(\ln x)^2 + b \ln(x)$

حيث a و b عدنان حقيقيان

(C_g) تمثيلها البياني في معلم $(o; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذا

المعادلة : $y = -3x$ كما هو مبين في الشكل التالي ، المنحنى (C_g)

يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = e$

1 أ/ عين $g'(x)$ بدلالة a و b .

ب/ تأكد من المعطيات السابقة أن : $a = -1$ و $b = 2$

2 عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ) . β هي فاصلة (C_g) و (Δ)

3 إستنتج إشارة $h(x)$ حيث : $h(x) = g(x) + 3x$ على المجال $]0; +\infty[$.

II- f هي الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(o; \vec{i}, \vec{j})$

1 بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ وفسر النتيجة هندسيا ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

2 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$

ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3 بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α حيث : $0,3 < \alpha < 0,4$

4 تأكد أن : $\ln(\alpha) = -3\alpha$ ، ثم أنشئ (C_f) و (Δ) ، يعطي : $\beta = 0,5$ و $f(\beta) = -1,2$

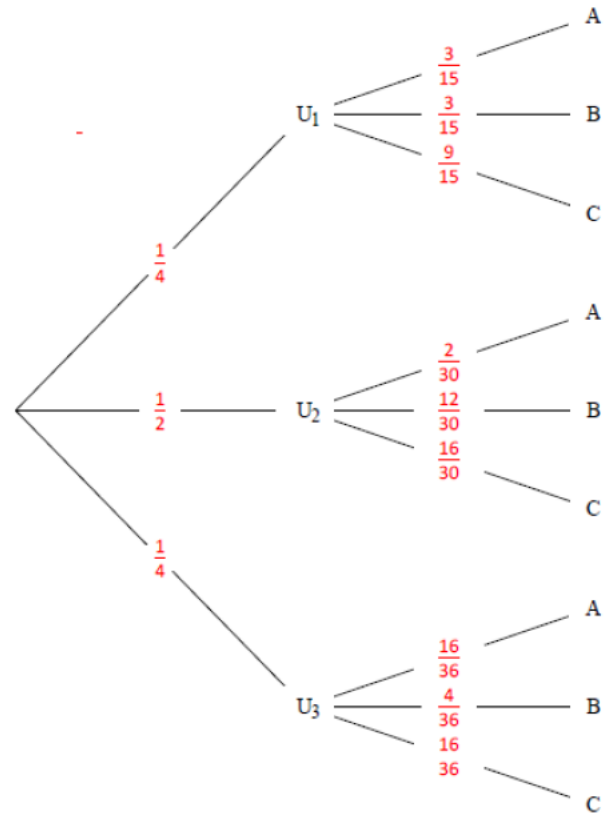
5 أحسب مشتقة الدالة : $x \mapsto x \ln(x) - x$ ، ثم بين أن مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بالمنحنى (C_f)

والمستقيمات ذات المعادلات : $y = 0$ و $x = \alpha$ و $x = 1$ هي $S_\alpha = (-9\alpha^3 - 9\alpha^2 - 3\alpha + 3)u_\alpha$

الحل المفصل لإختبار رقم 04

التمرين 01

1 شجرة الاحتمالات



2 أ/ أحسب احتمالات الأحداث A ، B و C

$$P(A) = P(A \cap U_1) + P(A \cap U_2) + P(A \cap U_3)$$

$$P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{16}{36} = \frac{7}{36}$$

$$P(B) = P(B \cap U_1) + P(B \cap U_2) + P(B \cap U_3)$$

$$P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{12}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{36} = \frac{10}{36}$$

$$P(C) = P(C \cap U_1) + P(C \cap U_2) + P(C \cap U_3)$$

$$P(C) = \frac{1}{4} \times \frac{9}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{16}{30} + \frac{1}{4} \times \frac{16}{36} = \frac{19}{36}$$

ب/ علما أن الكرتين المسحوبتين حمراوان ، ما

إحتمال أن تكونا من الصندوق U_2

$$P_A(U_2) = \frac{P(A \cap U_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{2}{30}}{\frac{7}{36}} = \frac{6}{35}$$

3 قيم المتغير العشوائي X هي : {0; 1; 2}

عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

$$P(X = 0) = P(A) = \frac{7}{36}$$

$$P(X = 1) = P(C) = \frac{19}{36}$$

$$P(X = 2) = P(B) = \frac{10}{36}$$

X_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{36}$	$\frac{19}{36}$	$\frac{10}{36}$

حساب الأمل الرياضي

$$E(X) = 0 \times \frac{7}{36} + 1 \times \frac{19}{36} + 2 \times \frac{10}{36} = \frac{39}{36}$$

التمرين 02

I- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة

$$(z - 4)(z^2 - 4z + 8) = 0$$

ومنه إما $z - 4 = 0$ أو $z^2 - 4z + 8 = 0$

ومنه إما $z = 4$ أو $\Delta = -16 = 16i^2$

ومنه $z_1 = 2 + 2i$ أو $z_2 = 2 - 2i$

ومنه $S = \{2 - 2i; 2 + 2i; 4\}$

1 أكتب العدد المركب $L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسّي

$$L = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-2 - 2i - 2 + 2i}{4 - 2 + 2i} = \frac{-4}{2 + 2i} \times \frac{2 - 2i}{2 - 2i} = \frac{-8 + 8i}{2^2 + 2^2}$$

$$L = -1 + i = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

إستنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه

المباشر S يطلب تعيين عناصره المميزة

$$\text{لدينا } \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}} \text{ ومنه}$$

$$z_C - z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}(z_B - z_A)$$

ومنه C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي

نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ومركزه النقطة A

2 أكتب على الشكل الجبري العدد $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023}$

$$\text{لدينا } z_C = -\bar{z}_A = -2 - 2i = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}$$

$$\text{لدينا } z_D = -z_A = -2 + 2i = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

$$\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^{2023} = \left(\frac{2\sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{4}}}{2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}}\right)^{2023} = \left(e^{-i\frac{\pi}{2}}\right)^{2023} = e^{-i\frac{2023\pi}{2}} = e^{-i\frac{2024\pi - \pi}{2}} = e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$$

عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n$ حقيقي

1 أحسب u_2 و v_0

لدينا $4u_{n+2} = 7u_{n+1} - 3u_n$
 ومنه $u_{n+2} = \frac{7u_{n+1} - 3u_n}{4}$ ومنه $u_{0+2} = \frac{7u_{0+1} - 3u_0}{4}$
 ومنه $u_2 = \frac{7 \times \frac{1}{2} - 3 \times \frac{1}{4}}{4} = \frac{\frac{7}{2} - \frac{3}{4}}{4} = \frac{\frac{11}{4}}{4} = \frac{11}{16}$
 ومنه $v_0 = u_{0+1} - u_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ لدينا

2 بين أن (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$

تكون (v_n) هندسية إذا وفقط إذا كانت

$v_{n+1} = v_n \times q$ حيث $q \in \mathbb{R}^*$

لدينا $v_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1}$ ومنه
 $v_{n+1} = \frac{7u_{n+1} - 3u_n}{4} - u_{n+1} = \frac{7u_{n+1} - 3u_n - 4u_{n+1}}{4}$
 $\frac{3u_{n+1} - 3u_n}{4} = \frac{3}{4}(u_{n+1} - u_n) = \frac{3}{4}v_n$
 ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$
 أكتب v_n بدلالة n

لدينا $v_n = v_0 \times q^n$ ، ومنه $v_n = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^n$

3 عبر بدلالة n عن المجموع S_n حيث :

$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

$S_n = \frac{1}{4} \left[\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1}{\frac{3}{4} - 1} \right] = \frac{1}{4} \left[\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1}{-\frac{1}{4}} \right] = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

4 عبر عن u_n بدلالة n ، ثم استنتج نهاية (u_n)

$$\begin{cases} v_0 = u_1 - u_0 \\ v_1 = u_2 - u_1 \\ v_2 = u_3 - u_2 \\ \vdots \\ v_{n-1} = u_n - u_{n-1} \end{cases}$$

بالجمع طرفاً لطرف نجد $S_n = -u_0 + u_n$

ومنه $u_n = S_n + u_0$ ومنه $u_n = \frac{5}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^n = \frac{5}{4}$

$\arg\left(\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n\right) = k\pi$ ومنه $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n = \left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$
 ومنه $\frac{n\pi}{2} = k\pi$ ومنه $n = 2k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

3 أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسّي

$\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C} = \frac{2 - 2i + 2 + 2i}{-2 + 2i + 2i} = \frac{4}{4i} \times \frac{i}{i} = -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$

عين طبيعة المثلث ACD

لدينا $\left|\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}\right| = |-i| = 1$ ، ومنه

$CA = CD$ ومنه $|z_A - z_C| = |z_D - z_C|$

لدينا $\arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}\right) = \arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$ ومنه

$(\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{CA}) = -\frac{\pi}{2}$

ومنه المثلث ACD قائم في C ومتساوي الساقين

4 جد لاحقة النقطة G

$z_G = \frac{z_A - 2z_B + 2z_C}{1 - 2 + 2} = -10 - 6i$

5 (τ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات

$| (1 + i)z + 4 | = 8$: z حيث

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (τ)

لدينا $| (1 + i)z_A + 4 | = 8$ أي

$| (1 + i)(2 - 2i) + 4 | = 8$ ومنه

$| 8 | = 8$ أي $| 2 - 2i + 2i + 2 + 4 | = 8$

ومنه النقطة A تنتمي إلى (τ)

عين طبيعة المجموعة (τ) وعناصرها المميزة

لدينا $| (1 + i)z + 4 | = 8$ يكافئ

$\left| (1 + i) \left(z + \frac{4}{1+i} \right) \right| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2} \left| z + \frac{4}{1+i} \right| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2} \left| z + \frac{4}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} \right| = 8$ يكافئ

$\sqrt{2} | z + 2 - 2i | = 8$ يكافئ

$\sqrt{2} | z - (-2 + 2i) | = 8$ يكافئ

$\sqrt{2} | z - (-2 + 2i) | = 8$ يكافئ

$| z - z_D | = \frac{8}{\sqrt{2}}$ يكافئ $MD = 4\sqrt{2}$ ومنه المجموعة

(τ) هي دائرة مركزها النقطة D ونصف قطرها $4\sqrt{2}$

للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x \left(3 + \frac{\ln x}{x} \right) = +\infty$$

2/ أ/ بين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$:

$$f'(x) = \frac{3}{x} + \frac{\left(\frac{2}{x} \ln x\right)(x) - 1(\ln x)^2}{x^2} =$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2 \ln x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{3x - 2 \ln x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{h(x)}{x^2}$$

ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

بما أن $x^2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $h(x)$

ومنه نستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $[0; \beta]$

ومتزايدة تماما على المجال $[\beta; +\infty[$

x	0	β	$+\infty$
$f'(x)$		○	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\beta)$	$+\infty$

3/ بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما α

حيث: $0,3 < \alpha < 0,4$

$$3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x} = 0 \text{ تكافئ } f(x) = 0$$

$$\ln x \left(3 + \frac{\ln x}{x} \right) = 0 \text{ تكافئ}$$

$$\ln x = 0 \text{ أو } 3 + \frac{\ln x}{x} = 0 \text{ تكافئ}$$

$$x = 1 \text{ أو } 3 + \frac{\ln x}{x} = 0 \text{ تكافئ}$$

هذه الأخيرة حلها هو α

نعتبر الدالة t المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $t(x) = 3 + \frac{\ln x}{x}$

الدالة t مستمرة ورتيبة على المجال $[0,3; 0,4]$

$$\begin{cases} t(0,3) = -1,01 \\ t(0,4) = 0,71 \end{cases} \text{ ولدينا } t(0,3) \times t(0,4) < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $t(x) = 0$ تقبل

حلا وحيدا α حيث: $0,3 < \alpha < 0,4$

ومنه نستنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما

α حيث: $0,3 < \alpha < 0,4$

4/ تأكد أن: $\ln(\alpha) = -3\alpha$

1/ أ/ عين $g'(x)$ بدلالة a و b

$$g'(x) = 2a \left(\frac{1}{x} \right) \ln x + b \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$g'(x) = \left(\frac{1}{x} \right) (2a \ln x + b)$$

ب/ تأكد من المعطيات السابقة أن: $a = -1$ و $b = 2$

المنحني (C_g) يقبل قيمة حدية عند النقطة ذات

الفصلة $x_0 = e$ معناه $g'(e) = 0$ ومنه

$$g'(e) = \left(\frac{1}{e} \right) (2a \ln e + b) = 0$$

$$2a + b = 0 \dots (1)$$

المنحني (C_g) يشمل لنقطة $(e; 1)$ معناه $g(e) = 1$

$$a(\ln e)^2 + b \ln(e) = 1 \text{ ومنه}$$

$$a + b = 1 \dots (2)$$

نحل الجملة $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases}$ بالطرح نجد $a = -1$

بالتعويض في (2) نجد $b = 2$

$$g(x) = -(\ln x)^2 + 2 \ln(x) \text{ ومنه}$$

2/ عين بيانيا وضعية (C_g) و (Δ)

x	0	β	$+\infty$
$g(x) + 3x$		○	+
الوضع النسبي	(C_g) تحت (Δ)	(C_g) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

3/ إستنتج إشارة $h(x)$

لدينا $h(x) = g(x) - (-3x)$ ومنه إشارة $h(x)$ لها

علاقة بالوضع النسبي بين المنحني (C_g) و (Δ)

x	0	β	$+\infty$
$h(x)$		○	+

II-f/ هي دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب:

$$f(x) = 3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x}$$

1/ بين أن: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \ln x \left(3 + \frac{\ln x}{x} \right) = +\infty$$

تفسير النتيجة هندسيا: المستقيم $x = 0$ مقارب عمودي

رسالتی إليکم تلاميذي الأعضاء

السلام عليكم ورحمة الله ، بسم الله والصلاة والسلام على رسول الله

☺ إلى تلاميذي الأعضاء ، طلبة البكالوريا إني أود أن أرافقكم في هذه الأيام الأخيرة من المراجعة ، مرافقة الأخ الناصح الذي سيسره نجاحكم وتفوقكم في شهادة البكالوريا بإذن الله ☺ تلاميذي المجتهدين فلتعلموا أن الحياة مليئة بالدروب منها السهل ومنها الوعر ، وإني أؤكد لكم بأن البكالوريا ماهي سوى محطة من محطات الحياة ، محطة سنقف عندها مطولا ، لأنها وببساطة هي من ستحدد اختيارك لدراسة التخصص ، وبعده الجانب المهني من حياتك وإني لأجزم بأن أغلبكم يضع الآن هدفا نصب عينيه ليحققه ، لذا لا تدعو الفتور يحول بينكم وبين تحقيق أهدافكم وجعل أحلامكم واقعا

☺ كونوا على يقين بأن من توكل على الله وفوض أمره إليه لن يخيب ، لكن رافقوا ذلك بالصلاة والدعاء والتقرب إلى الله محبة لا طمعا ، كونوا ربانيين وأسرفوا في ترتيب دعواتكم إلى الله

☺ وبجانب ذلك أدرسوا ، وكافحوا ، انهضوا باكرا ، اصنعوا لأنفسكم مخططا تسيرون عليه هذه الفترة ، شدوا الهمة وجاهدوا بنفس طويل لأجل أهدافكم التمسوا دعوة التوفيق من آبائكم وأمهاتكم ☺ اعتنوا بالجانب الصحي والنفسي لديكم ، فالعقل السليم الجسم السليم

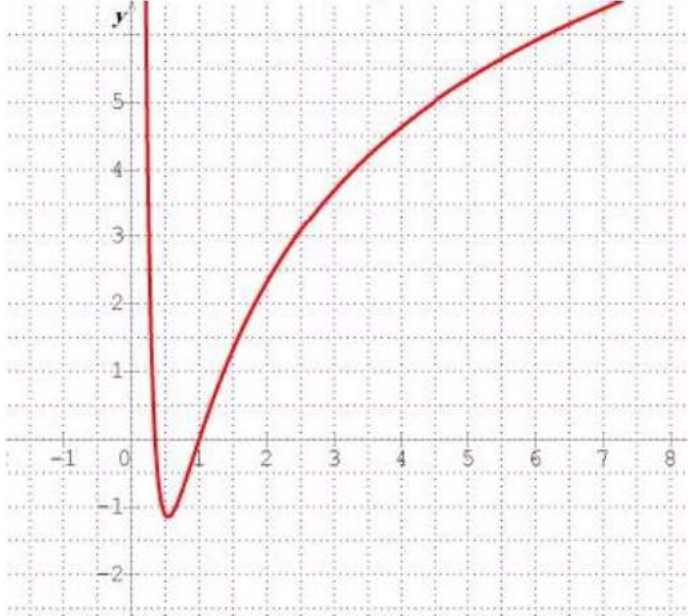
☺ وأخيرا ، تأكدوا بأن الله ق قسم أرزاق عباده من قبل. والنجاح جزء من هذا الرزق ، ثقوا بالله وبأنفسكم وسلوه عز وجل التوفيق

واعلموا أن أستاذكم عبد الفتاح بوقفة يضع بين أيديكم كل جهوده لنجاحكم ، فلا تترددوا في طلب المساعدة أيام المراجعة وإني أسأل الله أن يبارك خطواتكم نحو العلم وأن يهيج قلوبكم وقلوب والديكم بالنجاح وفقكم الله

مما سبق لدينا $3 + \frac{\ln x}{x} = 0$ تقبل حلا وحيدا α ومنه

$\ln \alpha = -3\alpha$ ، ومنه $\frac{\ln \alpha}{\alpha} = -3$ ، ومنه $3 + \frac{\ln \alpha}{\alpha} = 0$

أنشئ (C_f) و (Δ) ، يعطي : $\beta = 0,5$ و $f(\beta) = -1,2$



5 أحسب مشتقة الدالة : $x \mapsto x \ln(x) - x$

$$(x \ln x - x)' = 1 \times \ln x + \frac{1}{x} \times x - 1 = \ln x$$

بين أن مساحة الحيز المستوي S_α المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات : $x = \alpha$ و $y = 0$

$x = 1$ هي $S_\alpha = (-9\alpha^3 - 9\alpha^2 - 3\alpha + 3)u_\alpha$

لدينا المنحنى (C_f) يقع تحت محور الفواصل في $[1; \alpha]$ ومنه

$$S_\alpha = - \int_\alpha^1 f(x) dx = \int_1^\alpha f(x) dx$$

$$= \int_1^\alpha \left(3 \ln x + \frac{(\ln x)^2}{x} \right) dx$$

$$= \left[3(x \ln x - x) + \frac{1}{3} (\ln x)^3 \right]_1^\alpha$$

$$= \left[3x \ln x - 3x + \frac{1}{3} (\ln x)^3 \right]_1^\alpha$$

$$= \left(3\alpha \ln \alpha - 3\alpha + \frac{1}{3} (\ln \alpha)^3 \right) - (-3)$$

لدينا مما سبق $\ln \alpha = -3\alpha$ ومنه بالتعويض نجد

$$= \left(3\alpha(-3\alpha) - 3\alpha + \frac{1}{3} (-3\alpha)^3 \right) + 3$$

$$= \left(3\alpha(-3\alpha) - 3\alpha + \frac{1}{3} (-3\alpha)^3 \right) + 3$$

$$S_\alpha = (-9\alpha^3 - 9\alpha^2 - 3\alpha + 3)u_\alpha$$

و. ه. م