الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — ثانوية بن حداد محند أويلير تيمزريت

الشعبة : تقني رياضي — دورة : ماي 2023

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :4 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

## الموضوع الأول

### التمرين الأول :( 4 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ : $2x-3y=1$ حيث $x$ و $y$ عددان طبيعيان .

1) تحقق أن الثنائية $(2;1)$ حل للمعادلة $(E)$ ثم أوجد حلولها .

2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $2^n$ و $3^n$ على 7.

3) بيّن أن : العدد $4\times 2029^{1444}+\left(2023^{2972}+3\right)^{3y}+1444^x$ يقبل القسمة على 7 حيث الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة $(E)$.

4) عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون : $1444^n+2023^n+2026^n\equiv 0[7]$.

### التمرين الثاني :( 4 نقاط)

يحوي كيس 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها خمس كريات حمراء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاثة بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 3 و كريتان خضراوان مرقمتان بـ : 2 ، 3 .

I) نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس و نعتبر الحادثتين $A$ و $B$ حيث :

$A$ :" الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان" ، $B$ :" الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها 5" .

1) أحسب $P(A)$ و $P(B)$.

2) أ) بيّن أن احتمال الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان و مجموع أرقامها 5 هو $\frac{1}{20}$ .

ب) استنتج احتمال الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان أو مجموع أرقامها 5 .

II) نقترح اللعبة التالية : يسحب اللاعب كريتين على التوالي دون إرجاع ويربح $150DA$ كلما سحب كرية تحمل رقم زوجي ، ويخسر $100DA$ كلما سحب كرية تحمل رقم فردي

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب .

1) عيّن قيم المتغير العشوائي $X$ ، ثم عرّف قانون احتماله .

2) بيّن أن اللعبة المقترحة عادلة .

### التمرين الثالث :(5 نقاط)

المتتالية العددية $(u_n)$ معرّفة بـ : $u_0=e^{\frac{1}{3}}+2$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=\sqrt{u_n-2}+2$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $2<u_n<3$ .

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n^2+5u_n-6}{\sqrt{u_n-2}+u_n-2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم برّر أنها متقاربة .

3) $(v_n)$ المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{1}{\ln(u_n-2)}$ .

أ) برهن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها 2 ، ثم احسب حدّها الأول .

ب) اكتب كلاً من $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع :

$S_n=\dfrac{1}{v_0}+\dfrac{1}{v_1}+.....+\dfrac{1}{v_n}$ و $P_n=(u_0-2)\times(u_1-2)\times...\times(u_n-2)$

أ) بيّن أن $P_n=e^{S_n}$ .

ب) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ واستنتج بدلالة $n$ الجداء $P_n$.

## التمرين الرابع :( 7 نقاط )

I) $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1+(x^2-3x+1)e^{-x+2}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0.48\ ;\ 0.49[$ حلاً وحيد $\alpha$ .

4) احسب $g(2)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

II) $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-x+2+(x^2-x)e^{-x+2}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\ ;\vec{i}\ ,\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(-x+2)]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

3) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=-x+2$.

4) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=-g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

5) بيّن أن للمنحنى $(C_f)$ نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثييهما .

6) مثل $(\Delta)$ و $(C_f)$ على المجال $]0\ ;+\infty[$. ( نأخذ $f(\alpha)\approx 0.38$ )

7) $h$ و $H$ الدالتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=(x^2-x)e^{-x+2}$ و $H(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x+2}$ .

أ) عيّن الأعداد الحقيقية $a$ ، $b$ و $c$ حتى تكون الدالة $H$ دالة أصلية للدالة $h$ على $\mathbb{R}$ .

ب) احسب التكامل التالي : $A(\alpha)=\int_2^{\alpha} f(x)-(-x+2)\,dx$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي أكبر تماما من 2 .

جـ) احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} A(\alpha)$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول :( 4 نقاط)

$(u_n)$ المتتالية الهندسية المعرفة على $\mathbb{N}$ و حدودها موجبة تماما حيث : $\begin{cases} u_1 \times u_3 = e^4 \\ \ln u_2 + \ln u_3 = 1 \end{cases}$

1) أ) عيّن $u_2$ و الأساس $q$ للمتتالية $(u_n)$.

ب) تحقق أنه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_n = e^{4-n}$.

2) المتتالية العددية $(v_n)$ معرّفة بـ : $v_0 = e^4$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_{n+1} = e^{-1}(3u_n + v_n)$

نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $w_n = \frac{v_n}{u_n} + 1$.

أ) برهن أنّ $(w_n)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .

ب) اكتب كلا من $w_n$ و $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$.

3) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n = \frac{v_0}{u_0} + \frac{v_1}{u_1} + ..... + \frac{v_n}{u_n}$ .

### التمرين الثاني :( 4 نقاط)

1) حل المعادلة : $(E) .... 4x - 3y = 11$ حيث $x$ و $y$ عددان صحيحان .

2) عيّن الأعداد الصحيحة النسبية $a$ بحيث : $\begin{cases} a \equiv 1 [4] \\ a \equiv 12 [3] \end{cases}$ .

3) نضع $x = 3n + 2$ و $y = 4n - 1$ و $d = PGCD(x ; y)$ حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم .

أ) ماهي القيم الممكنة للعدد $d$ ؟.

ب) عيّن الثنائيات $(x ; y)$ من أجل $d = 11$.

4) ليكن العددان : $X = 3n^2 + 14n + 8$ و $Y = 4n^2 + 15n - 4$ حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم .

أ) بيّن أن العددين $X$ و $Y$ يقبلان القسمة على $n + 4$.

ب) جد بدلالة $n$ و حسب قيم $n$ القاسم المشترك الأكبر للعددين $X$ و $Y$ .

### التمرين الثالث :( 5 نقاط)

اجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

1) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ النقط التي لا حقتها على الترتيب : $z_A = i$ ، $z_B = 2 - i$ ، $z_C = 2 + i$ و $z_D = -1 + i\sqrt{3}$ .

أ) الشكل الأسي للعدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ هو $e^{i\frac{\pi}{4}}$.

ب) المثلث $ABC$ قائم في $C$.

جـ) توجد قيمة للعدد الطبيعي $n$ بحيث يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_D}{2}\right)^n$ تخيليا صرفا .

2) $\lambda$ عدد طبيعي يكتب في نظام الثنائي كما يلي : $\lambda = \underbrace{\overline{111....11}}_{2023 \text{ مرة}}$ .

- باقي القسمة الإقليدية للعدد $\lambda$ على 7 هو 3 .

3) يراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبا له من بين اربع رجال $H_1$ ، $H_2$ ، $H_3$ ، $H_4$ و ثلاثة نساء $F_1$ ، $F_2$ ، $F_3$ .

- احتمال أن لا تضم اللجنة كلاً من $H_1$ و $F_3$ هو : $\frac{10}{21}$ .

4) المتتالية العددية $(u_n)$ معرّفة بـ : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = 2(u_n - e^n) + e^{n+1}$.

- الحد العام للمتتالية $(u_n)$ هو : $u_n = 2^n + e^n$.

**التمرين الرابع : ( 7 نقاط )**

I) $g$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-2 ; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2(x+2)^2 - 1 + \ln(2x+4)$ .

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]-1.38 ; -1.37[$ حلاً وحيدا $\alpha$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-2 ; +\infty[$ .

II) $f$ الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-2 ; +\infty[$ بـ : $f(x) = 2x + 4 - \frac{\ln(2x+4)}{x+2}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا ، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-2 ; +\infty[$ : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+2)^2}$ .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

جـ) بيّن أنّ $f(\alpha) = 4\alpha + 8 - \frac{1}{\alpha+2}$ ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$ .

3) أ) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة: $y = 2x + 4$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ .

4) بيّن أنّ المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ ، يطلب كتابة معادلة له .

5) مثل $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(C_f)$ .

6) $m$ وسيط حقيقي . ناقش بيانيا و حسب قيم $m$ ، عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = 2x + m$.

7) احسب مساحة الحيز المحدد بـ $(C_f)$ و $(\Delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = -\frac{3}{2}$ و $x = \frac{e-4}{2}$.

# الحل النموذجي لبكالوريا التجريبي تقني رياضي 2022 / 2023

## الإجابة عن الموضوع الأول:

### التمرين الأول:

(0,25) $2x-3y=1 \dots (E)$

1) لدينا: $2\times(2)-3(1)=1$

إذن الثنائية $(1;2)$ حل للمعادلة $(E)$

$$\begin{cases} 2x-3y=1 \dots (1) \\ 2(2)-3(1)=1 \dots (2) \end{cases}$$

بطرح (2) من (1) نجد:

$2(x-2)-3(y-1)=0$

أي: $2(x-2)=3(y-1)$

لدينا: $2 \mid 3(y-1)$ و $3 \mid 2(x-2)$

و $2$ أولي مع $3$ إذن حسب غوص

$2 \mid y-1$ و $3 \mid x-2$

$y-1=2k$ و $x-2=3k$

$y=2k+1$ و $x=3k+2$

(0,75) $(x;y)=(3k+2;2k+1) \quad k\in\mathbb{N}$

ب) $2^0\equiv 1\ [7]$

$2^1\equiv 2\ [7]$

$2^2\equiv 4\ [7]$

$2^3\equiv 1\ [7]$

(0,75) من أجل كل عدد طبيعي $k$ لدينا:

| $n=$ | $3k$ | $3k+1$ | $3k+2$ |
|---|---|---|---|
| باقي قسمة $2^n$ على 7 | 1 | 2 | 4 |

ج) $3^0\equiv 1\ [7]$ ، $3^1\equiv 3\ [7]$

$3^2\equiv 2\ [7]$ ، $3^3\equiv 6\ [7]$

(0,75) $3^4\equiv 4\ [7]$ ، $3^5\equiv 5\ [7]$

من أجل كل عدد طبيعي $k$ لدينا $3^6\equiv 1\ [7]$

| $n=$ | $6k$ | $6k+1$ | $6k+2$ | $6k+3$ | $6k+4$ | $6k+5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| باقي قسمة $3^n$ على 7 | 1 | 3 | 2 | 6 | 4 | 5 |

د) • $1444\equiv 2\ [7]$

$1444^x\equiv 2^x\ [7]$

$1444^x\equiv 2^{3k+2}\ [7]$

(0,25) $\boxed{1444^x\equiv 4\ [7]}$

• $2023\equiv 0\ [7]$

$2023^{2972}\equiv 0\ [7]$

$2023^{2972}+3\equiv 3\ [7]$

$(2023^{2972}+3)^{3y}\equiv 3^{3y}\ [7]$

$(2023^{2972}+3)^{3y}\equiv 3^{2(2k+1)}\ [7]$

$(2023^{2972}+3)^{3y}\equiv 3^{6k+3}\ [7]$

(0,25) $\boxed{(2023^{2972}+3)^{3y}\equiv 6\ [7]}$

• $2029\equiv 6\ [7]$

$2029\equiv -1\ [7]$

(0,25) $\boxed{2029^{1444}\equiv 1\ [7]}$

$1444^x+(2023^{2972}+3)^{3y}+4\times 2029^{1444}\equiv 4+6+4\times 1\ [7]$

$\equiv 14\ [7]$

(0,25) $\equiv 0\ [7]$

إذن العدد المطلوب يقبل القسمة على 7 (1)

$1444^m + 2023^m + 2026^m \equiv 0\ [7]$

يكافئ: $2^m + 0^m + 3^m \equiv 0\ [7]$

يكافئ $2^m + 3^m \equiv 0\ [7]$

دور $2^m$ على 7 هو 3

دور $3^m$ على 7 هو 6

إذن الدور الموحد هو 6

| $m=$ | $6k$ | $6k+1$ | $6k+2$ | $6k+3$ | $6k+4$ | $6k+5$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2^m \equiv$ | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 | 4 | [7] |
| $3^m \equiv$ | 1 | 3 | 2 | 6 | 4 | 5 | [7] |
| $2^m+3^m \equiv$ | 2 | 5 | 6 | 0 | 6 | 2 | [7] |

$2^m + 3^m \equiv 0\ [7]$ يكافئ $m = 6k+3$ 0,5

## التمرين الثاني

(I

(1 $\Omega = \{R_1, R_1, R_2, R_2, R_3, B_1, B_2, B_3, V_2, V_3\}$ لدينا

عدد عناصر $\Omega$ هو $C_{10}^3 = 120$ 0,25

$P(A) = \dfrac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{120} = \dfrac{1}{4}$ 0,5

(1

$B = \{1,1,3\}$ أو $\{1,2,2\}$

$P(B) = \dfrac{C_3^2 \times C_3^1 + C_3^1 \times C_4^2}{120} = \dfrac{9}{40}$ 0,5

(P (2

$A \cap B = \{R_1, B_1, V_3\}$ أو $\{R_1, B_2, V_2\}$ أو $\{R_2, B_1, V_2\}$

$P(A \cap B) = \dfrac{C_2^1 C_1^1 C_1^1 + C_2^1 C_1^1 C_1^1 + C_2^1 C_1^1 C_1^1}{120}$

$P(A \cap B) = \dfrac{1}{20}$ 0,5

(2

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (ب

$= \dfrac{1}{4} + \dfrac{9}{40} - \dfrac{1}{20}$

$= \dfrac{17}{40}$ 0,5

(II

(1 $A_{10}^2 = 90$ عدد عناصر $\Omega$ هو

ربح أو خسارة ← الكريات المسحوبة

$(ز, ز) \longrightarrow 150 + 150 = 300$

$(ف, ز) \longrightarrow 150 - 100 = 50$

$(ف, ز) \longrightarrow -100 + 150 = 50$

$(ف, ف) \longrightarrow -100 - 100 = -200$

$X \in \{-200, 50, 300\}$ 0,5

$P(X=-200) = \dfrac{A_6^2}{90} = \dfrac{30}{90} = \dfrac{5}{15}$

$P(X=50) = 2\dfrac{A_4^1 \times A_6^1}{90} = \dfrac{48}{90} = \dfrac{8}{15}$

$P(X=300) = \dfrac{A_4^2}{90} = \dfrac{12}{90} = \dfrac{2}{15}$ 0,75

| $x = x_i$ | $-200$ | $50$ | $300$ |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{5}{15}$ | $\frac{8}{15}$ | $\frac{2}{15}$ |

$E(X) = -200 \times \dfrac{5}{15} + 50 \times \dfrac{8}{15} + 300 \times \dfrac{2}{15}$

$E(X) = 0$ 0,5

إذن اللعبة المقترحة عادلة

(2

التمرين الثالث:

$u_{n+1}=\sqrt{u_n-2}+2$ ، $u_0=e^{\frac{1}{3}}+2$

1) $P(n): \quad 2<u_n<3$

لدينا: $2<e^{\frac{1}{3}}+2<3$

اي: $2<u_0<3$

لاذن $P(0)$ محققة

نفرض ان $P(n)$ صحيحة: $2<u_n<3$

ونبرهن صحة $P(n+1)$: $2<u_{n+1}<3$

لدينا: $2<u_n<3$

منه: $0<u_n-2<1$ (0,5)

منه: $0<\sqrt{u_n-2}<1$

منه: $2<\sqrt{u_n-2}+2<3$

اي: $2<u_{n+1}<3$

$P(n+1)$ محققة لاذن كل عدد طبيعي $n$ : $P(n)$ صحيحة

$u_{n+1}-u_n=$ (P(2

$=\sqrt{u_n-2}+2-u_n$

$=\frac{\left[\sqrt{u_n-2}+(2-u_n)\right]\left[\sqrt{u_n-2}-(2-u_n)\right]}{\sqrt{u_n-2}-(2-u_n)}$

$=\frac{\left(\sqrt{u_n-2}\right)^2-(2-u_n)^2}{\sqrt{u_n-2}-2+u_n}$

$=\frac{u_n-2-4-u_n^2+4u_n}{\sqrt{u_n-2}+u_n-2}$

(3)

$u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n^2+5u_n-6}{\sqrt{u_n-2}+u_n-2}$ (0,5)

ب) لاشارة $u_{n+1}-u_n$ من اشارة: $-u_n^2+5u_n-6$

للتدرس لاشارة $-x^2+5x-6$

$\Delta=1$ ، $x_1=2$ ، $x_2=3$ (0,5)

| $u_n$ | $-\infty$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-u_n^2+5u_n-6$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n>0$

اذن المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

* المتتالية $(u_n)$ متقاربة لانها متزايدة تماما ومحدودة من الاعلى بالعدد 3. (0,25)

(3

$v_n=\frac{1}{\ln(u_n-2)}$

$v_{n+1}=\frac{1}{\ln(u_{n+1}-2)}$

$=\frac{1}{\ln\left[\sqrt{u_n-2}+2-2\right]}$

$=\frac{1}{\ln\left[(u_n-2)^{\frac{1}{2}}\right]}$

$=\frac{1}{\frac{1}{2}\ln(u_n-2)}$

$=2\cdot\frac{1}{\ln(u_n-2)}$

$=2\,v_n$ (0,5)

$$S_n = \frac{1}{-3}\left[\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1}{\frac{1}{2}-1}\right]$$

$$S_n = \frac{2}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1\right]$$ (0,5)

$$P_n = e^{S_n}$$ لدينا:

$$P_n = e^{\frac{2}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1\right]}$$ (0,25) منه

إذن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ و حدها الأول $v_0$ حيث

$$v_0 = \frac{1}{\ln\left(e^{-\frac{1}{3}}+2-2\right)} = -3$$ (0,25)

ب) $v_n = -3 \times 2^n$ (0,5)

لاستنتاج عبارة $u_n$ بدلالة $n$

لدينا: $v_n = \frac{1}{\ln(u_n-2)}$

منه: $\frac{1}{v_n} = \ln(u_n-2)$

منه: $e^{\frac{1}{v_n}} = u_n - 2$

منه: $u_n = e^{\frac{1}{v_n}} + 2$

إذن: $u_n = e^{\frac{1}{-3\times 2^n}} + 2$ (0,5)

$\lim_{n\to+\infty} u_n = 3$ ؛ $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{-3\times 2^n} = 0$ ؛ ج) (0,25)

$P_n = (u_0-2)\times(u_1-2)\times\cdots\times(u_n-2)$ (ب

لدينا: $u_n = e^{\frac{1}{v_n}} + 2$ أي $u_n - 2 = e^{\frac{1}{v_n}}$

$P_n = \left(e^{\frac{1}{v_0}}+2-2\right)\times\left(e^{\frac{1}{v_1}}+2-2\right)\times\cdots\times\left(e^{\frac{1}{v_n}}+2-2\right)$

$P_n = e^{\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+\cdots+\frac{1}{v_n}}$

$P_n = e^{S_n}$ (0,5)

ب) $S_n = \frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+\cdots+\frac{1}{v_n}$

$S_n = \frac{1}{v_0}\left[\frac{\left(\frac{1}{q}\right)^{n-0+1}-1}{\frac{1}{q}-1}\right]$

(4)

التمرين الرابع:

$g(x) = 1 + (x^2-3x+1)e^{-x+2}$ (I

أ) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$ (0,25)

$\lim_{x\to-\infty}(x^2-3x+1) = +\infty$ ؛ $\lim_{x\to-\infty} e^{-x+2} = +\infty$

ب) $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$ (0,25)

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} 1 + \frac{x^2}{e^{x-2}} - \frac{3x}{e^{x-2}} + \frac{1}{e^{x-2}}$

$= 1$

$g'(x) = (2x-3)e^{-x+2} - e^{-x+2}(x^2-3x+1)$

$= (2x-3-x^2+3x-1)e^{-x+2}$

$= (-x^2+5x-4)e^{-x+2}$ (0,25)

إشارة $g'(x)$ من إشارة $-x^2+5x-4$ ؛ $\Delta = 9$ ، $x_1 = 1$ ، $x_2 = 4$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

(0,25)

الدالة g متناقصة تماما على كلا المجالين $]-\infty ; 1]$ و $[4 ; +\infty[$ (0,25)

الدالة g متزايدة تماما على المجال $[1 ; 4]$

| x | $-\infty$ | | 1 | | 2 | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $1-e$ | ↗ | (0,25) | ↗ | $1+5e^2$ | ↘ | $-\infty$ |

(3 . . .

الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]0,48 ; 0,49[$ (0,5)

$g(0,48) \approx 0,042$ و $g(0,49) \approx -0,04$

$-0,04 < 0 < 0,042$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha$ في المجال $]0,48 ; 0,49[$ (0,25)

$g(\alpha)=0$ و $\alpha \in ]-\infty ; 4]$

| x | $-\infty$ | | $\alpha$ (0,25) | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |

II) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ (0,25)

لأن:

$\lim_{x \to -\infty} (-x+2) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} (x^2 - x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} e^{-x+2} = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} -x+2 + \frac{x^2}{e^{x-2}} - \frac{x}{e^{x-2}}$ ($\frac{x^2}{e^{x-2}} \to 0$, $\frac{x}{e^{x-2}} \to 0$)

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ (0,25)

2) $f(x) - (-x+2) = (x^2 - x) e^{-x+2}$

$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (-x+2)] = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{e^{x-2}} - \frac{x}{e^{x-2}} = 0$ (0,25)

(0,25)

تفسير النتيجة: المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته $y=-x+2$

3) إشارة $f(x) - (-x+2)$ من إشارة $x^2 - x$

$x^2 - x = 0$ يعني $x(x-1)=0$

$x=0$ أو $x=1$

| x | $-\infty$ | | 0 (0,5) | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)-y$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ | | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ عند $(0;2)$ | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ عند $(1;1)$ | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ | |

$f'(x) = -1 + (2x-1)e^{-x+2} - e^{-x+2}(x^2-x)$ (0,5)

$= -1 + (2x-1-x^2+x)e^{-x+2}$

$= -1 + (-x^2+3x-1)e^{-x+2}$

$= -[1 + (x^2-3x+1)e^{-x+2}]$

$= -g(x)$ (0,25)

لأن إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$

| x | $-\infty$ | | $\alpha$ | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ ↘ | | $f(\alpha)$ (0,25) | ↗ | 2 | ↘ | $-\infty$ |

(5)

5) لدينا: $f'(x) = -g(x)$

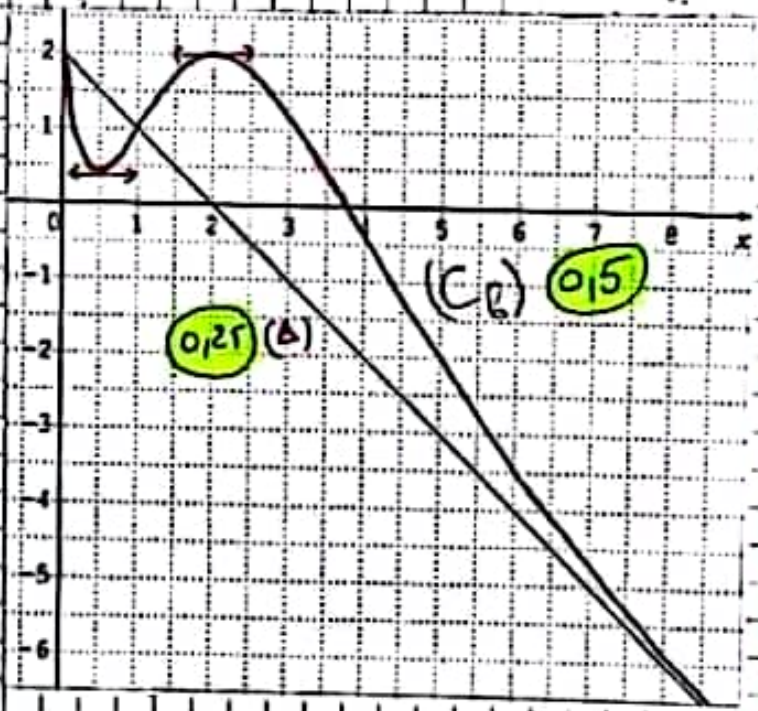
منه: $f''(x) = -g'(x)$ (0,25)

إشارة $f''(x)$ عكس إشارة $g'(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$f''(x)$ تنعدم عند 1 وتغير إشارتها بجوار 1 إذن، $A(1;1)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$. (0,5)

$f''(x)$ تنعدم عند 4 وتغير إشارتها بجوار 4 إذن: $B\left(4; -2+12e^{-2}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$




(0,25) (0,5)

6) لدينا: $H(x) = (ax^2+bx+c)e^{-x+2}$

$H'(x) = (2ax+b)e^{-x+2} - e^{-x+2}(ax^2+bx+c)$

$H'(x) = (2ax+b-ax^2-bx-c)e^{-x+2}$

$H'(x) = \left[-ax^2+(2a-b)x+b-c\right]e^{-x+2}$

بالمطابقة مع: $h(x) = (x^2-x)e^{-x+2}$

$$\begin{cases} -a = 1 \\ 2a-b = -1 \\ b-c = 0 \end{cases}$$

ب) $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}$ (0,5)

$H(x) = (-x^2-x-1)e^{-x+2}$ ، ومنه

ب) $A(\alpha) = \int_2^{\alpha} f(x) - (-x+2)\,dx$

$A(\alpha) = \int_2^{\alpha} (x^2-x)e^{-x+2}\,dx$

$A(\alpha) = \left[(-x^2-x-1)e^{-x+2}\right]_2^{\alpha}$

$A(\alpha) = (-\alpha^2-\alpha-1)e^{-\alpha+2} - (-4-2-1)e^{-2+2}$

$A(\alpha) = (-\alpha^2-\alpha-1)e^{-\alpha+2} + 7$ (0,25)

$\lim\limits_{\alpha \to +\infty} A(\alpha) = \lim\limits_{\alpha \to +\infty} \frac{-\alpha^2}{e^{\alpha+2}} - \frac{\alpha}{e^{\alpha-2}} - \frac{1}{e^{\alpha-2}} + 7$

$\lim\limits_{\alpha \to +\infty} A(\alpha) = 7$ (0,25)

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: $\begin{cases} u_1 \times u_3 = e^4 \dots (1) \\ \ln u_2 + \ln u_5 = 1 \dots (2) \end{cases}$

(1) $u_2^2 = e^4$ تكافئ $u_1 \times u_3 = e^4$

$u_2 = e^2$ تكافئ (0,25)

($u_n$ حدود $(u_n)$ موجبة تماما)

بتعويض $u_2$ في المعادلة (2) نجد:

$\ln e^2 + \ln u_5 = 1$

أي: $2 + \ln u_5 = 1$

أي: $\ln u_5 = -1$

أي: $u_5 = e^{-1}$ (0,25)

لدينا: $u_n = u_p \cdot q^{n-p}$

منه: $u_5 = u_2 \cdot q^{5-2}$

منه: $u_5 = u_2 \cdot q^3$

منه: $q^3 = \frac{u_5}{u_2}$

منه: $q^3 = \frac{e^{-1}}{e^2}$

منه نجد: $q^3 = e^{-3}$

منه: $q^3 = (e^{-1})^3$

لأذن: $q = e^{-1}$ (0,25)

ب) لدينا: $u_n = u_2 \times q^{n-2}$

منه نجد: $u_n = e^2 \times (e^{-1})^{n-2}$

$u_n = e^2 \times e^{-n+2}$

$u_n = e^{4-n}$ (0,5)

ج) $v_{n+1} = e^{-1}(3u_n + v_n)$ ، $v_0 = e^4$

$w_n = \frac{v_n}{u_n} + 1$

$w_{n+1} - w_n = \frac{v_{n+1}}{u_{n+1}} + 1 - \left(\frac{v_n}{u_n} + 1\right)$

$= \frac{e^{-1}(3u_n + v_n)}{e^{4-(n+1)}} - \frac{v_n}{u_n}$

$= \frac{e^{-1}(3u_n + v_n)}{e^{4-n-1}} - \frac{v_n}{u_n}$

$= \frac{e^{-1}(3u_n + v_n)}{e^{-1} \cdot e^{4-n}} - \frac{v_n}{u_n}$

$= \frac{3u_n + v_n}{u_n} - \frac{v_n}{u_n}$

$= \frac{3u_n}{u_n} + \frac{v_n}{u_n} - \frac{v_n}{u_n}$

$= 3$ (0,5)

لأذن $(w_n)$ متتالية حسابية لساسها $r = 3$ (0,25) حدها الأول $w_0$ حيث

$w_0 = \frac{v_0}{u_0} + 1 = \frac{e^4}{e^4} + 1 = 2$ (0,25)

ب) لدينا: $w_n = w_0 + (n-0)r$

$w_n = 2 + 3n$ (0,5)

لدينا: $w_n = \frac{v_n}{u_n} + 1$

منه: $w_n - 1 = \frac{v_n}{u_n}$

منه: $(w_n - 1)u_n = v_n$ (1)

التمرين الثاني:

(1

$4x-3y=11 \dots (E)$

$4x=3y+11$ تكافئ (E)

$4x\equiv 11\ [3]$ تكافئ:

$4x\equiv 2\ [3]$ تكافئ:

$x\equiv 2\ [3]$ تكافئ: $(4\equiv 1\ [3])$

$x=3k+2$ إذن: (0,5)

بتعويض قيمة x في معادلة (E) نجد:

$4(3k+2)-3y=11$

$12k+8-3y=11$

$-3y=-12k-8+11$

$-3y=-12k+3$

$y=4k-1$ (0,5)

$(x;y)=(3k+2;4k-1)\ ;\ k\in\mathbb{Z}$

(2

$\begin{cases} a=4\alpha+1 \dots (1) \\ a=3\beta+12 \dots (2) \end{cases}$ تكافئ $\begin{cases} a\equiv 1\ [4] \\ a\equiv 12\ [3] \end{cases}$

$4\alpha+1=3\beta+12$ تكافئ:

$4\alpha-3\beta=12-1$ تكافئ:

$4\alpha-3\beta=11$ تكافئ:

(E) تكافئ:

$\alpha=x=3k+2$

$\beta=y=4k-1$ إذن:

بتعويض قيمة $\alpha$ في المعادلة (1) نجد:

$a=4(3k+2)+1$

$a=12k+9$ $k\in\mathbb{Z}$ (0,75)

(2)

أي: $v_n=(w_n-1)u_n$

إذن: $v_n=(1+3n)e^{4-n}$ (0,5)

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{e^{n-4}}+3\frac{n}{e^{n-4}}$

$=0$ (0,25)

(3

$S_n=\frac{v_0}{u_0}+\frac{v_1}{u_1}+\dots+\frac{v_n}{u_n}$

لدينا: $\frac{v_n}{u_n}=w_n-1$

منه نجد:

$S_n=(w_0-1)+(w_1-1)+\dots+(w_n-1)$

$S_n=w_0+w_1+\dots+w_n-1-1-\dots-1$

$S_n=\frac{n-0+1}{2}(w_0+w_n)+(n+1)\times(-1)$

$S_n=\frac{n+1}{2}(2+2+3n)-n-1$

$S_n=\frac{n+1}{2}(4+3n)-n-1$

$S_n=\frac{4n+3n^2+4+3n-2n-2}{2}$

$S_n=\frac{3n^2+5n+2}{2}$ (0,5)

$y=4n-1$ و $x=3n+2$ (3 (ج

$d=PGCD(x;y)$ منه $d\mid x$ و $d\mid y$

منه $d\mid 4x$ و $d\mid 3y$

منه $d\mid 4x-3y$

$d\mid 11$

$d\in\{1;11\}$ (0,5)

ب) $PGCD(x;y)=11$ يعني $11\mid x$ و $11\mid y$

منه $x\equiv 0[11]$ و $y\equiv 0[11]$

| | |
|---|---|
| $3n+2\equiv 0[11]$ | $4n-1\equiv 0[11]$ |
| $3n\equiv -2[11]$ | $4n\equiv 1[11]$ |
| $3n\equiv 9[11]$ | $4n\equiv 12[11]$ |
| 11 و 3 أوليان فيما بينهما | 11 و 4 أوليان فيما بينهما |
| لذن: $n\equiv 3[11]$ | لذن: $n\equiv 3[11]$ |
| أي: $n=11K+3$ | $n=11K+3$ |

لذن $n=11K+3$ ($K\in\mathbb{N}$) (0,25)

بتعويض قيمة $n$ نجد:

$x=3(11K+3)+2=33K+11$ (0,25)

$y=4(11K+3)-1=44K+11$ (0,25)

$(x;y)=(33K+11;44K+11)$ ; $K\in\mathbb{N}$

(ج (4

| | |
|---|---|
| $3n^2+14n+8$ | $n+4$ |
| $3n^2+12n$ | $3n+2$ |
| $2n+8$ | |
| $2n+8$ | |
| $0$ | |

(0,25)

$X=(n+4)(3n+2)$

لذن $X$ يقبل القسمة على $4$ (3)

| | |
|---|---|
| $4n^2+15n-4$ | $n+4$ |
| $4n^2+16n$ | $4n-1$ |
| $-n-4$ | |
| $-n-4$ | |
| $0$ | |

(0,25)

$Y=(n+4)(4n-1)$

لذن $Y$ يقبل القسمة على $n+4$

(0,5) (ب

$PGCD(X;Y)=PGCD[(n+4)(3n+2);(n+4)(4n-1)]$

$PGCD(X;Y)=(n+4)\,PGCD(3n+2;4n-1)$

$PGCD(X;Y)=(n+4)\,PGCD(x;y)$

$PGCD(x;y)=11$ فإن $n=11K+3$ (ل6*

$PGCD(X;Y)=11(n+4)$ منه

$PGCD(x;y)=1$ فإن $n\neq 11K+3$ (ل6*

$PGCD(X;Y)=n+4$ منه

التمرين 1: اثبات

1) (p (خطأ) 0,25

التبرير:

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{i - 2 - i}{2 - i - 2 - i}$$

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{-2}{-2i} = \frac{1}{i}$$ 0,75

$$= \frac{1 \times (-i)}{i \times (-i)}$$

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = -i$$

$$R = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$$

$$\theta = -\frac{\pi}{2} \begin{cases} \cos\theta = \frac{0}{1} = 0 \\ \sin\theta = \frac{-1}{1} = -1 \end{cases}$$

إذن:

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

ب) صحيح 0,25

التبرير

$$\begin{cases} \left|\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right| = 1 \\ \arg\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$ 0,5

أي

$$\begin{cases} \frac{AC}{BC} = 1 \\ (\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CA}) = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

إذن المثلث ABC قائم في C

ج) خطأ 0,25

التبرير:

$$z_D = -1 + i\sqrt{3}$$

$$R = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \begin{cases} \cos\theta = -\frac{1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$z_D = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$\left(\frac{z_D}{2}\right)^m$ تكون حقيقي موجب يعني $\arg\left(\frac{z_D}{2}\right)^m = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$m\arg\left(\frac{z_D}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$$ أي:

$$\frac{2\pi m}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$ أي:

$$\frac{2m}{3} = \frac{1}{2} + k$$ أي: 0,5

$$4m = 3 + 6k$$ أي:

$$4m - 6k = 3$$ أي:

3 يقسم 4 و 6 لا يقسم 3 و $PGCD(4,6) = 2$

إذن المعادلة لا تقبل حلول

ج) خطأ 0,25

التبرير: لدينا:

$$A = \frac{1 \times 1 \times 1 \times \ldots \times 1}{e^{2023}}$$

$$A = 1 \times e^{2022} + 1 \times e^{2021} + \ldots + 1 \times e^{1} + 1 \times e^{0}$$

$$A = e^{0} + e^{1} + \ldots + e^{2021} + e^{2022}$$

$$A = e^{0} \frac{e^{2023} - 1}{e - 1}$$ 0,75

$$A = e^{2023} - 1$$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي $k$

| $n =$ | $3k$ | $3k+1$ | $3k+2$ |
|---|---|---|---|
| باقي قسمة $2^n$ على 7 | 1 | 2 | 4 |

$2023 = 3(674)+1$

$2^{2023} \equiv 2^{3(674)+1} \quad [7]$

$2^{2023} \equiv 2 \quad [7]$

$2^{2023} - 1 \equiv 1 \quad [7]$

أي $1 \equiv 1 \quad [7]$

إذن باقي قسمة $2^{2023}-1$ على 7 هو 1

3) صحيح (0,25)

التبرير: عدد عناصر $A_7^2$ هو $A_7^2 = 42$ (0,5)

4) احتمال أن لا تضم اللجنة كلا من $H_1$ و $F_3$ هو: $\frac{A_5^2}{42} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$ (0,25)

4) صحيح (0,25)

التبرير:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2(u_n - 2^n) + 2^{n+1} \end{cases}$$

نضع: $P(n): u_n = 2^n + 2^n$

$u_0 = 2^0 + 2^0 = 2$ (0,5)

إذن $P(0)$ محققة

نفرض أن $P(n)$ صحيحة أي: $u_n = 2^n + 2^n$

ونبرهن صحة $P(n+1)$: $u_{n+1} = 2^{n+1} + 2^{n+1}$

لدينا: $u_n = 2^n + 2^n$

منه: $u_n - 2^n = 2^n$

منه $2(u_n - 2^n) = 2 \times 2^n$

منه $2(u_n - 2^n) = 2^{n+1}$

$2(u_n - 2^n) + 2^{n+1} = 2^{n+1} + 2^{n+1}$

أي: $u_{n+1} = 2^{n+1} + 2^{n+1}$

حققنا $P(n+1)$ من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n = 2^n + 2^n$.

---

التمرين الرابع:

I) $g(x) = 2(x+2)^2 - 1 + \ln(2x+4)$

1) $g'(x) = 4(x+2) + \frac{2}{2x+4}$

$g'(x) = 4(x+2) + \frac{1}{x+2}$

$g'(x) = \frac{4(x+2)^2 + 1}{x+2}$ (0,25)

$g'(x) > 0 : x \in ]-2;+\infty[$ (0,25)

من أجل $]-2;+\infty[$ (0,25)

إذن الدالة $g$ متزايدة تماما على $]-2;+\infty[$

| $x$ | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $+$ | |
| $g(x)$ | ‖ | ↗ | |

(0,25)

ج) الدالة $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]-1,38;-1,37[$ (0,5)

$g(-1,38) \simeq -0,02$

$g(-1,37) \simeq 0,02$

$-0,02 < 0 < 0,02$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha$ في المجال $]-1,38;-1,37[$

3) (0,25)

| $x$ | $-2$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |

II) $f(x) = 2x+4 - \frac{\ln(2x+4)}{x+2}$

$\lim_{x\to -2}(2x+4) = 0^+$ و $\lim_{x\to -2}\ln(2x+4) = -\infty$

$\lim_{x\to -2} -\frac{\ln(2x+4)}{x+2} = +\infty$ ، ومنه $\lim_{x\to -2} f(x) = +\infty$ 0,25

تفسير النتيجة: $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب معادلته: $x=-2$ 0,25

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} 2x+4 - \frac{\ln[2(x+2)]}{x+2}$

$= \lim_{x\to +\infty} 2x+4 - \frac{\ln 2 + \ln(x+2)}{x+2}$

$= \lim_{x\to +\infty} 2x+4 - \frac{\ln 2}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2}$ ($\frac{\ln 2}{x+2} \to 0$, $\frac{\ln(x+2)}{x+2} \to 0$)

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ 0,25

$f'(x) = 2 - \frac{\frac{2}{2x+4}(x+2) - 1\cdot\ln(2x+4)}{(x+2)^2}$ (P(2

$= 2 - \frac{\frac{1}{x+2}(x+2) - \ln(2x+4)}{(x+2)^2}$

$= 2 - \frac{1 - \ln(2x+4)}{(x+2)^2}$

$= \frac{2(x+2)^2 - 1 + \ln(2x+4)}{(x+2)^2}$

$= \frac{g(x)}{(x+2)^2}$ 0,5

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

| $x$ | $-2$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | ‖ $+\infty$ | ↘ | $f(\alpha)$ | ↗ | $+\infty$ |

0,25

$g(\alpha) = 0$ (ج يعني $2(\alpha+2)^2 - 1 + \ln(2\alpha+4) = 0$

$\ln(2\alpha+4) = -2(\alpha+2)^2 + 1$ : ومنه

لدينا: $f(\alpha) = 2\alpha+4 - \frac{\ln(2\alpha+4)}{\alpha+2}$

$f(\alpha) = 2\alpha+4 - \frac{-2(\alpha+2)^2+1}{\alpha+2}$

$f(\alpha) = 2\alpha+4 + \frac{2(\alpha+2)^2-1}{\alpha+2}$

$f(\alpha) = 2\alpha+4 + \frac{2(\alpha+2)^2}{\alpha+2} + \frac{-1}{\alpha+2}$

$f(\alpha) = 2\alpha+4+2(\alpha+2) - \frac{1}{\alpha+2}$

$f(\alpha) = 4\alpha+8 - \frac{1}{\alpha+2}$ 0,5

لدينا: $-1,38 < \alpha < -1,37$

$-5,52 < 4\alpha < -5,48$

$2,48 < 4\alpha+8 < 2,52$ ...(1)

و لدينا: $0,62 < \alpha+2 < 0,63$

ومنه: $\frac{1}{0,63} < \frac{1}{\alpha+2} < \frac{1}{0,62}$

$-\frac{1}{0,62} < -\frac{1}{a+2} < -\frac{1}{0,63}$ ...(2)

نجد: بجمع طرفا لطرف بين (1) و (2)

$2,48 - \frac{1}{0,62} < 4a+8 - \frac{1}{a+2} < 2,52 - \frac{1}{0,63}$

$0,87 < f(a) < 0,93$ (0,25)

ب) $f(x) - (2x+4) = -\frac{\ln(2x+4)}{x+2}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) - (2x+4) = \lim_{x\to+\infty} -\frac{\ln[2(x+2)]}{x+2}$

$= \lim_{x\to+\infty} -\frac{\ln 2 + \ln(x+2)}{x+2}$

$= \lim_{x\to+\infty} -\frac{\ln 2}{x+2} - \frac{\ln(x+2)}{x+2}$

$= 0$ (0,25)

اذن (Δ) هو مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$ بجوار $+\infty$

ب) لدراسة وضعية $f(x) - (2x+4)$

$-\ln(2x+4)$

$\ln(2x+4) = 0$ يعني $-\ln(2x+4)$

$2x+4 = e^0$ أي

$2x = 1-4$ أي

$x = -\frac{3}{2}$ أي (0,5)

| $x$ | $-2$ | | $-\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)-y$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| الوضعية | ‖ فوق $(C_f)$ تحت (Δ) | | تقاطع $(C_f)$ و (Δ) عند $(-\frac{3}{2}; 1)$ | | تحت $(C_f)$ فوق (Δ) |

4) معامل توجيه (T) هو $f'(a)$

معامل توجيه (Δ) هو: 2

بعني $f'(a) = 2$

$\frac{g(a)}{(a+2)^2} = 2$

$g(a) = 2(a+2)^2$ $(a \neq -2)$

$2(a+2)^2 - 1 + \ln(2a+4) = 2$

$-1 + \ln(2a+4) = 0$

$\ln(2a+4) = 1$

$2a+4 = e^1$

$2a = e-4$

$a = \frac{e-4}{2}$ (0,5)

اذن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماس يوازي (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $a = \frac{e-4}{2}$

كتابة معادلة (T) :

$y = f'\left(\frac{e-4}{2}\right)\left(x - \frac{e-4}{2}\right) + f\left(\frac{e-4}{2}\right)$

$y = 2\left(x - \frac{e-4}{2}\right) + f\left(\frac{e-4}{2}\right)$

$y = 2x - e + 4 + f\left(\frac{e-4}{2}\right)$

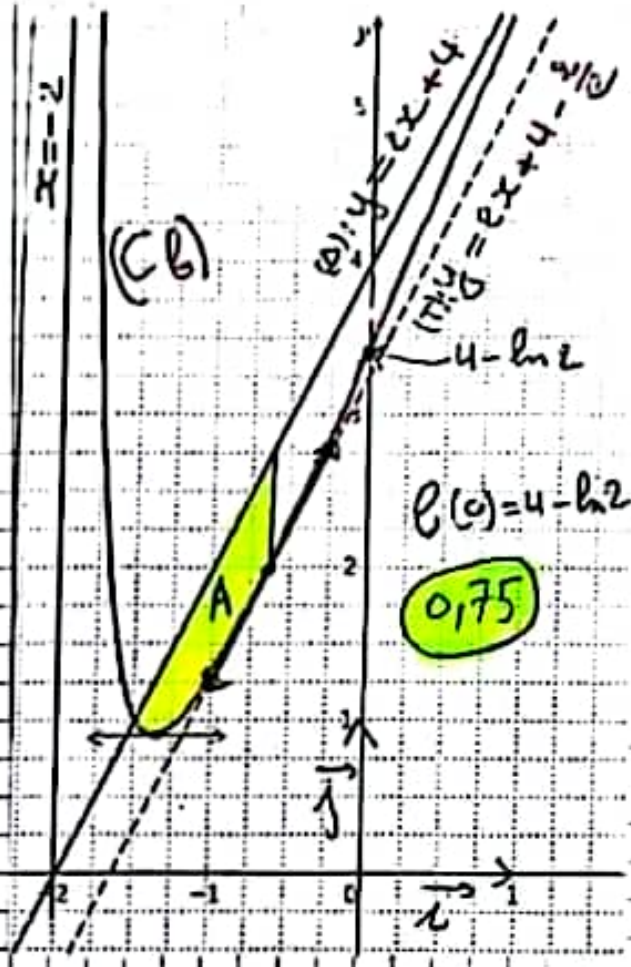
$y = 2x - e + 4 + 2\left(\frac{e-4}{2}\right) + 4 - \frac{\ln\left[2\left(\frac{e-4}{2}\right)+4\right]}{\frac{e-4}{2}+2}$

$y = 2x - e + 4 + e - 4 + 4 - \frac{\ln e}{\frac{e-4+4}{2}}$

$y = 2x + 4 - \frac{1}{\frac{e}{2}}$

اذن: $(T) : y = 2x + 4 - \frac{2}{e}$ (0,25)

(T)




(6 $f(x)=2x+m$

* المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلول. $m\in ]-\infty ; 4-\frac{2}{e}[$ (0,5)

* المعادلة $m=4-\frac{2}{e}$ تقبل حل مضاعف سالب تماما.

* المعادلة $m\in ]4-\frac{2}{e} ; 4-\ln 2[$ تقبل حلين سالبين تماما.

* $m=4-\ln 2$ المعادلة تقبل حلين حل معدوم و الآخر سالب تماما

* $m\in ]4-\ln 2 ; 4[$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة

* $m\in [4 ; +\infty[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب تماما.

(7

$$A=\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{e-4}{2}} y-f(x)\,dx \quad \|\vec{i}\|\,\|\vec{j}\|$$

$$A=\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{e-4}{2}} \frac{\ln(2x+4)}{x+2}\,dx$$

$$A=\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{e-4}{2}} \frac{1}{x+2}\ln(2x+4)\,dx$$

$u'\cdot u$

$$A=\left[\frac{1}{2}\ln^2(2x+4)\right]_{-\frac{3}{2}}^{\frac{e-4}{2}}$$

$$A=\frac{1}{2}\ln^2 e-\frac{1}{2}\ln^2 1$$

$$A=\frac{1}{2}\ua \quad (0,25)$$