باك 2023

سنة
ثالثة
ثانوي

بكالوريا تجريبية
شعبة [علوم تجريبية]
مع حل مقترح مفصل

إعداد الأستاذ:
قويسم الخليـــــــل

امتحان بكالوريا تجريبي

الشعبة: علوم تجريبية | الأستاذ: قويسم الخليل
المدة: 03 سا و30 د | يوم: 15 ماي 2023

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

◄ التمرين الأول: (03.00)

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية، أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير بدقة

[01.00] ❶ z_1 وz_2 عددان مركبان مع $\overline{z_1}$ مرافق z_1 و$\overline{z_2}$ مرافق z_2. نعتبر الجملة $(S):\begin{cases}2z_1-z_2=-3\\2\overline{z_1}+\overline{z_2}=-3-2i\sqrt{3}\end{cases}$

• العددان المركبان حلي الجملة (S)، هما: $(z_1;z_2)\in\{(-3+\sqrt{3}i\ ;\ \sqrt{3}i)\}$

[01.00] ❷ نعتبر العدد المركب A، حيث: $A=\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1444}+\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2023}$،

• العدد A حقيقي

[01.00] ❸ نعتبر في المستوي المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطة A ذات اللاحقة $z_A=1-2i$

المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق: $|2\overline{z}-2-4i|=|\sqrt{3}+i|$ هي:

• الدائرة ذات المركز A ونصف القطر 1

◄ التمرين الثاني: (05.00)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=\frac{3}{2}$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$ بـ: $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+5}$

[00.75] ❶ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n>0$

[00.75] ❷ ادرس اتجاه تغير (u_n)، ثمّ استنتج أنها متقاربة

[00.50] ❸ أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $0<u_{n+1}<\frac{2}{5}u_n$

[00.75] ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: فإنّ $0<u_n<\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$، ثمّ أوجد $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$

❹ (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{4u_n}{2u_n+3}$

[00.50] ب/ بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$

[01.00] ج/ اكتب بدلالة n عبارة v_n و u_n

[00.25] د/ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$ بطريقة أخرى

[00.50] ❺ عيّن بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{6}{2u_0+3}+\frac{6}{2u_1+3}+\ldots+\frac{6}{2u_n+3}$

◄ التمرين الثالث: ﴿04.25﴾

يُراد تشكيل فرقة استكشاف للبرية تضم 3 أعضـــــاء منهم قائد ومُسعف ومقتفي أثر، من بين 4 رجال H_1، H_2، H_3 وH_4 و 3 نساء F_1، F_2 وF_3

[01.50] ❶ احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

A: "كل أعضاء الفرقة رجال"

B: "الفرقة تضم على الأكثر امرأة"

C: "H_1 هو المُسعف في هذه الفرقة"

[00.75] ❷ بيّن أنّ $P(B\cap C)=\frac{1}{5}$

❸ نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل فرقة بحث عدد الرجال فيها

[01.00] أ/ عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

[00.50] ب/ احسب احتمال الحدث: "$|X|<X^2$"

[00.50] ج/ احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X

◄ التمرين الرابع: ﴿07.75﴾

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$

[01.25] I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+x^2-2x^2\ln(x)$ ، و(C_g) تمثيلها البياني

[00.25] ❶ ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]0;+\infty[$، ثمّ شكل جدول تغيراتها

[00.25] ❷ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1.8<\alpha<1.9$

❸ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x^2+1}$ ، و(C_f) تمثيلها البياني

[01.00] ❶ احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا

[00.50] ❷ أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x\left(x^2+1\right)^2}$

[00.50] ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$، ثمّ شكل جدول تغيراتها

[00.75] ❸ بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$ ، ثمّ استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}

[01.25] ❹ عيّن إحداثي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل، ثمّ مثّل المنحنى (C_f)

III) G الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$، بـ $G(x)=\int_1^x g(t)\,dt$

[01.00] ❶ باستعمال المكاملة بالتجزئـــة ، بيّن أنّ الدالة $H:x\mapsto\frac{x^3}{3}\left(\ln x-\frac{1}{3}\right)$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto x^2\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$

[00.50] ❷ عيّن عبارة $G(x)$

[00.50] ❸ احسب بدلالة α العدد A_α مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_g) وحامل محور الفواصل والمستقيمان الذان معدلتاهما $x=1$ و $x=\alpha$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

◄ التمرين الأول: ﴿04.00﴾

نعتبر الصناديق غير الشفافة U ، V و W. حيث يحتوي الصندوق U على 3 كرات سوداء و 4 كرات حمراء. والصندوق V يحتوي على كرتين سوداوين و 6 كرات حمراء. والصندوق W يحتوي على خمس كرات مرقمة من 1 إلى 5.

كل الكرات لا نميز بينها باللمس

نضع:

$P(N)$ احتمال الحصول على كرة سوداء	$P(R)$ احتمال الحصول على كرة حمراء
$P(U)$ السحب من الصندوق U	$P(V)$ السحب من الصندوق من V

I) [01.50] نسحب عشوائيا من الصندوق U ثلاث كرات في آن واحد ، احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

A: "الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون"

B: "الحصول على كرة حمراء واحدة بالضبط"

C: "الحصول على كرة سوداء على الأكثر"

II) نختار كرة عشوائيا من الصندوق W، إذا ظهرت الكرة المسحوبة تحمل رقم مضاعف لـ3 نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U وإلا فإننا نسحب كرة عشوائيا من الصندوق V

❶ [01.00] أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة

❷ [00.75] بيّن أنّ احتمال الحصول على كرة حمراء هو: $P(R)=\frac{5}{7}$

❸ [00.75] إذا كانت الكرة المسحوبة سوداء، فما احتمال أن تكون من الصندوق V؟

◄ التمرين الثاني: ﴿04.50﴾

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A و B اللذان لاحقتاهما على الترتيب: z_A و z_B حيث: $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

α و β العددان المركبان حيث: $\alpha=\sqrt{3}-1+i\left(\sqrt{3}+1\right)$ و β يُحقق: $\alpha=2(1+i)\beta$

❶ [01.00] احسب α^2، ثمّ عين الطويلة وعمدة للعدد المركب α^2

❷ [01.00] استنتج الطويلة وعمدة للعدد المركب α، ثمّ اكتبه على الشكل المثلثي

❸ [00.75] عيّن القيم المضبوطة لـ $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

❹ [01.00] بيّن أنّ $\beta=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، ثم أكتب β على الشكل الجبري

❺ (γ) هي مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق: $|z-\sqrt{3}-i|=1$

أ/ [00.25] بيّن أن النقطة B تنتمي إلى (γ)

ب/ [00.50] عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (γ)

◄ التمرين الثالث: ﴿04.00﴾

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{4u_n}{u_n+2}$

❶ [00.75] برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $2<u_n\leq 4$

[00.50] ❷ أثبت أنّ (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

❸ (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{u_n - 2}\right)$

[00.75] أ/ بيّن أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

[01.00] ب/ اكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = \frac{2}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$

[00.50] ج/ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$

[00.50] ❹ اكتب بدلالة n المجموع S_n ، حيث: $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \ldots + e^{v_n}$

◄ التمرين الرابع: ﴿07.50﴾

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = xe^x + 1$

[01.00] ❶ ادرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$، ثمّ شكل جدول تغيراتها

[00.50] ❷ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x - 1}$ ، و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $1cm$)

[01.00] ❶ احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثمّ استنتج المستقيمات المقاربة لـ (C_f)

[00.50] ❷ أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$

[00.50] ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}^*$، ثمّ شكل جدول تغيراتها

[00.25] ❸ بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-0.6 < \alpha < -0.5$

[00.50] ❹ أ/ بيّن أن (D) المستقيم ذو المعادلة $y = -x$ مُقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

[00.50] ب/ ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (D)

[01.00] ❺ مثل بيانيا كل من (D) و (C_f)

[00.50] ❻ عيّن قيم الوسيط الحقيقي حتى تقبل المعادلة $m + f(x) = 0$ حلين مختلفين في الإشارة

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = \frac{x-1}{1-e^{-x}}$ ، و(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

[00.50] ❶ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $h(x) = f(-x) - 1$

[00.75] ❷ اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f)، ثمّ أنشئه

انتهى الموضوع الثاني

إمسح أو أنقر رمز الاستجابة السريعة لمشاهدة الحل المُفصل

تصحيح مُقترح لامتحان البكالوريا التجريبية

الشعبة: علوم تجريبية | الأستاذ: قويسم الخليل

الموضوع الأول

◄ [م1] التمرين الأول: ﴿03،00﴾

❶ العددان المركبان حلي الجملة (S) ، هما:

$(z_1;z_2) \in \{(-3+\sqrt{3}i\ ;\ \sqrt{3}i)\}$

خطأ | التبرير:

لدينا:
$$\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\overline{\alpha} + \overline{z_2} = -3 - 2i\sqrt{3} \end{cases}$$

تكافئ:
$$\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \dots (*) \\ 2z_1 + z_2 = -3 + 2i\sqrt{3} \dots (**) \end{cases}$$

بجمع $(*)$ و $(**)$ طرفا لطرف

نجد: $4z_1 = -6 + 2\sqrt{3}i$

ومنه:

$$\boxed{z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}$$

بتعويض قيمة z_1 في $(*)$ نجد:

$$2\left(-\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) - z_2 = -3$$

ومنه: $\boxed{z_2 = \sqrt{3}i}$

❷ العدد A حقيقي

صحيح | التبرير:

لدينا: $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ و $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ **ومنه:**

$$A = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1444} + \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2023}$$
$$= \left(e^{\frac{\pi}{3}i}\right)^{1444} + \left(e^{\frac{2\pi}{3}i}\right)^{2023} = e^{1444\times\frac{\pi}{3}i} + e^{2023\times\frac{2\pi}{3}i}$$
$$= e^{\left(481\pi+\frac{\pi}{3}\right)i} + e^{\left(1349\pi-\frac{\pi}{3}\right)i} = e^{\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)i} + e^{\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)i}$$
$$= \cos\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)$$
$$= -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = -1$$

❸ (Γ) هي: الدائرة ذات المركز A ونصف القطر 1

صحيح | التبرير:

$$|2\overline{z} - 2 - 4i| = |\sqrt{3} + i| \Rightarrow |2(\overline{z} - 1 - 2i)| = 2$$
$$\Rightarrow |2||\overline{z} - 1 - 2i| = 2$$
$$\Rightarrow \overline{|\overline{z} - 1 - 2i|} = 1$$
$$\Rightarrow |z - 1 + 2i| = 1$$
$$\Rightarrow |z - (1 - 2i)| = 1$$
$$\Rightarrow |z - z_A| = 1$$
$$\Rightarrow AM = 1$$

إذن: (Γ) هي الدائرة ذات المركز A ونصف القطر 1

◄ [م1] التمرين الثاني: ﴿05،00﴾

❶ برهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n > 0$:

نضع: $P(n): u_n > 0$

- لدينا: $u_0 = \frac{3}{2}$ معناه: $u_0 > 0$ إذن $P(0)$ محققة
- ليكن $n \in \mathbb{N}$: نفرض صحة $P(n)$ ونثبت صحة $P(n+1)$:
- لدينا:

$$u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5} = \frac{2u_n + 5 - 5}{2u_n + 5} = \frac{2u_n + 5}{2u_n + 5} - \frac{5}{2u_n + 5} = 1 - \frac{5}{2u_n + 5}$$

ولدينا:

$$u_n > 0 \Rightarrow 2u_n + 5 > 5$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2u_n + 5} < \frac{1}{5}$$
$$\Rightarrow -\frac{5}{2u_n + 5} > -1$$
$$\Rightarrow 1 - \frac{5}{2u_n + 5} > 0$$
$$\Rightarrow u_{n+1} > 0$$

إذن $P(n+1)$ محققة

حسب البرهان بالتراجع $P(n)$ محققة من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

❷ دراسة اتجاه تغير (u_n) :

$$u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n}{2u_n+5}-u_n$$
$$=\frac{2u_n-2(u_n)^2-5u_n}{2u_n+5}$$
$$=-\frac{u_n(2u_n+3)}{2u_n+5}$$

لدينا: $u_n>0$

ومنه: $\begin{cases}2u_n+3>0\\2u_n+5>0\end{cases}$

ومنه: $u_{n+1}-u_n<0$

إذن (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

- استنتاج أنها متقاربة:

بما أنّ (u_n) متتالية متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بـ 0، فهي متقاربة

❸

أ/ تبيين أن: $0<u_{n+1}<\frac{2}{5}u_n$:

$$u_n>0\Longrightarrow 2u_n+5>5$$
$$\Longrightarrow 0<\frac{1}{2u_n+5}<\frac{1}{5}$$
$$\Longrightarrow 0<\frac{2u_n}{2u_n+5}<\frac{2}{5}u_n$$
$$\Longrightarrow 0<u_{n+1}<\frac{2}{5}u_n$$

ب/ استنتاج أنّ $0<u_n<\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$:

لدينا: $0<u_{n+1}<\frac{2}{5}u_n$ ، ومنه:

$$\begin{cases}0<u_1<\frac{2}{5}u_0\\0<u_2<\frac{2}{5}u_1\\\vdots\\0<u_{n-1}<\frac{2}{5}u_{n-2}\\0<u_n<\frac{2}{5}u_{n-1}\end{cases}$$

بضرب أطراف المتراجحات طرفا لطرف نجد:

$$0<u_1\times u_2\times\ldots\times u_{n-1}\times u_n$$
$$<\frac{2}{5}u_0\times\frac{2}{5}u_1\times\ldots\times\frac{2}{5}u_{n-2}\times\frac{2}{5}u_{n-1}$$

ومنه: $0<u_n<\frac{2}{5}u_0\times\frac{2}{5}\times\ldots\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}$

ومنه: $0<u_n<u_0\left(\frac{2}{5}\right)^n$

ومنه: $0<u_n<\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$

- ايجاد $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$:

$$0<u_n<\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$$
$$\Longrightarrow 0<\lim_{n\to+\infty}u_n<\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)$$
$$\Longrightarrow 0<\lim_{n\to+\infty}u_n<0$$
$$\Longrightarrow \lim_{n\to+\infty}u_n=0$$

❹

أ/ تبيين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$:

$$v_{n+1}=\frac{4u_{n+1}}{2u_{n+1}+3}$$
$$=\frac{4\frac{2u_n}{2u_n+5}}{2\frac{2u_n}{2u_n+5}+3}$$
$$=\frac{8u_n}{10u_n+15}$$
$$=\frac{2(4u_n)}{5(2u_n+3)}=\frac{2}{5}v_n$$

ب/ كتابة بدلالة n عبارة v_n و u_n:

لدينا: $v_0=1$ ومنه: $\boxed{v_n=\left(\frac{2}{5}\right)^n}$ ،

ولدينا: $v_n=\frac{4u_n}{2u_n+3}$

ومنه: $v_n=\frac{4u_n+6-6}{2u_n+3}$

ومنه: $v_n=\frac{4u_n+6}{2u_n+3}-\frac{6}{2u_n+3}$

ومنه: $v_n=2-\frac{6}{2u_n+3}$

ومنه: $2-v_n=\frac{6}{2u_n+3}$

ومنه: $\frac{2-v_n}{6}=\frac{1}{2u_n+3}$

ومنه: $\frac{6}{2-v_n}=2u_n+3$

ومنه: $\frac{3}{2-v_n}-\frac{3}{2}=u_n$

ومنه: $\frac{3v_n}{2(2-v_n)}=u_n$

ومنه: $\boxed{u_n=\frac{3\left(\frac{2}{5}\right)^n}{2\left(2-\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)}}$

ج/ حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$ بطريقة أخرى:

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3\left(\frac{2}{5}\right)^n}{2\left(2-\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)}\right) = \frac{3\times 0}{2(2-0)} = 0$$

❺ تعيين بدلالة n المجموع S_n :

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{6}{2u_0+3}+\frac{6}{2u_1+3}+\cdots+\frac{6}{2u_n+3} \\ &= 2-v_0+2-v_1+\cdots+2-v_n \\ &= 2(n+1)-(v_0+v_1+\cdots+v_n) \\ &= 2(n+1)-\frac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{1-\frac{2}{5}} \\ &= 2(n+1)-\frac{5}{3}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right) \end{aligned}$$

◄ [م1] التمرين الثالث: ﴿04.25﴾

نختار 3 أعضاء من بين 4 رجال و 3 نساء، أي من بين 7 أشخاص، وعليه: عدد الفرق التي يمكن تشكيلها هو

$$A_7^3 = 210$$

❶ حساب احتمالات الأحداث:

- $P(A) = \frac{A_4^3}{A_7^3} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$
- $P(B) = \frac{A_4^3 + 3A_3^1A_4^2}{A_7^3} = \frac{96}{210} = \frac{22}{35}$
- $P(C) = \frac{A_1^1A_6^2}{A_7^3} = \frac{30}{210} = \frac{1}{7}$

❷ تبيين أنّ $P(B\cap C) = \frac{1}{5}$:

- $P(B\cap C) = \frac{A_1^1A_4^3 + 2A_1^1A_3^1A_3^1}{A_7^3} = \frac{42}{210} = \frac{1}{5}$

❸

أ/ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

لدينا: $X(0;1;2;3)$

حيث:

- $P(X=0) = \frac{A_3^3}{A_7^3} = \frac{6}{210} = \frac{1}{35}$
- $P(X=1) = \frac{3A_4^1A_3^2}{A_7^3} = \frac{72}{210} = \frac{12}{35}$
- $P(X=2) = \frac{3A_4^2A_3^1}{A_7^3} = \frac{108}{210} = \frac{18}{35}$
- $P(X=3) = P(A) = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$

ومنه:

x_i	0	1	2	3
$P(X=X_i)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$

ب/ حساب احتمال الحدث: "$|X| < X^2$":

$$P(|X|<X^2) = P(X=2)+P(X=3) = \frac{22}{35}$$

ج/ حساب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X:

$$\mathrm{E}(X) = \sum_{i=1}^{4} x_iP(x_i) = \frac{12}{7}$$

◄ [م1] التمرين الرابع: ﴿07.75﴾

(I

❶ دراسة تغيرات الدالة g على المجال $]0;+\infty[$:

- نهايات الدالة g

- $\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[x^2\left(\frac{1}{x^2}+1-2\ln x\right)\right] = -\infty$
- $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x) = 1$

- إشارة $g'(x)$

لدينا الدالة g قابلة للاشتقاق ودالتها المشتقة هي:

$$g'(x) = 2x-4x\ln x-\frac{2x^2}{x} = -4x\ln x$$

لدينا: $-4x<0$ على المجال $]0;+\infty[$

ولدينا: $\ln x = 0$ معناه: $x=1$

- جدول تغيرات الدالة g

x	0		1		$+\infty$
$-4x$	‖	$-$		$-$	
$\ln x$	‖	$-$	0	$+$	
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$g(x)$	‖	↗	2	↘	$-\infty$
	‖	1			

❷ تبيين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α :

لدينا: الدالة g مستمرة ورتيبة على $]1;+\infty[$

ولدينا: $\begin{cases} g(1.9)\approx -0.02 \\ g(1.8)\approx 0.43 \end{cases}$ ومنه: $g(1.9)\times g(1.8)<0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8<\alpha<1.9$

❸ استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$:

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$	0	$-$	

(II

❶ حساب $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} +\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، وتفسير النتائج هندسيا:

- $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = -\infty$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\frac{\ln x}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}\right) = 0$

لأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\ln x}{x^2}\right) = 0$

ومنه: (C_f) يقبل :

- مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 0$
- مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = 0$

❷

أ/ تبيين أنّ: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$:

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}(x^2+1) - 2x\ln x}{(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{\frac{x^2+1-2x^2\ln x}{x}}{(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{x^2+1-2x^2\ln x}{x(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{g(x)}{x(x^2+1)^2}$$

ب/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $]0;+\infty[$، وتشكيل جدول تغيراتها:

لدينا: $x(x^2+1)^2 > 0$ على المجال $]0;+\infty[$، ومنه:

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ 0

❸ تبيين أنّ $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$:

لدينا: $g(\alpha) = 0$

ومنه: $1+\alpha^2-2\alpha^2\ln(\alpha) = 0$

ومنه: $\ln\alpha = \dfrac{1+\alpha^2}{2\alpha^2}$ ، وعليه:

$$f(\alpha) = \frac{\ln\alpha}{\alpha^2+1} = \frac{\frac{1+\alpha^2}{2\alpha^2}}{\alpha^2} = \frac{1}{2\alpha^2}$$

• استنتاج حصرًا لـ $f(\alpha)$ سعته 10^{-2}:

لدينا: $1.8 < \alpha < 1.9$

ومنه: $2(1.8)^2 < 2\alpha^2 < 2(1.9)^2$

ومنه: $\dfrac{1}{2(1.9)^2} < \dfrac{1}{2\alpha^2} < \dfrac{1}{2(1.8)^2}$

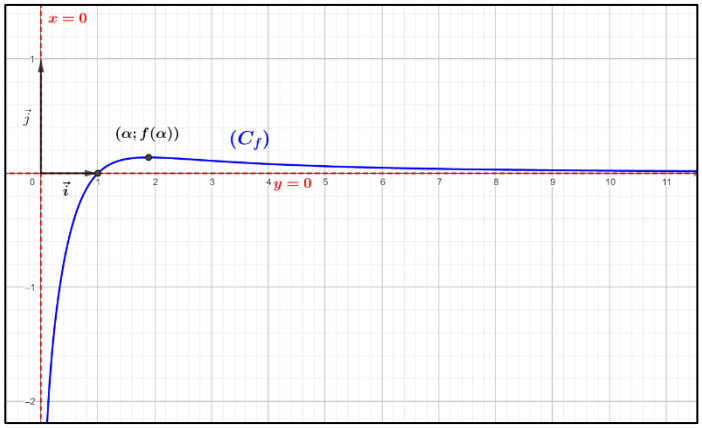
ومنه: $0.13 < f(\alpha) < 0.15$

❹ تعيين إحداثي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \frac{\ln x}{x^2+1} = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \Rightarrow x = 1$$

ومنه: $(C_f)\cap(xx') = \{(1;0)\}$

• تمثيل المنحنى (C_f):



(III)

❶ تبيين أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة h:

$$H(x) = \int h(x)dx = \int x^2\ln x\,dx$$

نضع: $u(x) = \ln x$ ومنه: $u'(x) = \frac{1}{x}$

$v'(x) = x^2$ $v(x) = \frac{1}{3}x^3$

وعليه:

$$H(x) = \int x^2\ln x\,dx = \frac{1}{3}x^3\ln x - \int \frac{1}{x}\frac{1}{3}x^3dx$$
$$= \frac{1}{3}x^3\ln x - \frac{1}{3}\int x^2dx$$
$$= \frac{1}{3}x^3\ln x - \frac{1}{9}x^3 + c$$
$$= \frac{1}{3}x^3\left(\ln x - \frac{1}{3}\right)$$

❷ تعيين عبارة $G(x)$:

$$G(x) = \int_1^x g(t)dt$$
$$= \int_1^x (1+t^2-2t^2\ln t)dt$$
$$= \int_1^x (1+t^2)dt - 2\int_1^x h(t)dt$$
$$= \left[t+\frac{1}{3}t^3 - 2H(t)\right]_1^x$$
$$= x+\frac{1}{3}x^3 - 2H(x) - 1 - \frac{1}{3} + 2H(1)$$
$$= x+\frac{1}{3}x^3\left(\frac{1}{3}-2\ln x\right) - \frac{14}{9}$$

❸ حساب بدلالة α العدد A_α :

$$A_\alpha = \int_1^\alpha g(x)dx = [G(x)]_1^\alpha$$
$$= \alpha+\frac{1}{3}\alpha^3\left(\frac{1}{3}-2\ln\alpha\right) - \frac{10}{9}$$

الموضوع الثاني

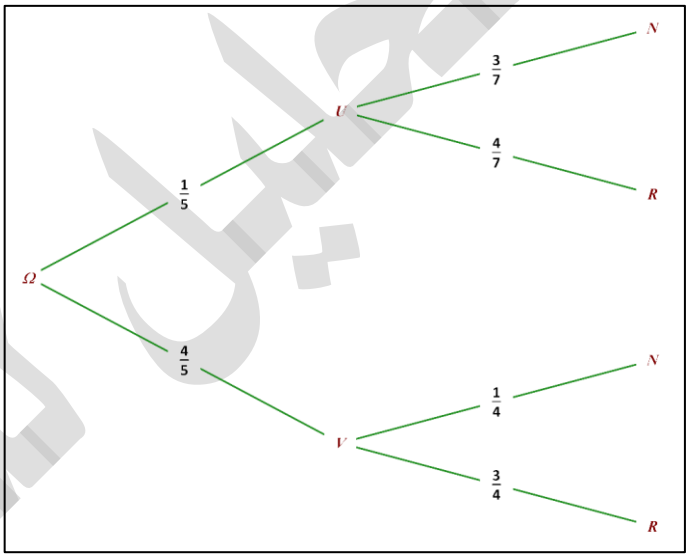
◄ [م2] التمرين الأول: ﴿04.00﴾

❶ حساب احتمال كل من الأحداث A، B و C

- $P(A)=\dfrac{C_3^2C_4^1+C_4^2C_3^1}{C_7^3}=\dfrac{30}{35}=\dfrac{6}{7}$
- $P(B)=\dfrac{C_4^1C_3^2}{C_7^3}=\dfrac{12}{35}$
- $P(C)=\dfrac{C_4^3+C_3^1C_4^2}{C_7^3}=\dfrac{22}{35}$

❷

أ/ انجاز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة:



ب/ تبيين أنّ $P(R)=\frac{5}{7}$:

$$P(R)=P(U\cap R)+P(V\cap R)=\frac{5}{7}$$

ج/ حساب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة من الصندوق V علما أنها سوداء:

$$P_N(V)=\frac{P(V\cap N)}{P(N)}=\frac{P(V\cap N)}{1-P(R)}=\frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}}{1-\frac{5}{7}}=\frac{7}{10}$$

◄ [م2] التمرين الثاني: ﴿04.50﴾

❶ حساب α^2:

$$\alpha^2=\left(\sqrt{3}-1+i(\sqrt{3}+1)\right)^2$$
$$=(\sqrt{3}-1)^2-(\sqrt{3}+1)^2+2(\sqrt{3}-1)i(\sqrt{3}+1)$$
$$=(\sqrt{3}-1)^2-(\sqrt{3}+1)^2+(2\sqrt{3}-2)(i\sqrt{3}+i)$$
$$=\boxed{-4\sqrt{3}+4i}$$

- تعيين الطويلة وعمدة للعدد المركب α^2:

لدينا: $|\alpha^2|=\sqrt{(-4\sqrt{3})^2+(4)^2}=\sqrt{64}=8$

ومنه:
$$\begin{cases}\cos\left(\arg\left(\alpha^2\right)\right)=\dfrac{-4\sqrt{3}}{8}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\left(\arg\left(\alpha^2\right)\right)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

ومنه: $\arg\left(\alpha^2\right)=\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi$ أي: $\arg\left(\alpha^2\right)=\pi-\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$

حيث: $k\in\mathbb{Z}$

❷ استنتاج الطويلة وعمدة للعدد المركب α:

لدينا:
$$|\alpha^2|=8\Rightarrow|\alpha|^2=8$$
$$\Rightarrow|\alpha|=\sqrt{8}$$
$$\Rightarrow\boxed{|\alpha|=2\sqrt{2}}$$

ولدينا:
$$\arg(\alpha^2)=\frac{5\pi}{6}+2k\pi\Rightarrow 2\arg(\alpha)=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$$
$$\Rightarrow\boxed{\arg(\alpha)=\frac{5\pi}{12}+k\pi}$$

- كتابة α على الشكل المثلثي:

$$\boxed{\alpha=2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right)}$$

❸ تعيين القيم المضبوطة لـ $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)$:

لدينا:
$$\begin{cases}\alpha=2\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)+i2\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)\\ \alpha=\sqrt{3}-1+i(\sqrt{3}+1)\end{cases}$$

ومنه:
$$\begin{cases}2\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=\sqrt{3}-1\\ 2\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=\sqrt{3}+1\end{cases}$$

ومنه:
$$\begin{cases}\cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\\ \sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\end{cases}$$

إذن:
$$\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right)=\frac{\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\boxed{2+\sqrt{3}}$$

❹ تبيين أنّ $\beta=e^{i\frac{\pi}{6}}$:

$$\alpha=2(1+i)\beta\Rightarrow\beta=\frac{\alpha}{2(1+i)}$$

لدينا: $\begin{cases}|1+i|=\sqrt{2}\\ \arg(1+i)=\frac{\pi}{4}+2k\pi\end{cases}$

ومنه: $1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

ولدينا: $\alpha=2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right)$

ومنه: $\alpha=2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$

إذن:

$$\beta=\frac{\alpha}{2(1+i)}=\frac{2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}}{2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}=e^{i\left(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{4}\right)}=e^{i\frac{\pi}{6}}$$

- كتابة β على الشكل الجبري:

لدينا:

$$\beta=e^{i\frac{\pi}{6}}=\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

نضع: $\beta=x+iy$ ومنه: $\begin{cases}x=\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ y=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}\end{cases}$

إذن: $\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

❺

أ/ تبيين أن النقطة B تنتمي إلى (γ):

لدينا:

$$|z_B-\sqrt{3}-i|=\left|\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i-\sqrt{3}-i\right|=\left|-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right|$$
$$=\sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=1$$

إذن: $B\in(\gamma)$

ب/ تعيين الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (γ):

لدينا:

$$|z-\sqrt{3}-i|=1\Rightarrow|z-(\sqrt{3}+i)|=1$$
$$\Rightarrow|z-z_A|=1$$
$$\Rightarrow AM=1$$

إذن: (γ) هي دائرة مركزها النقطة A ونصف قطرها 1

◄ [م2] التمرين الثالث: ﴿04.00﴾

❶ برهان بالتراجع أنّ: $2<u_n\leq 4$:

لدينا:

$$u_{n+1}=\frac{4u_n}{u_n+2}=\frac{4u_n+8-8}{u_n+2}=\frac{4u_n+8}{u_n+2}-\frac{8}{u_n+2}$$
$$=4-\frac{8}{u_n+2}$$

نضع: $P(n):\ 2<u_n\leq 4$

• لدينا: $2<u_0\leq 4$ ومنه: $2<4\leq 4$

إذن: $P(0)$ محققة

• ليكن $n\in\mathbb{N}$:

نفرض صحة $P(n)$ ونثبت صحة $P(n+1)$

• لدينا: $2<u_n\leq 4$

ومنه: $4<u_n+2\leq 6$

ومنه: $\frac{1}{6}\leq\frac{1}{u_n+2}<\frac{1}{4}$

ومنه: $-2<-\frac{8}{u_n+2}\leq-\frac{8}{6}$

ومنه: $2<4-\frac{8}{u_n+2}\leq\frac{8}{3}$

ومنه: $2<4-\frac{8}{u_n+2}\leq 4$

ومنه: $2<u_{n+1}\leq 4$

❷ دراسة اتجاه تغير (u_n):

$$u_{n+1}-u_n=u_{n+1}=\frac{4u_n}{u_n+2}-u_n$$
$$=\frac{4u_n-(u_n)^2-2u_n}{u_n+2}=\frac{2u_n-(u_n)^2}{u_n+2}$$
$$=\frac{u_n(2-u_n)}{u_n+2}$$

لدينا: $2<u_n\leq 4$ ومنه: $\begin{cases}u_n>0\\ 2-u_n<0\\ u_n+2>0\end{cases}$

إذن (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

❸

أ/ اتبيين أن (v_n) متتالية حسابية:

$$v_{n+1}=\ln\left(\frac{u_{n+1}}{u_{n+1}-2}\right)=\ln\left(\frac{\frac{4u_n}{u_n+2}}{\frac{4u_n}{u_n+2}-2}\right)$$
$$=\ln\left(\frac{4u_n}{2u_n-4}\right)=\ln\left(\frac{4}{2}\times\frac{u_n}{u_n-2}\right)$$
$$=\ln(2)+\ln\left(\frac{u_n}{u_n-2}\right)$$
$$=\ln(2)+v_n$$

إذن (v_n) حسابية أساسها $\ln(2)$ وحدها الأول v_0 حيث:

$$v_0=\ln\left(\frac{u_0}{u_0-2}\right)=\ln(2)$$

ب/ كتابة v_n بدلالة n:

$v_n = \ln(2) + n\ln(2) = (n+1)\ln 2 = \boxed{\ln 2^{n+1}}$

- استنتاج أنّ : $u_n = \frac{2}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$

لدينا : $v_n = \ln\left(\frac{u_n}{u_n - 2}\right)$

ومنه : $e^{v_n} = \frac{u_n}{u_n - 2}$

ومنه : $u_n e^{v_n} - 2e^{v_n} - u_n = 0$

ومنه : $u_n(e^{v_n} - 1) = 2e^{v_n}$

ومنه : $u_n = \frac{2e^{v_n}}{e^{v_n} - 1}$

ومنه : $u_n = \frac{2 \times 2^{n+1}}{2^{n+1} - 1}$

ومنه : $u_n = \frac{2 \times 2^{n+1}}{2^{n+1} - 1} \times \frac{2^{-n-1}}{2^{-n-1}}$

ومنه : $u_n = \frac{2}{1 - 2^{-n-1}} = \frac{2}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$

ج/ حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$:

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}\right) = \frac{2}{1-0} = 2$$

لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = 0$

❹ اكتب بدلالة n كل من S_n و P_n :

لدينا: $e^{v_n} = e^{\ln 2^{n+1}} = 2^{n+1}$ ومنه:

$$\begin{aligned} S_n &= e^{v_0} + e^{v_1} + \cdots + e^{v_n} \\ &= 2^{0+1} + 2^{1+1} + \cdots + 2^{n+1} \\ &= 2(2^0 + 2^1 + \cdots + 2^n) \\ &= 2\left(\frac{2^{n+1}-1}{2-1}\right) \\ &= 2(2^{n+1} - 1) \end{aligned}$$

و $P_n = (u_0+2)(u_1+2)\times\ldots\times(u_n+2)$

◄ [م2] التمرين الرابع: ﴿07.50﴾

(I

❶ دراسة تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$:

- النهايات:

- $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 1$

لأنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$

- إشارة $g'(x)$

لدينا الدالة g قابلة للاشتقاق ودالتها المشتقة هي:

$g'(x) = e^x + xe^x = e^x(1+x)$

لدينا: $e^x > 0$

ولدينا: $1 + x = 0$ معناه: $x = -1$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	↘	$g(-1)$	↗	$+\infty$

❷ استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

لدينا: $g(-1) = 1 - e^{-1} \approx 0.63 > 0$

الدالة g تبلغ قيمة حدية صغرى موجبة تماما

إذن: $g(x) > 0$

(II

❶ حساب نهايات الدالة f:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{e^x\left(1+\frac{x}{e^x}\right)}{e^x\left(1-\frac{1}{e^x}\right)}\right] = 1$

لأنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x} = 0$

- $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x) = -\infty$ • $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = +\infty$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل:

- مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = 0$
- مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 1$

❷ أ/ تبيين أنّ: $f'(x) = -\frac{g(x)}{(e^x-1)^2}$

لدينا الدالة f قابلة للاشتقاق ودالتها المشتقة هي:

$$f'(x) = \frac{(e^x+1)(e^x-1) - e^x(e^x+x)}{(e^x-1)^2} = \frac{-1-xe^x}{(e^x-1)^2} = -\frac{g(x)}{(e^x-1)^2}$$

ب/ استنتاج اتجاه تغير f وتشكيل جدول تغيراتها:

لدينا: $(e^x-1)^2 > 0$ ومنه:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		‖		$-$
$f(x)$	$+\infty$	↘	‖	↘	1
			$-\infty$		

❸ تبيين أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-0.6 < \alpha < -0.5$:

الدالة f مستمرة ورتيبة على المجال $]-\infty; 0[$

ولدينا $\begin{cases} f(-0.6) \approx 0.11 \\ f(-0.5) \approx -0.27 \end{cases}$

أي: $f(-0.6) \times f(-0.5) < 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]-0.6;-0.5[$

❹ أ/ تبيين أن (D) مُقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$:

لدينا:

$$\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(-x)]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{e^x+x}{e^x-1}+x\right]$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{e^x+x+xe^x-x}{e^x-1}\right]$$
$$=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{e^x+xe^x}{e^x-1}\right]=\frac{0}{-1}=0$$

إذن: (D) مُقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

ب/ دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (D):

$$f(x)-(-x)=\frac{e^x+xe^x}{e^x-1}=\frac{e^x(x+1)}{e^x-1}$$

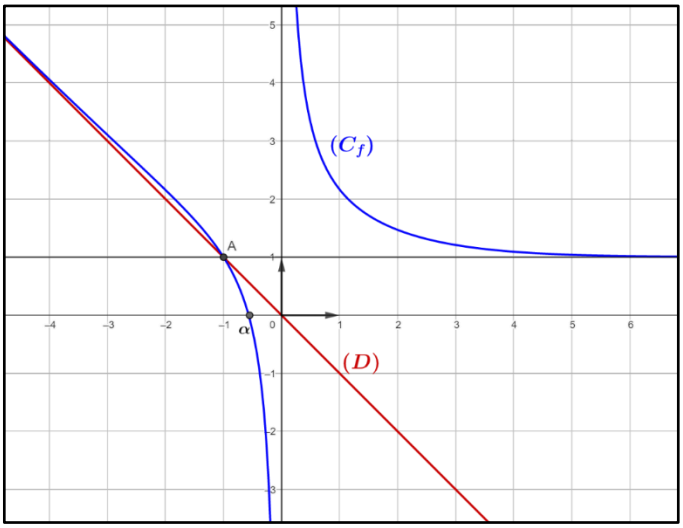
لدينا: $e^x>0$

ولدينا: $x+1=0$ معناه $x=-1$

ولدينا: $e^x-1\neq 0$ معناه: $x\neq 0$

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$x+1$	$-$		0	$+$		$+$	
e^x-1	$-$			$-$		$+$	
$f(x)-(-x)$	$+$		0	$-$		$+$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (D)		(C_f) يقطع (D) في $A(-1;1)$	(C_f) تحت (D)		(C_f) فوق (D)	

❺ تمثيل بيانيا كل من (D) و (C_f):



❻ تعيين قيم الوسيط الحقيقي حتى تقبل المعادلة $m+f(x)=0$ حلين مختلفين في الإشارة:

لدينا: $m+f(x)=0$ معناه: $f(x)=-m$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلات $y=-m$

إذن قيم الوسيط m حتى المعادلة $m+f(x)=0$ حلين مختلفين في الإشارة،

هي: $(-m)\in]1;+\infty[$ أي لما $m\in]-\infty;-1[$

III)

❶ تبيين أنّ $h(x)=f(-x)-1$:

$$h(x)=f(-x)-1=\frac{e^{-x}-x}{e^{-x}-1}-1$$
$$=\frac{e^{-x}-x-e^{-x}+1}{e^{-x}-1}=\frac{1-x}{e^{-x}-1}$$
$$=\frac{x-1}{1-e^{-x}}=h(x)$$

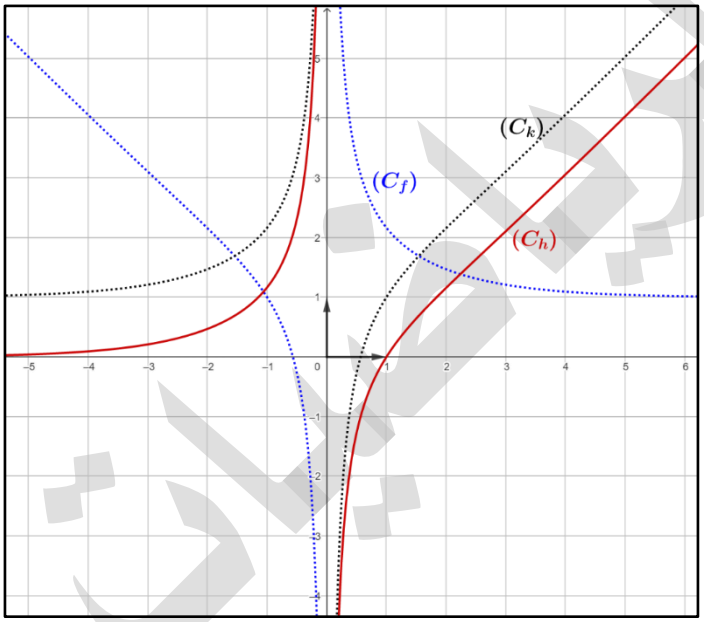
❷ شرح كيف يمكن إنشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f):

نضع: $f(-x)=k(x)$

ومنه: $h(x)=f(-x)-1$

معناه: $h(x)=k(x)-1$

- نرسم (C_k) منحنى الدالة k ، حيث (C_k) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب
- نرسم (C_h) صورة (C_k) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$
- الإنشاء:



بالتوفيق في شهادة البكالوريا

❤ لا تنسونا من صالح دعائكم ❤