الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات — **دورة : 2023**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي - مقترح 02 -

الشعبة : علوم تجريبية — **من إعداد الأستاذ : بورنان عبدالرحمان**

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 3 سا و 30 د**

التمرين الأول :

عيّن الاقتراح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

① حل المعادلة التفاضلية $y' = -2y + 4$ الذي يحقق $y(0) = 2024$ هو الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب :

أ) $h(x) = 2022e^{-2x} + 2$	ب) $h(x) = 2021e^{-2x} + 2$	ج) $h(x) = 2024e^{-2x} - 2$

② متتالية حسابية حدها الأول $v_0 = 1$ و أساسها $r = 2$ ، نضع : $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times \ldots \times e^{v_n}$ (v_n)

عبارة P_n هي :

أ) $e^{n(n+1)}$	ب) $e^{(n+1)^2}$	ج) $e^{-n(n+1)}$

③ الدّالة الأصلية F والتي تُحقّق : $F(1) = 0$ للدّالة f المُعرّفة على $]0, +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{x+1}{x}$ هي الدّالة :

أ) $F(x) = x - 1 + lnx$	ب) $F(x) = 1 - x + lnx$	ج) $F(x) = ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

④ تتكون مجموعة من الأشخاص من 5 رجال و 3 نساء نريد تشكيل لجنة مكونة من 3 أشخاص رئيس نائب و كاتب ، احتمال أن تكون اللجنة تضم رجل و امرأتان هو

أ) $\frac{5}{56}$	ب) $\frac{15}{56}$	ج) $\frac{45}{512}$

التمرين الثاني :

المتتالية العددية (U_n) معرفة بحدّها الأوّل U_0 حيث : $U_0 = 0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3}{8}(U_n + 5)$

① برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_n < 3$

② بيّن أنّ (U_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة .

③ المتتالية العددية (V_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ ب : $V_n = 3(3 - U_n)$

أ/ أحسب V_0 ثم بيّن أنّ المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{3}{8}$

ب/ أكتب بدلالة n عبارة الحد العام V_n ثمّ أستنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $U_n = 3 - 3\left(\frac{3}{8}\right)^n$

ج/ أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

④ نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $P_n = (3 - U_0) \times (3 - U_1) \times \ldots \times (3 - U_n)$

أحسب P_n بدلالة n

التمرين الثالث :

يُراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 ، H_3 و امرأتان F_1 و F_2 نعتبر الحوادث A ، B ، C حيث :

A " عضوا اللجنة من نفس الجنس " B " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين "

C " H_1 عضو في اللجنة "

①أ/ أحسب $p(A)$ ، $p(B)$ احتمال A و B على الترتيب

ب/ بيّن أن $p(C)$ احتمال الحدث C يساوي $\frac{2}{5}$

②المتغير العشوائي X يرفق بكلّ إمكانية اختيار لعضوين عدد الرّجال في اللّجنة

برّر أنّ مجموعة قيم X هي $\{0;1;2\}$

③عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع :

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ ب : $g(x)=\frac{2x^2-2x-1}{x^2}+lnx$

①بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

② أ/ بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2<\alpha<1,3$

ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ ب : $f(x)=\left(\frac{1}{x}-2-lnx\right)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

①أ/ بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

ب/ فسّر النتيجتين السابقتين بيانيا

②أ/ بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما : $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$

ب/ استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f و شكّل جدول تغيراتها

③أنشئ المنحنى (C_f) (نأخذ : $f(0,65)\approx 0$ و $f(\alpha)\approx -0,4$)

III) F الدّالة العددية المعرفّة على $]0;+\infty[$ ب : $F(x)=e^{-x}(2+lnx)$

أ/ تحقّق أنّ الدالة F دالة أصلية للدّالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب/ نضع $S(\lambda)=\int_{\lambda}^{1/2} f(x)\,dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق : $0<\lambda<\frac{1}{2}$

أحسب $S(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .