الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
مديرية التربية لولاية برج بوعريريج
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

ثانوية بلعروسي بن يحي – الرابطة -

دورة ماي : 2024

اختبار في مادة : الرياضيات

المدة: 03سا و 30 دقيقة

**التمرين الأول (4 نقاط):**

لتكن $(u_n)$ متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$ .

1) عين العددين الحقيقيين $a$ ، $b$ حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$ .ثم برهن بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $-2 < u_n < 1$ .

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ؛ ثم استنتج أن $(u_n)$ متقاربة .

3) لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي $n$: $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$ .

- بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول. أكتب $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$ .
- أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

4) أحسب المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + \ldots + \frac{5^n}{v_n}$ .

**التمرين الثاني (5 نقاط):**

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $C$ : $(z - \sqrt{3})(z^2 - \sqrt{3}z + 1) = 0$ .

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$ ، لتكن $A$ ، $B$ و $C$ نقط لواحقها على الترتيب: $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ ، $z_B = \sqrt{3}$ ، $z_C = \overline{z_A}$ .

- أثبت أن $z_A^{1954} + z_C^{2024} = 0$ ثم عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب.

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث $ABC$ .

4) عين $z_E$ لاحقة النقطة $E$ صورة $B$ بالتشابه المباشر $S$ الذي مركزه $A$ ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ؛ ثم بين أن النقط $A$ ؛ $C$ و $E$ في استقامية .

5) عين مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ بحيث يكون $\frac{z - z_A}{z - z_C}$ تخيليا صرفا ؛ ( $z \neq z_C$ ) .



www.dzexams.com

**التمرين الثالث (4 نقاط):**

I) يحتوي وعاء على $n$ كرة بيضاء ( $n$ عدد طبيعي) ، و 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء ، نسحب منه عشوائيا كريتين في أن واحد .

1. ما هو احتمال الحصول على كريتين بيضاوين ؟
2. نرمز بـ $P(n)$ الى احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون .

أ) بين أن : $P(n)=\frac{n^2-n+26}{(n+8)(n+7)}$ ب) احسب $\lim\limits_{n} P(n)$ ، فسر النتيجة .

II) نضع $n=4$ ، احسب $P(4)$ .

نسمي سحبا كل سحب عشوائي لكرتين في آن واحد من هذا الوعاء. يقوم لاعب بإنجاز سحبين مستقلين عن بعضهما بحيث يعيد إلى الوعاء الكرتين المسحوبتين منه في السحب الأول.مقابل إجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مقدما مبلغا قدره 30 دينارا، ومن أجل كل سحب يتحصل على 40 دينار إن كانت الكرتان من نفس اللون، ويتحصل على 5 دنانير فقط إن كانتا من لونين مختلفين. نسمي ربحا لهذا اللاعب الفرق بين مجموع ما يتحصل عليه من السحبين والمبلغ الذي دفعه مقدما (يمكن أن يكون الربح موجبا أو سالبا). نعرف المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحبين مستقلين ربح هذا اللاعب

- ماهي قيم $X$ الممكنة ، عين قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ ، واحسب امله الرياضياتي .

**التمرين الرابع (7 نقاط):** المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$ ،

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ؛ $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $g$ .

2- ادرس إشارة $g(x)$ . ( لاحظ أن $g(1)=0$ )

II) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ وليكن $(C)$ منحناها البياني .

1- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x})=f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

3- أنشئ المنحنى $(C)$ .

4- بين أن الدالة $h:x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln(x)$ على $]0,+\infty[$ ؛ ثم باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن $\int_1^e (\ln x)^2 dx=e-2$ ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C)$ و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$ .



www.dzexams.com

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول (5 نقاط):

ا) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$ .

- استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول $z$ حيث: $(\overline{z}+2)^2-6(\overline{z}+2)+10=0$

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط $A$، $B$، $C$، $D$ لاحقاتها على الترتيب :

$z_A=3-i$ و $z_B=3+i$ و $z_C=1+i$ و و $z_D=1-i$

- عين الكتابة المركبة للدوران $r$ الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3) $E$ النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و $F$ صورتها بالدوران $r$ ؛ تحقق أن لاحقة $F$ هي $z_F=5+3i$

- عين لاحقة النقطة $H$ صورة $F$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$

4) مثل النقاط $A$ ، $B$ ، $E$ ، $F$ و $H$ و عين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$ .

5) عين المجموعة $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث : $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ وذلك عندما $k$ يمسح $\mathbb{R}^*$ .

- عين المجموعة $(E)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$ .

### التمرين الثاني (4 نقاط):

- أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة من الحالات الآتية :

1)- حجم المجسم المولد بالدوران حول محور الفواصل للتمثيل البياني للدالة $f$ المعرفة على المجال $[1,e]$ بـــ : $f(x)=\frac{2(Lnx)^2}{\sqrt{x}}$ هو : $V=\frac{4\pi}{5}uv$ ؟

2)- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x=\frac{1}{2023}$

3)- من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ : $1+3^{\frac{1}{2}}+3+3^{\frac{3}{2}}+.....+3^{\frac{n}{2}}=\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(3^{\frac{n+1}{2}}-1\right)}{2}$

4)- $(U_n)$ و $(V_n)$ متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}^*$ بـــ : $U_n=\frac{1}{2}-\frac{e}{n}$ ، $V_n=Ln\sqrt{\frac{3}{n}+e}$ .

المتتاليتان $(U_n)$ و $(V_n)$ متجاورتان ؟



www.dzexams.com

**التمرين الثالث (4 نقاط):**

تتكون مجموعة اشخاص من 8 رجال و 4 نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم وامرأة واحدة اسمها فاطمة، نريد تكوين لجنة مكونة من 3 أعضاء، نعتبر الاحداث التالية:

$A$ "اللجنة تضم 3 رجال" $B$ "اللجنة من جنسين مختلفين" $C$ "اللجنة تضم اما إبراهيم او فاطمة"

1. بين أن $P(A)=\frac{14}{55}$ ثم احسب $P(B)$ و $P(C)$ .
2. علما ان اللجنة من جنسين مختلفين ما احتمال ان تكون تضم إبراهيم .
3. ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة .
   أ) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ .
   ب) احسب امله الرياضياتي $E(X)$ .
   ج) احسب $P(|X|>\ln C_6^1)$ .
4. نختار الان لجنة من نفس الأشخاص مكونة من رئيس و نائب و مساعدين .
   - ما احتمال ان تكون اللجنة من جنسين مختلفين ؟

**التمرين الرابع (7 نقاط):**

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ . حيث $a$ ؛ $b$ و $c$ أعداد حقيقية و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-عين الأعداد الحقيقية $a$ ؛ $b$ و $c$ بحيث يقبل $(C_f)$ عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x)=0$ .

2-نضع $a=1$ , $b=0$ , $c=-3$

- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها .

3-أكتب معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل .

4-أرسم $(T)$ و $(C_f)$ .

5-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $\mathbb{R}$ فإن $f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$ .

6-أحسب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$

7- $m$ وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$ .

إنتهى الموضوع الثاني – تمنياتي لكم بالنجاح في البكالوريا

www.dzexams.com

# التصحيح المفصل للاختبار التجريبي للشعبة العلوم التجريبية ماي 2024

## الموضوع الأول

### التمرين الأول ( 4 نقاط ) :

لتكن $(u_n)$ متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$ .

1) تعيين العددين الحقيقيين $a$ ، $b$ حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$ بالقسمة الاقليدية نجد

$$u_{n+1} = \frac{3u_n + 12 - 10}{u_n + 4} = 3 - \frac{10}{u_n + 4}$$ و منه $a = 3$ ، $b = -10$

البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $-2 < u_n < 1$

لدينا $u_0 = \frac{1}{4}$ و منه $-2 < u_0 < 1$ محققة

نفرض أن $-2 < u_n < 1$ و لنبرهن أن $-2 < u_{n+1} < 1$

الطريقة الأولى :

نبرهن أن $-2 < u_{n+1}$ أي $2 + u_{n+1} > 0$

$2 + u_{n+1} = 2 + 3 - \frac{10}{u_n + 4} = \frac{5u_n + 12 - 10}{u_n + 4} = \frac{5u_n + 2}{u_n + 4}$ موجبة لان $2 + u_n > 0$ و منه $2 + u_{n+1} > 0$ .

نبرهن أن $u_{n+1} < 1$ أي $u_{n+1} - 1 < 0$

$u_{n+1} - 1 = 3 - \frac{10}{u_n + 4} - 1 = \frac{2u_n + 8 - 10}{u_n + 4} = \frac{2u_n - 2}{u_n + 4} = 2\left(\frac{u_n - 1}{u_n + 4}\right)$ عدد سالب لان $-2 < u_n < 1$ و منه $u_{n+1} < 1$

و منه $-2 < u_{n+1} < 1$ إذن من أجل عدد طبيعي $n$ فإن $-2 < u_n < 1$

الطريقة الثانية :

لدينا الدالة المرفقة هي $f$ حيث $f(x) = \frac{3x + 2}{x + 4}$ و دالتها المشتقة هي $f'(x) = \frac{10}{(x+4)^2}$

و منه $f$ متزايدة على المجال $[-2;1]$ .

$-2 < u_n < 1$ و منه نجد $f(-2) < f(u_n) < f(1)$ كون أن $f$ متزايدة أي ان $-2 < u_{n+1} < 1$

و منه من أجل عدد طبيعي $n$ فإن $-2 < u_n < 1$

2) دراسة اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ :

$u_{n+1} - u_n = = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4} - u_n = \frac{3u_n + 2 - u_n^2 - 4u_n}{u_n + 4} = \frac{-u_n^2 - u_n + 2}{u_n + 4} = -\frac{(u_n - 1)(u_n + 2)}{u_n + 4}$ الفرق موجب لأن $-2 < u_n < 1$

و منه المتتالية متزايدة .

استنتاج أن $(u_n)$ متقاربة : بما ان المتتالية متزايدة و محدودة من الاسفل فهي متقاربة .

3) لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$

تبيين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول لدينا :

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 2}{1 - u_{n+1}} = \frac{\frac{3u_n + 2}{u_n + 4} + 2}{1 - \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}} = \frac{3u_n + 2 + 2u_n + 8}{u_n + 4 - 3u_n - 2} = \frac{5u_n + 10}{-2u_n + 2} = \frac{5}{2}\left(\frac{u_n + 2}{1 - u_n}\right) = \frac{5}{2}v_n$$



www.dzexams.com

و منه المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ و حدها الأول $v_0=\frac{u_0+2}{1-u_0}=\frac{\frac{1}{4}+2}{1-\frac{1}{4}}=\frac{9}{3}=3$

كتابة $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$ : $v_n=3\left(\frac{5}{2}\right)^n$

لدينا $v_n=\frac{u_n+2}{1-u_n}$ أي ان $v_n-u_nv_n=u_n+2$ و منه $u_n+u_nv_n=v_n-2$ أي ان $u_n(1+v_n)=v_n-2$ و

منه $u_n=\frac{v_n-2}{1+v_n}=\frac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n-2}{1+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}$ .

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n-2}{1+3\left(\frac{5}{2}\right)^n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}=1$

4) حساب المجموع : $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{5}{v_1}+\frac{5^2}{v_2}+\ldots.+\frac{5^n}{v_n}$ بوضع. $t_n=\frac{5^n}{v_n}=\frac{5^n}{3\left(\frac{5}{2}\right)^n}=\frac{2^n}{3}$ و منه $(t_n)$ متتالية هندسية

أساسها 2 و حدها الأول $t_0=\frac{1}{v_0}=\frac{1}{3}$ و منه $S_n=t_0+t_1+t_2+..t_n=t_0\left(\frac{2^{n+1}-1}{2-1}\right)=\frac{1}{3}\left(2^{n+1}-1\right)$

## التمرين الثاني (5 نقاط ) :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $C$ : $\left(z-\sqrt{3}\right)\left(z^2-\sqrt{3}\,z+1\right)=0$ يكافئ $z-\sqrt{3}=0$ او

$z^2-\sqrt{3}z+1=0$ أي ان $z=\sqrt{3}$ و نحسب المميز للمعادلة الثانية $\Delta=-1$ للمعادلة حلين هما

$z'=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $z''=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ مجموعة الحلول هي $S=\left\{\sqrt{3}\,;\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\,;\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right\}$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، لتكن $A$ ، $B$ و $C$ نقط لواحقها على الترتيب:

$z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_B=\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z}_A$ .

اثبات أن $z_A^{1954}+z_C^{2024}=0$ نكتب العددان على الشكل الأسي $z_A=e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و $z_C=e^{i\frac{\pi}{6}}$ و منه

$z_A{}^{1954}=\left(e^{-i\frac{\pi}{6}}\right)^{1954}$ و منه $z_A{}^{1954}=e^{-\left(326\pi-\frac{2\pi}{6}\right)i}=cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+i\,sin\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

و $z_C{}^{2024}=\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{2024}$ و منه $z_C{}^{2024}=e^{\left(337\pi+\frac{\pi}{3}\right)i}=cos\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)+i\,sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ومنه $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i=0$



www.dzexams.com

تعيين قيم العد الطبيعي $n$ بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقي موجب

لدينا مما سبق و حسب دستور موفر

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\left(e^{-\frac{\pi}{3}i}\right)^n=e^{-\frac{n\pi}{3}i}=\cos\left(\frac{-\pi n}{3}\right)+i\sin\left(\frac{-n\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)-i\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)$$

يكون عددا حقيقيا موجب يعني ان $\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)=1$ و $\sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)=0$ أي ان $\left(\frac{n\pi}{3}\right)=2\pi k$ و $k$ عدد طبيعي و منه نجد $n=6k$ و $k$ عدد طبيعي

3) كتابة العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي لدينا

$$\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i}{\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i}=\frac{i}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i}=\frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{e^{\frac{\pi}{6}i}}=e^{-\frac{\pi}{3}i}$$

استنتاج طبيعة المثلث $ABC$ بما أن $\left|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right|=1$ و $\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)=\frac{\pi}{3}+2\pi k\ :\ k\in Z$ فإن المثلث $ABC$ متقايس الأضلاع .

4) تعيين $z_E$ لاحقة النقطة $E$ صورة $B$ بالتشابه المباشر $S$ الذي مركزه $A$ ونسبته 2 وزاويته $\frac{\pi}{3}$

$$z_E=2e^{\frac{\pi}{3}i}z_B+\left(1-2e^{\frac{\pi}{3}i}\right)z_A \text{ و منه}$$

$$z_E=2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\sqrt{3}\right)+\left(1-1-i\sqrt{3}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right) \text{ ومنه}$$

$$z_E=\sqrt{3}+3i-i\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$$

اثبات أن النقط $A$ ؛ $C$ و $E$ في استقامية لدينا $z_E-z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i-\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}=2i$ و

$z_C-z_A=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i-\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}=i$ و منه $z_E-z_A=2(z_C-z_A)$ أي ان

$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AC}$ و منه النقط $A$ ؛ $C$ و $E$ في استقامية.

5) تعين مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ بحيث يكون $\frac{z-z_A}{z-z_C}$ تخيليا صرفا $(z\neq z_C)$

يعني أن $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}+\pi k\ :k\in Z$ و هذا يعني أن $\left(\overrightarrow{MC};\overrightarrow{MA}\right)=\frac{\pi}{2}+\pi k$ و منه

$\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}=0$ و منه مجموعة النقط $M$ هي الدائرة ذات القطر $[AC]$ ما عدا $A$ و $C$.



www.dzexams.com

## التمرين الثالث (4 نقاط) :

I) 1- احتمال الحصول على كريتين بيضاوين :

مجموعة الإمكانيات هي توفيقات ذات كرتين من بين $n+8$ كرة، منه عدد الحالات الممكنة هو:

$$C_{n+8}^2 = \frac{(n+8)(n+7)}{2}$$

نعرف الحادثة $B$ :« سحب كرتين من لون أبيض » ،عدد الحالات المناسبة هو عدد التوفيقات ذات كريتين بيضاويتين من بين $n$ كرة بيضاء أي هو : $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ ومنه : $P(B) = \frac{C_n^2}{C_{n+8}^2} = \frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$

2- أ- تبيان أن $P(n) = \frac{n^2-n+26}{(n+8)(n+7)}$:

نعرف الحادثتين $R$ :« سحب كرتين حمراوتين » و $V$ :« سحب كرتين خضراوتين » إذن لدينا :

$$P(R) = \frac{C_5^2}{C_{n+8}^2} = \frac{20}{(n+8)(n+7)} \text{ و } P(V) = \frac{C_3^2}{C_{n+8}^2} = \frac{6}{(n+8)(n+7)}$$

بما أن الاحداث $R$ ; $V$ و $B$ منفصلة مثنى مثنى فإن :

$$P(n) = P(B) + P(R) + P(V)$$
$$= \frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)} + \frac{20}{(n+8)(n+7)} + \frac{6}{(n+8)(n+7)} = \frac{n^2-n+26}{(n+8)(n+7)}$$

ب- حساب $\lim_n P(n)$ : بالحساب المباشر نجد أن $\lim_n P(n) = 1$

تفسر هذه النتيجة على انه إذا كان عدد الكرات البيضاء كبير بما فيه كفاية، فإن نتيجة سحب كرتين من نفس اللون شبه مؤكدة .

II) حساب $P(4)$ : بتعويض قيمة $n$ بـ 4 في عبارة $P(n)$ نجد : $P(4) = \frac{19}{66}$

**أ) قيم المتغير العشوائي $X$ الممكنة :**

- "إذا تحصل اللاعب على كرتين من نفس اللون في كلا السحبين $X = -30 + 40 + 40 = 50$ "
- "إذا تحصل اللاعب مرة واحدة على كرتين من نفس اللون $X = -30 + 40 + 5 = 15$ "
- "إذا تحصل اللاعب على كرتيتن من لونين مختلفين في كلا السحبين $X = -30 + 5 + 5 = -20$ "

**ب) تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ :**

لدينا فرضا أن السحبين مستقلين عن بعضهما البعض اذن ينتج :

$$P(X = 50) = P(4) \times P(4) = \left(\frac{19}{66}\right)^2 = \frac{361}{4356}$$

$$P(X = 15) = P(4) \times \left(1 - P(4)\right) \times \frac{2!}{1!\,1!} = \frac{19}{66} \times \frac{47}{66} \times 2 = \frac{1786}{4356}$$

$$P(X = -20) = \left(1 - P(4)\right) \times \left(1 - P(4)\right) = \left(\frac{47}{66}\right)^2 = \frac{2209}{4356}$$



www.dzexams.com

ج) **حساب الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ :**

$$E(X)=50\times\frac{361}{4356}+15\times\frac{1786}{4356}-20\times\frac{2209}{4356}=\frac{5}{33}$$

التمرين الرابع ( 7 نقاط ):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

**I)** لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$

1- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ : $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ :

$g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln(x)$ و $g'(x)=1+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}=\frac{x^2+1-2x}{x^2}=\frac{(x-1)^2}{x^2}$

استنتاج اتجاه تغير الدالة $g$ مما سبق نجد أن $g'(x)\geq 0$ و منه الدالة $g$ متزايدة على $]0,+\infty[$ .

2- دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1)=0$ و الدالة $g$ متزايدة على $]0,+\infty[$ تتلخص الاشارة في الجدول الموالي

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| إشارة $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

**II)** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ . وليكن $(C)$ منحناها البياني في المستوي السابق .

1- اثبات أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ نضع $t=\sqrt{x}$ و منه $\lim\limits_{x\to+\infty}(t)=+\infty$ و منه

$\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\frac{\ln(t)}{t}\right]=0$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{[\ln(x)]^2}{x}=\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{[\ln(t^2)]^2}{t^2}=\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\frac{2\ln(t)}{t}\right]^2=0$ (التزايد المقارن ).

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left[1+\frac{1}{x^2}-\frac{(\ln x)^2}{x}-\frac{2}{x}\right]=+\infty$ لان

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{x^2}-\frac{(\ln x)^2}{x}-\frac{2}{x}\right]=0$ .

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x})=f(x)$ : لدينا

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x-\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2-2=x+\frac{1}{x}-(-\ln x)^2-2=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2=f(x)$$

حساب $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ : $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و منه المنحني $(C_f)$ يقبل مستقيما مقارب عموديا معادلته $x=0$ .



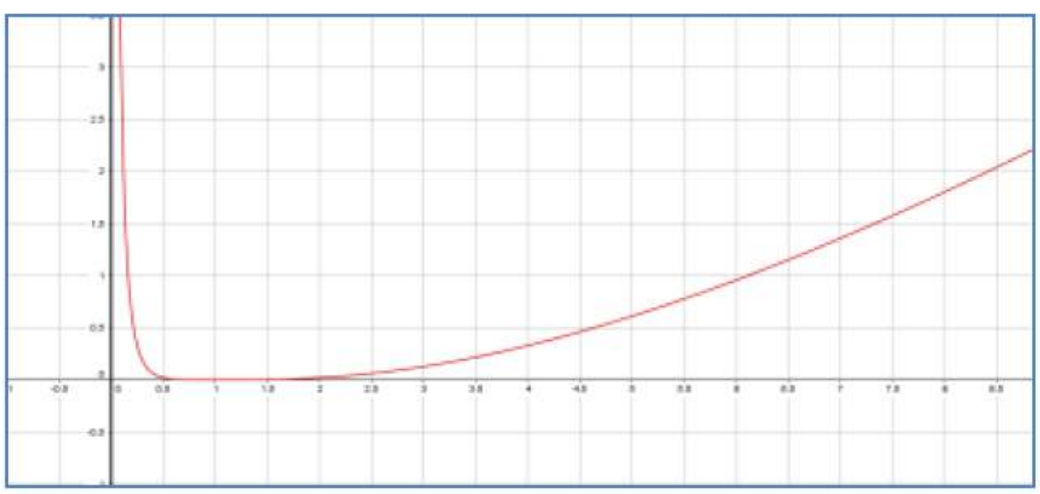
www.dzexams.com

2- تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ بالحساب $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ و منه

$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}-2\frac{1}{x}(\ln x)=\frac{x^2-1-2x\ln x}{x^2}=\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{x}=\frac{g(x)}{x}$$

جدول تغيرات الدالة $f$ :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | — | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |



3- رسم المنحنى $(C)$ :

4- بين أن الدالة $h:x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln(x)$ على $]0,+\infty[$

$h$ تقبل الاشتقاق على $]0,+\infty[$ حيث :

$h'(x)=\ln x+x\times\frac{1}{x}-1=\ln x$ محققة

باستعمال التكامل بالتجزئة

تبيين أن $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$ بوضع $u'(x)=1$ و $v(x)=(\ln x)^2$ و منه $u(x)=x$ و $v'(x)=\frac{2}{x}(\ln x)$

و منه $u'(x)=1$ و $\int_1^e u'(x).v(x)dx=\left[x\ (\ln(x))^2\right]_1^e-2\int_1^e\ln(x)dx=e-2$ $\left[x\ln x-x\right]_1^e=e-2$

5- حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C)$ و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$

و منه $\int_1^e f(x)dx=\int_1^e\left[x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2\right]dx$ $\int_1^e f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+\ln(x)-2x\right]_1^e-e+2$

$\int_1^e f(x)dx=\frac{e^2}{2}+1-2e+\frac{3}{2}-e+2=\left(\frac{e^2}{2}-3e+\frac{9}{2}\right)u.a$ .

انتهى الموضوع الأول



www.dzexams.com

## الموضوع الثاني

**التمرين الاول (5 نقاط ) :**

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$ نحسب المميز $\Delta=-4$ للمعادلة حلين هما $z'=3-i$ و $z''=3+i$

استنتاج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة ذات المجهول $z$ حيث: $(\overline{z}+2)^2-6(\overline{z}+2)+10=0$ مما سبق نجد أن للمعادلة تكافئ $\overline{z}+2=3-i$ او $\overline{z}+2=3+i$ أي ان $\overline{z}=1-i$ او $\overline{z}=1+i$ و منه $z=1+i$ او $z=1-i$ هما حلى المعادلة الأخيرة

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ، $D$ لاحقاتها

$z_A=3-i$ و $z_B=3+i$ و $z_C=1+i$ و و $z_D=1-i$

تعيين الكتابة المركبة للدوران $r$ الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ : هي $z'-z_A=i(z-z_A)$ أي $z'-3+i=i(z-3+i)$ و منه $z'=iz+2-4i$

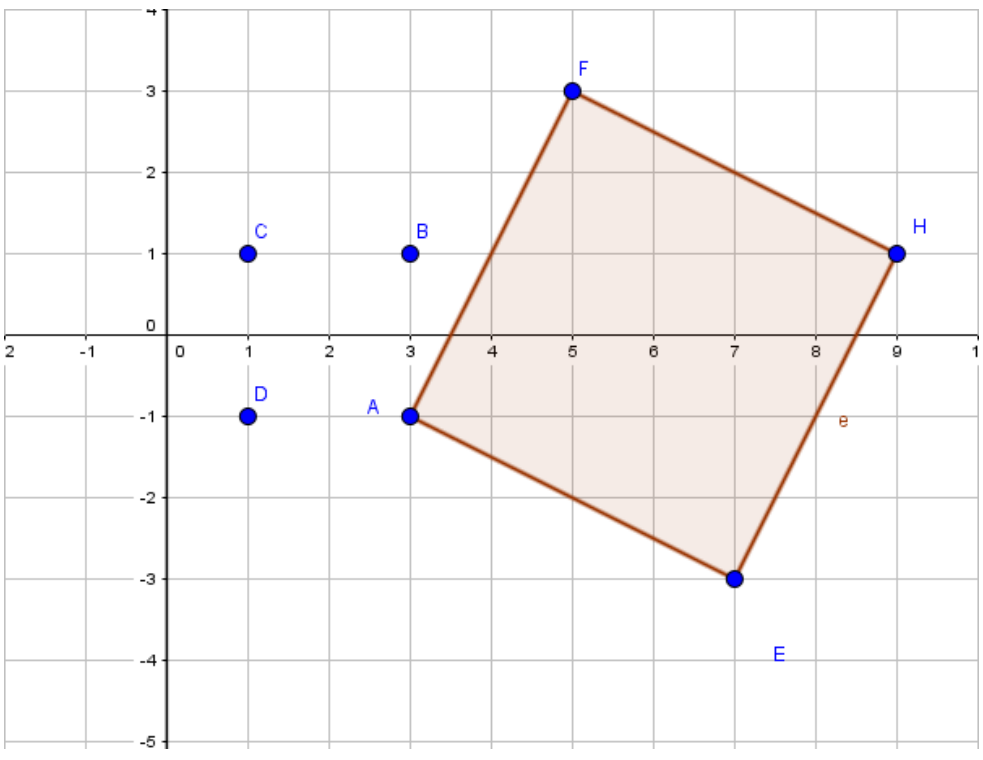
3) $E$ النقطة التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و $F$ صورتها بالدوران $r$

التحقق أن لاحقة $F$ هي $z_F=5+3i$ لدينا

$z_F=iz_E+2-4i=i(7-3i)+2-4i=7i+3+2-4i=5+3i$ محققة

تعيين لاحقة النقطة $H$ صورة $F$ بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$ أي $z_H-z_F=z_E-z_A$ و منه $z_H=z_F+z_E-z_A=5+3i+7-3i-3+i=9+i$ .

4)تمثيل النقاط $A$ ، $B$ ، $E$ ، $F$ و $H$




تعيين بدقة طبيعة الرباعي $AEHF$

$\frac{Z_F-Z_E}{Z_A-Z_H}=-i=e^{-\frac{\pi}{2}i}$

متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة و فيه ضلعان متجاورتان متقايسان فهو مربع .

5) تعيين المجموعة $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث : $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ وذلك عندما $k$ يمسح $\mathbb{R}^*$ لدينا $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ يعني أن

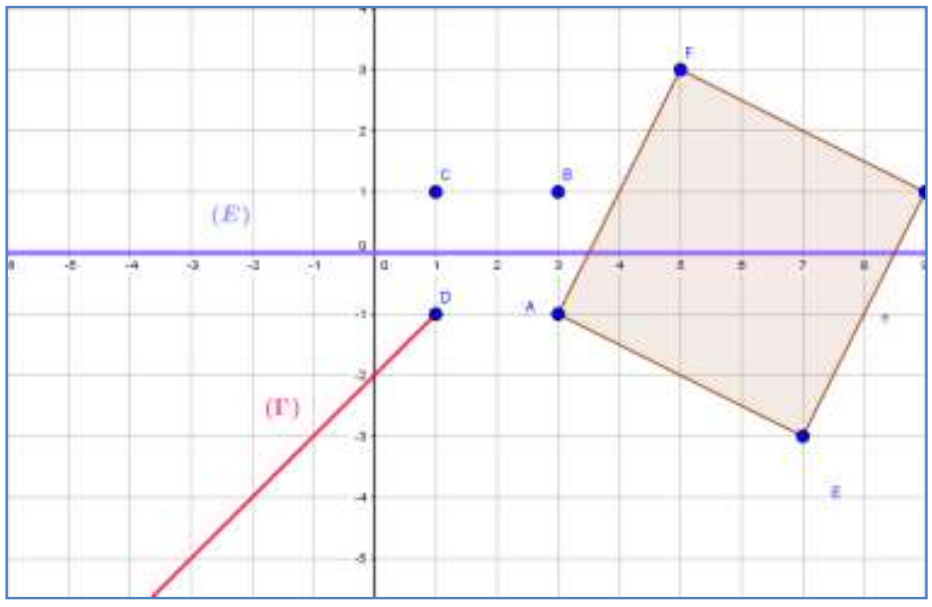
$z-(1-i)=ke^{-\frac{\pi}{4}i}$ أي ان

$\arg[z-(1-i)]=-\frac{\pi}{4}+2\pi k$ و هذا يعني

$(\overrightarrow{0I};\overrightarrow{DM})=-\frac{\pi}{4}+2\pi k$ و $k$ عدد صحيح مجموعة النقط هي نصف مستقيم $[DM)\backslash\{D\}$ و الذي معامل توجهيه $-1$ ( أي موازي للمنصف الثاني ذي المعادلة $y=-x$ )



www.dzexams.com




تعيين المجموعة $(E)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$ تكافئ $CM=DM$

مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[CD]$

أي المستقيم ذي المعادلة $y=0$.

## التمرين الثاني ( 4 نقاط ) :

**1)-** $V=\pi\int_1^e \left(f(x)\right)^2 dx\ uv = \pi\int_1^e \frac{4\left(Lnx\right)^4}{x} dx\ uv$ هو : $V=\frac{4\pi}{5}uv$ ؟

و منه : $V=4\pi\left[\frac{\left(Lnx\right)^5}{5}\right]_1^e uv = \frac{4\pi}{5}uv$ الإجابة صحيحة

**2)- من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما** $x$ **لدينا :** $\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x = e^{xLn\left(1+\frac{2023}{x}\right)}$

نضع : $t=\frac{1}{x}$ ، $x\to+\infty$ ، $t\to 0$ .

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x = \lim_{t\to 0} e^{\frac{Ln\left(1+2023t\right)}{t}} = \lim_{t\to 0} e^{2023\times\frac{Ln\left(1+2023t\right)}{2023t}}$$

بما أن : $\lim_{X\to 0}\frac{Ln\left(1+X\right)}{X}=1$ و منه : $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x = e^{2023}$ و منه : الإجابة خاطئة

**3)- نضع من أجل كل** $n$ **من** $\mathbb{N}$ : $U_n=\left(\sqrt{3}\right)^n$. $(U_n)$ **متتالية هندسية أساها** $q=\sqrt{3}$ **و حدها الأول** $U_0=1$ .

$$S_n = U_0+U_1+U_1+.....+U_n = \frac{1}{1-\sqrt{3}}\left[1-\left(\sqrt{3}\right)^{n+1}\right]$$



www.dzexams.com

$$S_n = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{1-3}\right)\left[1-3^{\frac{n+1}{2}}\right] = \frac{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(3^{\frac{n+1}{2}}-1\right)}{2}$$ و منه : الإجابة صحيحة

**4)– من أجل كل $n$ من** $\mathbb{N}^*$ : $U_{n+1}-U_n = \frac{e}{n(n+1)} \succ 0$ و منه : $(U_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}^*$.

**من أجل كل $n$ من** $\mathbb{N}^*$ : $n+1 \succ n$ ، $\frac{1}{n+1} \prec \frac{1}{n}$ ، $\frac{3}{n+1}+e \prec \frac{3}{n}+e$ ، $\sqrt{\frac{3}{n+1}+e} \prec \sqrt{\frac{3}{n}+e}$

$Ln\sqrt{\frac{3}{n+1}+e} \prec Ln\sqrt{\frac{3}{n}+e}$ و منه : $V_{n+1} \prec V_n$ ، **أي أن** $(V_n)$ **متناقصة تماما على** $\mathbb{N}^*$ .

$$\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} Ln\sqrt{\frac{3}{n}+e} = Ln\sqrt{e} = \frac{1}{2} \\ \lim\limits_{n\to+\infty} Ln\left(\frac{1}{2}-\frac{e}{n}\right) = \frac{1}{2} \end{cases}$$ و منه : $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n - V_n) = 0$

و منه :المتتاليتان $(U_n)$ و $(V_n)$ متجاورتان الإجابة صحيحة

## التمرين الثالث ( 4 نقاط ) :

عدد اللجان الممكن تشكيلها هي توفيقات 3 أعضاء من 12 عضو و منه : $C_{12}^3 = 220$

1) تبيان أن $P(A) = \frac{14}{55}$ : عدد اللجان الممكن تشكيلها حيث تضم 3 رجال هو : $C_8^3 = 56$

$$P(A) = \frac{C_8^3}{C_{12}^3} = \frac{56}{220} = \frac{14}{55}$$ ومنه :

- عدد اللجان الممكن تشكيلها حيث تضم جنسين مختلفين أي تضم رجل و امرأتين أو رجلين وامرأة واحدة هو : $C_8^1 \times C_4^2 + C_8^2 \times C_4^1 = 48 + 112 = 160$

$$P(B) = \frac{C_8^1 \times C_4^2 + C_8^2 \times C_4^1}{C_{12}^3} = \frac{8}{11}$$

- عدد اللجان الممكن تشكيلها حيث تضم اما إبراهيم او فاطمة هنا نميز ثلاث حالات :

(اللجنة تضم إبراهيم ولا تضم فاطمة ) او(اللجنة تضم فاطمة ولا تضم إبراهيم) او(اللجنة تضم إبراهيم و تضم فاطمة)

أي عدد الحالات الممكنة: $C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_{10}^1 = 45 + 45 + 10 = 100$

$$P(C) = \frac{100}{220} = \frac{5}{11}$$ ومنه :



www.dzexams.com

2) نضع حادثة $D$ " اللجنة تضم إبراهيم "

علما ان اللجنة من جنسين مختلفين ما احتمال ان تكون تضم إبراهيم أي حساب الاحتمال $P_B(D)$

$$P_B(D) = \frac{P(B \cap D)}{P(B)}$$

الحادثة $B \cap D$ " اللجنة تضم إبراهيم ومن جنسين مختلفين " أي نميزحالتين اللجنة تضم إبراهيم وامرأتين او اللجنة تضم إبراهيم ورجل وامرأة ومنه عدد الحالات الممكنة هو : $C_1^1 \times C_4^2 + C_1^1 \times C_7^1 \times C_4^1 = 6 + 28 = 34$

$$P(B \cap D) = \frac{34}{220} = \frac{17}{110}$$

اذن :

$$P_B(D) = \frac{P(B \cap D)}{P(B)} = \frac{34}{160} = \frac{17}{80}$$

3) المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة :

اللجنة اما ان تضم رجل او رجلان او ثلاث رجال او لا تضم أي رجل ومنه قيم المتغير العشوائي $X$ الممكنة هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 .

أ) قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ :

- $\mathrm{P}(\mathrm{X}=0) = \frac{C_4^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{55}$
- $\mathrm{P}(\mathrm{X}=1) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{C_{12}^3} = \frac{12}{55}$
- $\mathrm{P}(\mathrm{X}=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{C_{12}^3} = \frac{28}{55}$
- $\mathrm{P}(\mathrm{X}=3) = P(A) = \frac{14}{55}$

ب) حساب الامل الرياضياتي $E(X)$ :

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{55} + 1 \times \frac{12}{55} + 2 \times \frac{28}{55} + 3 \times \frac{14}{55} = \frac{110}{55} = 2$$

ج) $P(|X| > \ln C_e^1)$ :

$|X| > \ln C_e^1$ تكافئ $|X| > \ln e$ تكافئ $|X| > 1$ تكافئ $X \in ]-\infty; -1[ \cup ]1; +\infty[$

$P(|X| > \ln C_e^1) = P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{28}{55} + \frac{14}{55} = \frac{42}{55}$ : ومنه $X \in \{2; 3\}$ تكافئ



www.dzexams.com

4) لجنة من نفس الأشخاص مكونة من رئيس و نائب و مساعدين هي ترتيبة عضوين و توفيقة عضوين أي عدد اللجان الممكن تشكيلها هو : $A_{12}^2 \times C_{10}^2 = 5940$

نضع $H$ "احتمال ان تكون اللجنة من جنسين مختلفين " هو الاحتمال العكسي ان تكون اللجنة من نفس الجنس ومنه :

$$P(H) = 1 - \left(\frac{A_4^2 \times C_2^2}{5940} + \frac{A_8^2 \times C_6^2}{5940}\right) = 1 - \left(\frac{12}{5940} + \frac{840}{5940}\right) = 1 - \frac{852}{5940} = \frac{5088}{8940} = \frac{425}{495}$$

التمرين الرابع (7 نقاط) :

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ .

حيث $a$ ؛ $b$ و $c$ أعداد حقيقية و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- تعيين الأعداد الحقيقية $a$ ؛ $b$ و $c$ بحيث يقبل $(C_f)$ عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x) = 0$ .

$f(0) = -3$ و هذا يعني $c = -3$

و لدينا $f'(x) = (2ax + b)\ e^{-x} - (ax^2 + bx + c)e^{-x} = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c]e^{-x}$

$f'(0) = 3$ يعني أن $b - c = 3$ ; و منه $b = 0$

$f(\sqrt{3}) = 0$ يعني ان $f(\sqrt{3}) = (3a - 3)e^{-\sqrt{3}} = 0$ و منه $a = 1$

2- نضع $a = 1$ , $b = 0$ , $c = -3$ تصبح $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$

حساب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 - 3)e^{-x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$ لأنه بوضع $x = 2t$ نجد

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{e^x} = \lim_{x \to +\infty} \left[\frac{4t^2}{e^{2t}}\right] = 4 \lim_{t \to +\infty} \left(\frac{t}{e^t}\right)^2 = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x^2)e^{-x} = +\infty$$

دراسة اتجاه تغير الدالة $f$ : المشتقة : $f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)e^{-x}$ إشارتها من إشارة $(-x^2 + 2x + 3)$ تنعدم عند العددين 3 و $-1$ و منه $f$ متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$ متزايدة على المجال $[-1;3]$

و شكل جدول تغيراتها :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-2e$ | ↗ | $\frac{6}{e^3}$ | ↘ | $0$ |

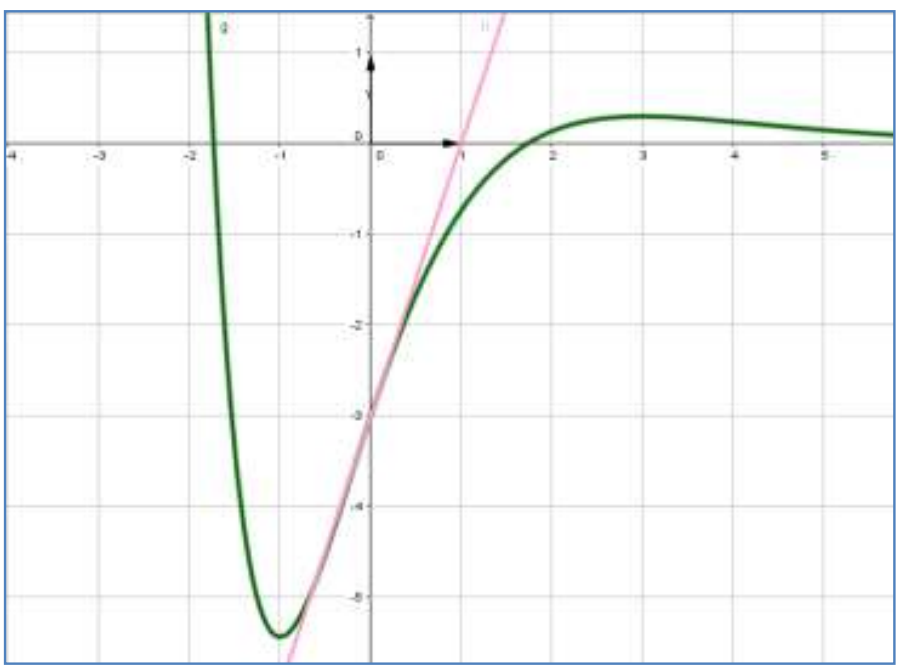


www.dzexams.com

3- كتابة معادلة لـ $(T)$ مماس المنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ معادلة المماس هي $y=3x-3$

تعيين إحداثيات نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل

$f(x)=0$ يكافئ $x^2-3=0$. اي ان $x=\sqrt{3}$ او $x=-\sqrt{3}$ نقطتي التقاطع هما $B(\sqrt{3};0)$ و $C(-\sqrt{3};0)$



4- رسم $(T)$ و $(C_f)$

5- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $\mathbb{R}$ فإن

$$f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$$

و $f(x)=(x^2-3)e^{-x}$

$f'(x)=(-x^2+2x+3)e^{-x}$

$f''(x)=(-2x+2)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}$ أي ان $f''(x)=(x^2-4x-1)e^{-x}$

و منه $f(x)+2f'(x)+f''(x)=(x^2-3-2x^2+4x+6+x^2-4x-1)e^{-x}=2e^{-x}$

استنتاج دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$

$f(x)+2f'(x)+f''(x)=2e^{-x}$ يكافئ $f(x)=-2f'(x)-f''(x)+2e^{-x}$ و منه الدالة الأصلية للدالة $f$ هي الدالة $F$ حيث $F(x)=-2f(x)-f'(x)-2e^{-x}$ أي $F(x)=-2(x^2-3)e^{-x}-(-x^2+2x+3)e^{-x}-2e^{-x}$

أي $F(x)=(-x^2-2x+1)e^{-x}$ و منه $F(x)=(-2x^2+6)e^{-x}+(x^2-2x-3)e^{-x}-2e^{-x}$

6- حساب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$ هي

$$A=\int_1^{\sqrt{3}}-f(x)dx+\int_{\sqrt{3}}^{3}f(x)dx=[-F(x)]_1^{\sqrt{3}}+[F(x)]_{\sqrt{3}}^{3}=(4+4\sqrt{3})e^{-\sqrt{3}}+2e^{-1}+(-14)e^{-3}$$

$$A=\left[(4+4\sqrt{3})e^{-\sqrt{3}}+2e^{-1}+(-14)e^{-3}\right]u.a$$

7- $m$ وسيط حقيقي ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$

المعادلة تكافئ $me^x=-(x^2-3)$ أي ان $-m=(x^2-3)e^{-x}$ يكافئ $-m=f(x)$

حلها هو إيجاد فواصل نقاط تقاطع المنحنى $(C_f)$ المستقيم $(\Delta_m)$ ذو المعادلة $y=-m$

المناقشة

- لما $-m<-2e$ أي ان $m>2e$ نلاحظ ان $(\Delta_m)$ و $(C_f)$ لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول .
- لما $-m=-2e$ أي ان $m=2e$ نلاحظ أن $(\Delta_m)$ و $(C_f)$ يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب.



www.dzexams.com

- لما $-2e<-m<-3$ أي ان $3<m<2e$ نلاحظ أن $(\Delta_m)$ و $(C_f)$ يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما سالبان ومنه للمعادلة حلين سالبين
- لما $-m=-3$ أي ان $m=3$ نلاحظ أن $(\Delta_m)$ و $(C_f)$ يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها معدومة و الأخرى فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين إحداهما معدوم و الأخر سالب .
- لما $-3<-m\geq 0$ أي ان $3>m\geq 0$ نلاحظ أن $(\Delta_m)$ و $(C_f)$ يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة .
- لما $0<-m<\frac{6}{e^3}$ أي ان $-\frac{6}{e^3}<m<0$ نلاحظ أن $(\Delta_m)$ و $(C_f)$ يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلاتهما موجبتان و نقطة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين موجبان و حل سالب .
- لما $-m=\frac{6}{e^3}$ أي أن $m=-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن $(\Delta_m)$ و $(C_f)$ يتقاطعان في نقطتhان فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة
- لما $-m>\frac{6}{e^3}$ أي ان $m<-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن $(\Delta_m)$ و $(C_f)$ يتقاطعان في نقطة فاصلتهما سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب .

انتهى الموضوع الثاني



www.dzexams.com