♣ بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات دورة ماي 2023 ♣

المستوى: 3 علوم تجريبية — المـــدة: 3 ســـاعات و نصف

اجب على اربعة (4) تمارين من بين التمارين الآتية

ملاحظة : التمارين الأول و الثاني و الثالث اجبارية

التمرين الأول : (05 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{5} \\ U_{n+1} = 1 - \frac{1}{2U_n + 1} \end{cases}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < \frac{1}{2}$.

2) أ ـ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(1 - 2U_n)}{2U_n + 1}$

ب ـ استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم أثبت أنّ المتتالية متقاربة .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{5^n U_n}{2U_n - 1}$

أ ـ أثبت أنّ V_n متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب ـ اكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم بين أنّ $U_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$ ، ثمّ احسب نهاية U_n

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + ... + \frac{1}{U_n}$ ثم أحسب نهاية S_n

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات خضراء تحمل الأرقام 0 ، 0 ، 1 ، 2 و ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 0 ، 2 ، 2 و كرة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 ، الكرات لانميز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الكيس و نعتبر الحوادث التالية :

A : " الكرات المسحوبة من نفس اللون "

B : " الكرات المسحوبة تحمل أرقاما زوجية "

C : " سحب كرة حمراء على الأقل "

1) أحسب احتمال الأحداث A ، B و C

2) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ ـ بين أنّ : $P(X = 2) = \frac{39}{56}$ ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

ب ـ احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ و استنتج $E(2023X + 1444)$

التمرين الثالث : (07 نقاط)

I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=3-x+\dfrac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$

1) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

3) ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y=3-x$.

• احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-3+x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا . و ادرس وضعية (D) بالنسبة إلى (C_f)

4) أنشىء جدول تغيرات الدالة f

5) أ ـ بين انّ المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $\frac{1}{4}<\alpha<1$ و $3<\beta<4$

ب ـ أنشىء (D) و (C_f)

6) أ ـ احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=3-x$ ، $x=1$ و $x=\beta$

ب ـ عين حصرا لهذه المساحة

التمرين الرابع (اختياري) : (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

✓ اكتب الحلول على الشكل المثلثي.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، لتكن النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=2i$ $\quad z_B=\sqrt{3}+i$ $\quad z_C=\overline{z_B}$

و ليكن العدد المركب L حيث $L=\dfrac{(1-i)z_B}{z_C}$

أ ـ اكتب العدد L على الشكل الأسي ثم احسب L^{2016}

ب ـ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد L^n تخيليا صرفا .

3) أ ـ بين أنه يوجد دوران r مركزه B و يحول A إلى C يطلب تعيين زاويته.

ب ـ استنتج طبيعة المثلث ABC و احسب مساحته.

التمرين الخامس (اختياري) : (04 نقاط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة مع التبرير

1) حلول المعادلة التفاضلية $-y'-xe^{-x}-1$ هي الدوال y حيث : (مع $c\in\mathbb{R}$)

أ ـ $y=-e^{-x}(x+1)-x+c$ ب ـ $y=e^{-x}(x+1)-x+c$ ج ـ $y=e^{-x}(x+1)+x+c$

2) قيمة التكامل A حيث $A=\int$

أ ـ $A=\ln(e^2+1)$ ب ـ $A=\ln(e+1)$ ج ـ $\ln(e-1)$

3) مجموعة حلول المعادلة : $Z=\dfrac{Z-2}{Z}+1$ في المجموعة $\mathbb{C}^*$ هي :

أ ـ $\{1;2i\}$ ب ـ $\{1-i;1+i)\}$ ج ـ $\{-2;1\}$

4) إذا كان Z عدد مركب حيث : $Z=(\sqrt{6}+\sqrt{2})+i(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ فإنّ الشكل الجبرى Z^2 هو :

أ ـ $8+2i\sqrt{6}$ ب ـ $8\sqrt{6}-i\sqrt{2}$ ج ـ $8(\sqrt{3}+i)$