

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المرحلة: 3 ساعات

المستوى: ثالثة علوم تجريبية

التمرين الأول : (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[1, 4]$ بـ : $f(x) = \frac{x+4}{6-x}$.

1. (أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[1, 4]$.

(ب) بين أنه من أجل كل $x \in [1, 4]$ فإن $f(x) \in [1, 4]$.

2. (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $U_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $1 \leq U_n \leq 4$.

(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، استنتج أنها متقاربة ، ثم احسب نهايتها .

3. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n = \frac{U_n - 1}{4 - U_n}$

(أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية ، عين أساسها وحدها الأول .

(ب) اكتب بدلالة n كلا من عبارة V_n و U_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ من جديد .

(ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{4 - U_0} + \frac{1}{4 - U_1} + \dots + \frac{1}{4 - U_n}$

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x + 3 + 4e^{2x-1}$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1. ادرس إشارة الفرق $f(x) - x - 3$

2. أحسب $I(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات ذات المعادلات : $y = x + 3$ و $x = 0$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما .

3. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $u_n = I(n) + 2e^{-1}$

حيث : $I(n) = I(\alpha)$ من أجل $\alpha = n$

(أ) بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) احسب بدلالة n المجموع Y_n حيث :

$$Y_n = \int_0^1 4e^{2x-1} dx + \int_0^2 4e^{2x-1} dx + \dots + \int_0^n 4e^{2x-1} dx$$

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ كيلي : $g(x) = x^2 + 2 - \ln(x^2)$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) لتكن لدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}^*$ كيلي : $f(x) = x + 1 + \frac{\ln(x^2)}{x}$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
2. (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له .
 (ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
3. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
4. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
5. (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمستقيم (Δ) في نقطتين يطلب تعيينهما .
 (ب) اكتب معادلة لكل من المماسين (T_1) و (T_2) .
6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $f(-x) + f(x) = 2$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .
7. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما -1 والآخر α حيث : $0.6 < \alpha < 0.62$.
8. أرسم كلا من : (Δ) ، (T_1) و (T_2) والمنحنى (C_f) .
9. m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $\frac{\ln(x^2)}{x} = m - 1$.
10. (أ) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذوا امعادلتين : $x = \alpha$ و $x = 1$. (α العدد الحقيقي المعرف في السؤال 7) .

(ب) بين أن : $A(\alpha) = \frac{(\alpha^2 + \alpha)^2}{4}$