المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية **المدة: ساعتان ونصف**

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

السنة الدراسية 2022 – 2023 **الأستاذ: لغوب نسيم**

التمرين الأول: (05 نقاط) أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

1. حلول المعادلة $ln^2x + ln\,x - 6 = 0$ في $\mathbb{R}_+^*$ هي $S = \{-3\,;\,2\}$.
2. حلول المتراجحة $2e^x + e^{-x} \leq 3$ في $\mathbb{R}$ هي المجال $[-\ln 2\,;\,0]$.
3. الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $2y' - 5y + 4 = 0$ والذي يحقق $y'(1) = 1$ هو:
$y = 2e^{\left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)} - 1$
4. إذا كانت f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x^2e^{-|x|}$ فإن تمثيلها البياني يقبل قيمة حدية عظمى عند 2
5. حساب النهاية $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(-x+e)-1}{x} = -e^{-1}$

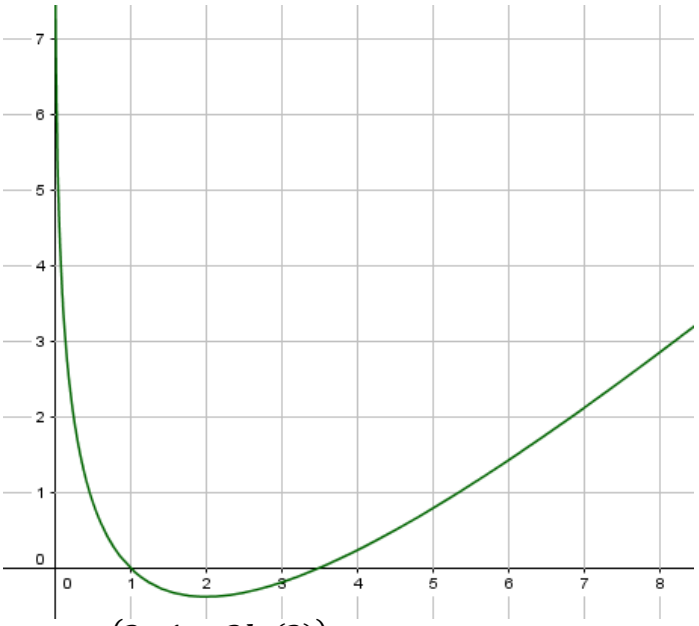
التمرين الثاني: (06 نقاط)

I. نعتبر المعادلة التفاضلية $(E) \ldots y' + y = e^{-x}$.
1. بين أن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $u(x) = xe^{-x}$ حلا للمعادلة (E).
2. حل المعادلة التفاضلية $(E_0) \ldots y' + y = 0$.
3. بين أن الدالة v المعرفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ تكون حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان $v - u$ حلا للمعادلة (E_0).
4. استنتج جميع حلول المعادلة (E).
5. عين الدالة f_2 حل المعادلة (E) التي تأخذ القيمة 2 من أجل 0.

II. k عدد حقيقي معطى، نرمز بـ f_k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f_k(x) = (x + k)e^{-x}$.
1. عين نهايات f_k عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. أحسب f'_k من أجل كل عدد حقيقي x.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f_k.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بمنحناها البياني (C_g) الممثل أدناه:



$(\mathbf{2}\ ;\ \mathbf{1}-\mathbf{2}\boldsymbol{ln}(\mathbf{2}))$

نضع $g(x)=ax+b+c\ln x$ حيث $a\ ,b\ ,c$ أعداد حقيقية، بقراءة بيانية:

1. عين كل من $g(1)$ و $g'(2)$، ثم النهايات عند أطراف مجموعة التعريف.
2. انطلاقا من المنحنى والمعطيات السابقة بين أن $g(x)=x-1-2\ln x$.
3. علل وجود عدد حقيقي α من المجال $]3{,}6\ ;\ 3{,}5[$ حل للمعادلة $g(x)=0$.
4. استنتج إشارة $g(x)$ ثم إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x^2-x-x^2\ln x$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $(1cm\rightarrow 2cm)$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. بين أنه من أجل كل x من D_f فإن $f'(x)=-x.g\left(\frac{1}{x}\right)$.
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
4. بين أن $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\frac{1-\alpha}{2\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا لـ $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.
5. بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=e$ هي: $y=e^2-(1+e)x$.
6. أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f).