



على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

**الموضوع الأول**

**التمرين الأول ( 6 نقاط )**

لتكن الأعداد الطبيعية  $a, b, c$  المعرفة كما يلي :

$$c \equiv 10^{1962} [11] \quad b \equiv 1444 [11] \quad a \equiv 2023 [11]$$

- 1- عين باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين  $a$  و  $b$  على 11
- 2- .تحقق أن  $10 \equiv -1 [11]$  ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد  $c$  على 11.
- 3- عين باقي القسمة الاقليدية على 11 للعددين :  $a+b+c$  ،  $2a^2-3b$  .
- 4- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الاقليدية للعدد  $4^n$  على 11.
- 5- عين الاعداد الطبيعية  $n$  الأقل من 30 والتي يكون من أجلها العدد  $A$  مضاعفا للعدد 11 حيث :

$$A = 3 \times 4^{2971} + n$$

**التمرين الثاني: ( 6 نقاط )**

- $(U_n)$  متتالية حسابية حدها الأول  $U_0$  وأساسها  $r$
1. أحسب  $U_2$  علما أن :  $U_1 + U_3 = 26$
  2. أحسب الأساس  $r$  علما أن :  $U_3 + U_4 + U_5 = 69$ .
  3. عين  $U_0$  ثم تحقق أن :  $U_n = 5n + 3$
  4. بين أن 2023 حد من حدود المتتالية  $(U_n)$ .
  5. أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

**التمرين الثالث: (8 نقاط)**

في الشكل أدناه نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR$  بتمثيلها البياني  $(C_f)$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

I. براءة بيانية :

1/ خمن نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  .

2/ عين اشارة  $f(x)$  على  $IR$  .

3/ عين  $f(0)$  و  $f'(-2)$  .

4/ عين حلول المتراجحة  $f(x) > 4$  .

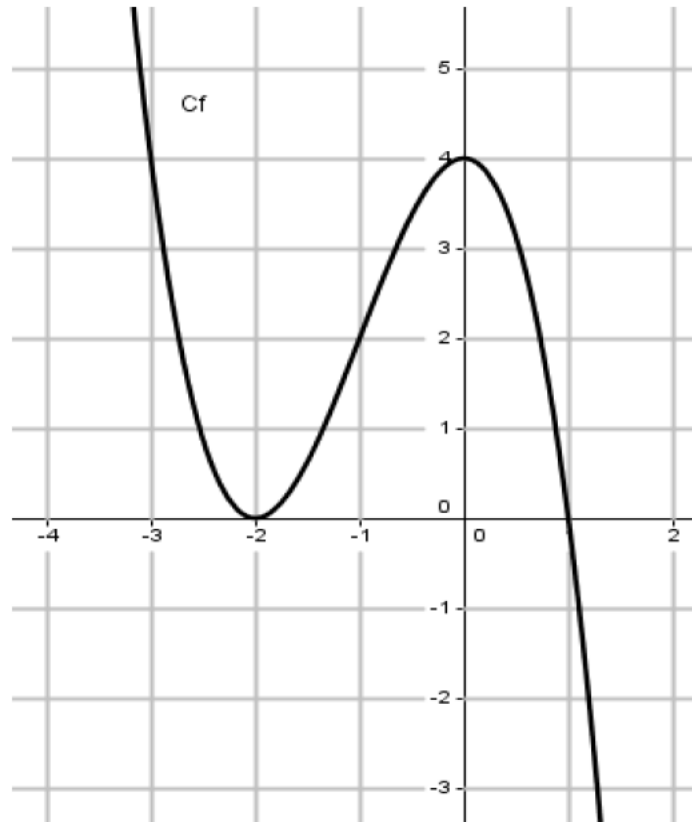
II. اذا علمت أن الدالة  $f$  معرفة بالشكل :  $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$

1/ أحسب  $f'(x)$  وادس اشارتها على  $IR$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  .

2 / أ ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا :  $f(x) = (x+2)(-x^2 - x + 2)$

ب) استنتج احداثيات نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

3/ بين أن النقطة  $A(-1;2)$  نقطة انعطاف لـ  $(C_f)$  ثم اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A$  .



انتهى الموضوع الأول



## الموضوع الثاني

## التمرين الأول: (6 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاث في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

1. عدد قواسم العدد 2079 هو :  
 أ ( 16      ب ( 5      ج ( 3 .
2. باقي القسمة الاقليدية للعدد (-2023) على 5 هو :  
 أ ( 3      ب ( 2      ج ( 1
3. العددين 1830 و 1954 متوافقان بترديد :  
 أ ( 5      ب ( 4      ج ( 7
4. اذا كانت المتتالية  $(U_n)$  ثابتة حيث :  $U_1 = a$  ( $a \neq 0$ ) فان المجموع :  
 $S = U_1 + U_2 + \dots + U_{100}$  هو :  
 أ (  $S = a$       ب (  $S = \frac{1-a^{100}}{1-a}$       ج (  $S = 100a$
5. التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $IR$  ب :  $f(x) = -3x^2 + 4x - 1$  يشمل النقطة  $A$  حيث :  
 أ (  $A(0;1)$       ب (  $A(1;0)$       ج (  $A(2;1)$

## التمرين الثاني: (6 نقاط)

- $(U_n)$  متتالية معرفة بحددها الأول  $U_1 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  من  $IN^*$  لدينا :  $U_{n+1} = 2U_n - 1$
- 1/ أحسب  $U_2, U_3, U_4$  .
  - 2/ نعتبر المتتالية  $(V_n)$  المعرفة على  $IN^*$  ب :  $V_n = U_n - 1$   
 أ/ أثبت أن  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  و حددها الأول  $V_1$   
 ب/ أكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم إستنتج  $U_n$  بدلالة  $n$  .
  - 3/ أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$   
 ثم إستنتج بدلالة  $n$  المجموع  $S_n'$  حيث :  $S_n' = U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1}$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $IR - \{2\}$  بـ :  $f(x) = \frac{-x+1}{x-2}$
- ( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس ( $o, \bar{i}, \bar{j}$ )
- 1- عين العدد الحقيقي  $a$  بحيث من اجل كل  $x$  من  $IR - \{2\}$  :  $f(x) = -1 + \frac{a}{x-2}$
- 2- أ/ احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .
- ب/ استنتج أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتها.
- 3- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
- 4- عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى ( $C_f$ ) مع حائلي محوري الاحداثيات
- 5- أ / اكتب معادلة المماس ( $\Delta$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 3.
- 6- ب / بين أنه يوجد مماس اخر ( $\Delta'$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) يوازي ( $\Delta$ ) .
- 7- أنشئ ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ ) .

| العلامة |            | عناصر الاجابة                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع   | مجزأة      |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|         |            | الموضوع الاول: (06 نقاط)                                                                                                                                                                                                                                                          |
|         |            | التمرين الاول:                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 01      | 0,5x2      | 1- تعيينه باقى قسمة $a$ و $b$ على 11 :<br>$a \equiv 10 [11]$ , $b \equiv 3 [11]$                                                                                                                                                                                                  |
| 01      | 0,5x2      | 2- التحقق أنه : $c \equiv 1 [11]$ , $10 \equiv -1 [11]$                                                                                                                                                                                                                           |
| 02      | 1x2        | 3- تعيينه باقى قسمة $(a+b+c)$ و $2a^2 - 3b$ :<br>$2a^2 - 3b \equiv 4 [11]$ , $a+b+c \equiv 3 [11]$                                                                                                                                                                                |
| 01      | 1          | 4) دور بواقي القسمة هو 5 والبواقي هي: 3, 9, 5, 4, 1                                                                                                                                                                                                                               |
| 01      | 0,5<br>0,5 | 5- تعيينه الأعداد الطبيعية $n$ الأقل من 30 التي<br>أحدها يكون العدد $A = 3 \times 4^{2971} + n$ مضاعفاً لـ 11 :<br>$3 \times 4^{2971} + n \equiv 0 [11]$ يكافئ $12 + n \equiv 0 [11]$ ومنه $n \equiv 10 [11]$<br>أي $n = 11K + 10$ / $K \in \mathbb{N}$ ومنه : $n \in \{10; 21\}$ |
|         |            | التمرين الثاني: (6 نقاط)                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 01      | 1          | 1/ $u_2 = 13$                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 1,5     | 0,75x2     | 2/ $u_4 = 23$ , $n = 5$                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 1,5     | 0,75x2     | 3) $u_0 = 3$ , التحقق أنه $u_n = 5n + 3$                                                                                                                                                                                                                                          |
| 01      | 0,5x2      | 4) بيان أنه 2023 حد من حدود $(u_n)$ , $u_{405} = 2023$ , نسبة 405                                                                                                                                                                                                                 |
| 01      | 1          | 5) $S_n = \frac{(n+1)(5n+6)}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                  |

| العلامة |              | عناصر الاجابة                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع   | مجزأة        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 0,5     | 0,25x2       | <p>التصمين الثالث: (8 نقاط):</p> <p>(I)</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$                                                                                                                                                                                                                                          |
| 01      | 1            | <p>(2) إشارة <math>f(x)</math> على <math>\mathbb{R}</math>: إذا كان <math>x \leq 1</math> فإنه <math>f(x) \geq 0</math> وإذا كان <math>x \geq 1</math> فإنه <math>f(x) \leq 0</math>.</p>                                                                                                                                                                                             |
| 0,5     | 0,25x2       | <p>(3) <math>f'(-2) = 0, f(0) = 4</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 01      | 1            | <p>14 دجسمة حلول المتراجحة هي: <math>S = ]-\infty, -3[</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 02      | 0,5+1<br>0,5 | <p>(II) (1) <math>f'(x) = -3x^2 - 6x</math>, إشارة <math>f'(x)</math>: <math>\begin{array}{c ccc} x &amp; -2 &amp; 0 &amp; +\infty \\ \hline f'(x) &amp; - &amp; + &amp; - \end{array}</math></p> <p><math>f</math> متناقصة تمامًا على كل من المجالين <math>]-\infty, -2]</math> و <math>[0, +\infty[</math></p> <p><math>f</math> متزايدة تمامًا على المجال <math>[-2; 0]</math></p> |
| 0,5     | 0,5          | <p>(2) بيان أنه: <math>f(x) = (x+2)(-x^2 - x + 2)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 0,5     | 0,25<br>0,25 | <p>ب. استنتاج نقط تقاطع <math>(C_f)</math> مع محور الفواصل:</p> <p><math>f(x) = 0</math> يعطي <math>x = -2</math> أو <math>x = 1</math></p> <p>ومن ثم: <math>(C_f) \cap (xx) = \{M(-2, 0), N(1, 0)\}</math></p>                                                                                                                                                                       |
| 02      | 0,25x4<br>01 | <p>(3) بيان أنه <math>A(-1; 2)</math> نقطة انعطاف <math>(C_f)</math></p> <p><math>f''(x) = -6x - 6</math>, وإشارته: <math>\begin{array}{c ccc} &amp; -\infty &amp; + &amp; - \\ \hline &amp; &amp; 0 &amp; \end{array}</math></p> <p>و <math>f(-1) = 2</math> ومن ثم <math>A(-1; 2)</math> نقطة انعطاف</p> <p>معادلة المماس (T): <math>y = 3x + 5</math></p>                          |

| العلامة |              | عناصر الاجابة                                                                                                                                                                                       |
|---------|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع   | مجزأة        |                                                                                                                                                                                                     |
| 01      | 0,25<br>0,75 | الموضوع الثاني:<br>التمرين الاول: (6 نقاط)<br>1. (أ) الجواب الصحيح: (أ) : عدد قواسم العدد 2079 هو 16<br>التبرير: $2079 = 3 \times 7 \times 11$ ، عدد القواسم : $(3+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 16$ |
| 1,25    | 0,5<br>0,75  | 2. الجواب الصحيح هو: (ب) : باقية قسمة العدد $(-2023)$ على 5 هو 2<br>التبرير: $-2023 = -405(5) + 2$ (تقبل أي اجابة أخرى صحيحة)                                                                       |
| 1,25    | 0,5<br>0,75  | 3. الجواب الصحيح هو (ب) : العددان 1830 و 1954 متوافقان<br>بتدوين 4<br>التبرير: $1954 - 1830 = 124 = 4(31)$ (تقبل أي اجابة صحيحة)                                                                    |
| 1,25    | 0,5<br>0,75  | 4. الجواب الصحيح هو: (ج) : إذا كانت $(u_n)$ متتالية .<br>ثابتة حيث $u_1 = a$ فإن المجموع $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = 100a$<br>التبرير: $S = u_1 \times (\text{عدد الحدود}) = 100u_1$         |
| 1,25    | 0,5<br>0,75  | 5. الجواب الصحيح هو (ب) : $A(1;0) \in (C_f)$ ;<br>التبرير: $f(1) = 0$ ; $1 \in \mathbb{R}$                                                                                                          |
|         |              | التمرين الثاني: (6 نقاط) :                                                                                                                                                                          |
| 1,5     | 0,5x3        | (1) $u_1 = 3$ , $u_2 = 5$ , $u_3 = 9$                                                                                                                                                               |
| 1,5     | 0,5<br>0,5x2 | (2) (أ) اثبات أن $(V_n)$ هندسية : من أجل كل $n$ طبيعي غير صفر $V_{n+1} = 2V_n$<br>$V_1 = 1$ , $q = 2$                                                                                               |
| 01      | 0,5x2        | (ب) $u_n = 2^{n-1} + 1$ , $V_n = 2^{n-1}$                                                                                                                                                           |
|         | 1            | (3) $S_n = 2^{n-1} - 1$                                                                                                                                                                             |
| 02      | 1            | $S'_n = S_n + n - 1$<br>$S'_n = 2^{n-1} + n - 2$                                                                                                                                                    |

| العلامة |              | عناصر الاجابة                                                                                                                                                                                                                                                  |
|---------|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مجموع   | مجزأة        |                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 0,5     | 0,5          | <p>التكرين الثالث : (نقاط)</p> <p>(1) <math>a = -1</math> و <math>f(x) = -1 - \frac{1}{x+2}</math></p>                                                                                                                                                         |
| 0,1     | 0,25x4       | <p>(2) (i) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1</math> , <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1</math></p> <p>و <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty</math> <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty</math></p>                    |
| 0,5     | 0,25x2       | <p>(3) المستقيمان المقاربان : <math>x = 2</math> , <math>y = -1</math></p>                                                                                                                                                                                     |
| 0,5     | 1            | <p>(3) <math>f'(x) = \frac{1}{(x-2)^2}</math></p>                                                                                                                                                                                                              |
| 0,5     | 0,5x2<br>0,5 | <p>منه أجل كل <math>x \neq 2</math> , <math>f'(x) &gt; 0</math> ومنه <math>f</math> متزايدة عامة ...<br/>جدول التغيرات ...</p>                                                                                                                                 |
| 0,5     | 0,25x2       | <p>(4) <math>(C_f) \cap (yy') = \{B(0; -\frac{1}{2})\}</math> , <math>(C_f) \cap (xx') = \{A(1; 0)\}</math></p>                                                                                                                                                |
| 0,5     | 0,5          | <p>(5) <math>(\Delta) : y = x - 5</math></p>                                                                                                                                                                                                                   |
| 0,5     | 0,5          | <p>(6) بيان أنه يوجد مماس آخر <math>(\Delta')</math> يوازي <math>(\Delta)</math><br/> <math>f'(x) = 1</math> معناه <math>x = 1</math> أو <math>x = 3</math><br/> ومنه يوجد مماس <math>(\Delta')</math> يوازي <math>(\Delta)</math> عند النقطتين القامطة 1.</p> |
| 0,2     | 1x2          | <p>(7) انشاء <math>(\Delta)</math> و <math>(C_f)</math></p>                                                                                                                                                                                                    |