اختبار تجريبي في مادة الرياضيات المدة: 02سا و 30 د

التمرين الأول : (05 نقاط)

ليكن العددان a و b حيث: $a=2023$ ، $b=1444$

1) عين باقي قسمة كل من a و b على 6 ، وهل العددان a و b متوافقان بتردد 6 ؟ برر إجابتك

2) بين أن العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 6

3) تحقق أن : $b+1\equiv -1[6]$، ثم عين باقي قسمة العدد $(b+1)^{2022}+3a+4$ على 6.

4) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $a^n+(b+1)^{2n}+n\equiv 3[6]$ القسمة على 6 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 و أساسها r

1) أحسب الحد u_4 علما أنّ : $u_3+u_5=20$.

2) أحسب الحد u_5 علما أنّ : $2u_4-u_5=7$.

3) إستنتج قيمة r و احسب u_0 .

4) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=3n-2$.

5) أحسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث : $S_n=u_0+u_1+....+u_n$.

6) جد العدد الطبيعي n حيث : $S_n=33$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-x^3+3x^2-4$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$:

1) أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2) أحسب f' ، ثمّ استنتج اتجاه تغير الدالة f

3) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يُطلب تعيين إحداثياتها

5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=(x+1)(-x^2+4x-4)$

6) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم استنتج احداثيي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل

- أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

7) أنشئ المماس (Δ) والمنحنى (C_f)

الأستاذين مالجي حسام و دحامنة مراد: تمنياتنا ودعواتنا لكم بالنجاح والتفوق في بكالوريا 2023

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7 .

2) أ- تحقق أن: $2022 \equiv -1[7]$

ب- عين باقي قسمة العددين 2022^{1444} و $2023^{2022}-5$ على 7 .

3) A عدد طبيعي حيث : $A = 23^{2020} + 2970^{1444} + 3$ ، عين باقي قسمة العدد A على 7.

4) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد B القسمة على 7 علما أن: $B = 2022^{2n} + 1444^{2021} + 12 + n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(U_n) متتالية هندسية حدها الأول $U_1 = -1$ و أساسها $q = 2$.

(V_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $V_n = 3 - 2n$.

1) أحسب U_2 و U_3 ثم أكتب عبارة U_n بدلالة n .

2) هل العدد 16- حد من المتتالية (U_n) ؟ علل .

3) أحسب المجموع : $S_n = U_1 + U_2 + ... + U_n$ بدلالة n .

4) هل يوجد n علما أن : $S_n = -127$.

5) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

6) نضع $W_n = U_n + V_n$ وَ $L = W_1 + W_2 + ... + W_n$. عبر عن L بدلالة n.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة عند $+\infty$ و $-\infty$.

2) **أ)** بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = 6(x-1)(x+1)$ ، ثم أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$

ب) استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = 2(x+2)(x-1)^2$

ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 0

5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة الانعطاف.

6) انشىء المماس (T) و (C_f).

7) حل بيانيا المعادلة $f(x) = 8$

الأستاذين مالجي حسام و دحامنة مراد: تمنياتنا ودعواتنا لكم بالنجاح والتفوق في بكالوريا 2023

التمرين الأول : (06 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c المعرفة كما يلي: $a \equiv 2023[11]$ ، $b \equiv 1444[11]$ ، $c \equiv 10^{1962}[11]$

5) عين باقي قسمة كل من a ، b على 11 ، وهل العددان a و b متوافقان بتردد 11 ؟ برر إجابتك

6) تحقق أن : $10 \equiv -1[11]$، ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد c على 11.

7) عين باقي القسمة الاقليدية على 11 للعددين : $a+b+c$ ، $2a^2-3b$.

8) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11 .

9) عين الأعداد الطبيعية n الأقل من 30 والتي يكون من أجلها العدد A مضاعفا للعدد 11 حيث: $A = 3\times 4^{2971}+n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية متناقصة تماما حدها الأول u_0 و أساسها r

1) أحسب الحد u_2 علما أنّ : $u_1+u_2+u_3=24$.

2) جد قيمة الأساس r علما أنّ : $(u_1)^2+(u_2)^2+(u_3)^2=210$.

3) استنتج قيمة الحد الأول u_0 .

4) فيما يلي نضع $u_0=14$ و $r=-3$: أ) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (u_n).

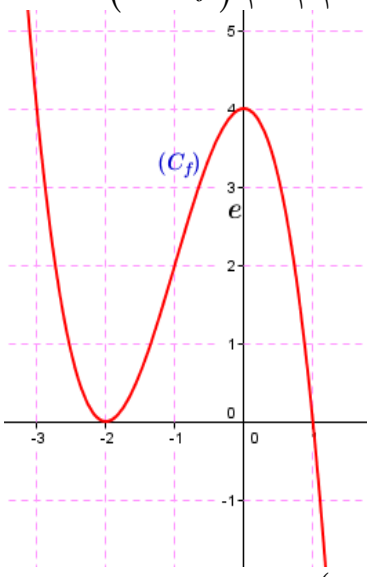
ب) بين أن العدد (-2023) حد من حدود المتتالية ، ثم عين رتبته.

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0+u_1+....+u_n$.

د) عين قيمة العدد الطبيعي n حيث : $S_n=5$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

في الشكل المقابل نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى م م و م $(O;\vec{i},\vec{j})$.



I) بقراءة بيانية :

8) عين نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

9) عين إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

10) عين $f(0)$ و $f'(-2)$

11) عين حلول المتراجحة $f(x)>4$.

II) اذا علمت أن الدالة f معرفة بالشكل : $f(x)=-x^3-3x^2+4$

1) احسب $f'(x)$ وادرس اشارتها على $\mathbb{R}$ ، تم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=(x+2)(-x^2-x+2)$

ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

3) بين أن النقطة $A(-1;2)$ نقطة انعطاف لـ (C_f) ثم اكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة A.

الأستاذين مالجي حسام و دحامنة مراد: تمنياتنا ودعواتنا لكم بالنجاح والتفوق في بكالوريا 2023

المراجعة النهائية لبكالوريا 2023 . الأستاذين: دحامنة م / مالجي ح

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية مقترح 04 لبكالوريا 2023

اختبار تجريبي في مادة الرياضيات المدة: 02سا و 30 د

التمرين الأول: (06 نقاط)

a ، b و c الأعداد صحيحة تحقق: $a \equiv -5[8]$ ، $b \equiv 34[8]$ ، $c - a \equiv 6[8]$

1) عين باقي قسمة كل من a ، b و c على 8

2) اوجد باقي القسمة الإقليدية لـ : $a^3 + 2b - c$ و $a \times b + c^{2023}$ على 8.

3) عين الأعداد الطبيعية الأقل من 26 حتى يكون العدد $(a^3 + 2b - c^n + n + 1)$ مضاعفا للعدد 8

4) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 8 .

ب- استنتج باقي قسمة العدد $3^{2023} + 2 \times 3^{1444}$ على 8 .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $V_n = 5^{2n+1}$.

7) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 5^2$.

8) استنتج طبيعة المتتالية (v_n) يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

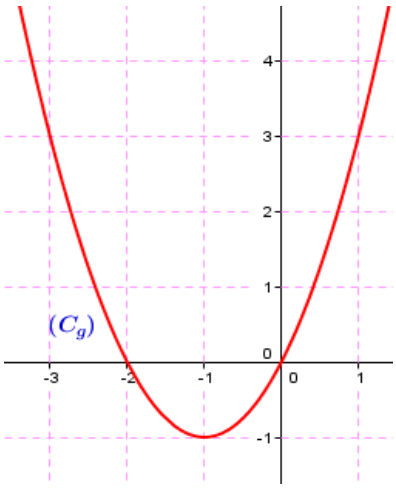
9) أ) حلل العدد 3125 إلى جداء أولية .

ب) استنتج أن العدد 3125 حد من حدود المتتالية (v_n) ، عين دليله ورتبته .

ج) أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$.

التمرين الثالث: (09 نقاط)

في الشكل المقابل (P) التمثيل البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.



للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x$

I) بقراءة بيانية : 1) شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$

2) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى م م ومم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن $f'(x) = 3g(x)$ ثم استنتج اشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

3) احسب $f(0)$ و $f(-2)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) بين أن النقطة $A(-1;0)$ نقطة انعطاف لـ (C_f) ثم اكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة A.

5) أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = (x+1)(x^2 + 2x - 2)$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يتقاطع مع حامل محور الفواصل في 3 نقط يطلب تعيين احداثي كل منها .

6) انشىء المماس (T) و (C_f).

الأستاذين مالجي حسام و دحامنة مراد: تمنياتنا ودعواتنا لكم بالنجاح والتفوق في بكالوريا 2023

حل التمرين (01):

$a = 2023$ $\quad b = 1444$

1) لدينا:

2023	6
1	337

ومنه: $a = 6(337) + 1$

أي: $a \equiv 1\ [6]$

إذن باقي قسمة 2023 على 6 هو 1

* لدينا:

1444	6
4	240

ومنه: $b = 6(240) + 4$

أي: $b \equiv 4\ [6]$

إذن باقي قسمة b على 6 هو 4

* العددان a و b غير متواافقان بترديد 6 لأنه ليس لهما نفس باقي القسمة على 6

2) إثبات أن $2a+b$ يقبل القسمة على 6

* لدينا: $\begin{cases} 2a \equiv 2\ [6] \\ b \equiv 4\ [6] \end{cases}$ ومنه $2a+b \equiv 6\ [6]$ إذن $2a+b \equiv 0\ [6]$

ومنه العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 6.

3) التحقق: لدينا: $b \equiv 4\ [6]$

ومنه: $b+1 \equiv 5\ [6]$

أي: $b+1 \equiv 5-6\ [6]$

إذن: $b+1 \equiv -1\ [6]$

* تعيين باقي قسمة $(b+1)^{2022} + 3a + 4$

$(b+1)^{2022} + 3a + 4 \equiv (-1)^{2022} + 3(1) + 4\ [6]$

$\equiv 1 + 3 + 4\ [6]$

$\equiv 8 - 6\ [6]$

$(b+1)^{2022} + 3a + 4 \equiv 3\ [6]$

إذن باقي قسمة العدد على 6 هو: 3

4) تعيين قيم m حتى يكون:

$a^m + (b+1)^{2m} + m \equiv 3\ [6]$

لدينا: $1^m + (-1)^{2m} + m \equiv 3\ [6]$

ومنه: $1 + 1 + m \equiv 3\ [6]$

أي: $m \equiv 1\ [6]$.

إذن: $\boxed{m = 6k+1}$

حل التمرين (02):

(U_n) متتالية حسابية:

1) حساب U_4: $U_3 + U_5 = 20$

نستعمل الوسط الحسابي:

$U_3 + U_5 = 2U_4 = 20$

إذن $U_4 = \frac{20}{2} = 10$

2) حساب U_5: $2U_4 - U_5 = 7$

نعوض U_4 فنجد: $2(10) - U_5 = 7$

ومنه: $-U_5 = -20 + 7$

$U_5 = 13$

3) استنتاج قيمة r:

لدينا: $U_n = U_p + (n-p)r$

ومنه: $U_5 = U_4 + r$

إذن: $r = U_5 - U_4$ ، ومنه $r = 13 - 10 = 3$

حساب U_0 : لدينا $U_4 = 10, r = 3$

حيث : $U_4 = U_0 + 4r$

ومنه : $10 = U_0 + 4(3)$

إذن : $U_0 = 10 - 12 = -2$

4) التحقق : لدينا $r = 3 ; U_0 = -2$

$U_n = U_0 + nr$

$U_n = -2 + 3n$

ومنه :

* حساب المجموع :

$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

$= \frac{\text{عدد الحدود}}{2}$ (ح الأول + ح الأخير)

$= \frac{n+1}{2}(-2 - 2 + 3n)$

$= \frac{n+1}{2}(-4 + 3n)$

ب) إيجاد قيمة n بحيث : $S_n = 33$

نحل المعادلة :

$\frac{n+1}{2}(-4+3n) = 33$

$(n+1)(3n-4) = 33 \times 2$

$3n^2 + 3n - 4n - 4 = 66$

$3n^2 - n - 70 = 0$

$\Delta =$

مرفوض $n_1 = \frac{-14}{3}$ لأن : $-\frac{14}{3}$ ليس عدد طبيعي

(مقبول) $n_2 = 5$

حل التمرين ③ :

$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

1) النهايات :

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} -x^3 = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} -x^3 = -\infty$

2) حساب $f'(x)$:

$f'(x) = -3x^2 + 6x$

* اتجاه التغير : لدينا :

$f'(x) = x(-3x + 6)$

حيث : $f'(x) = 0$ معناه

$\begin{cases} x = 0 \\ -3x + 6 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-6}{-3} = 2 \end{cases}$ ومنه

إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

لما $x \in]-\infty ; 0[\cup]2 ; +\infty[$ تكون $f'(x)$ سالبة معناه الدالة f متناقصة.

ولما $x \in [0 ; 2]$ تكون $f'(x)$ موجبة معناه الدالة f متزايدة

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

4) نقطة الإنعطاف:

لدينا: $f''(x) = -6x + 6$

ومنه: $f''(x) = 0$ معناه: $\boxed{x = 1}$

حيث

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$

* من الجدول فإن المشتقة الثانية انعدمت عند $x=1$ وغيرت من إشارتها إذن النقطة A حيث $A(1;f(1))$ هي نقطة إنعطاف لـ (C_f).

5) إثبات أن:

$f(x) = (x+1)(-x^2+4x-4)$.

* بالنشر (واضحة).

6) حل المعادلة $f(x) = 0$

من السؤال السابق فإن $f(x) = 0$ معناه

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} x+1 = 0 \\ -x^2+4x-4 = 0 \end{cases}$$

إذن $(C_f) \cap (xx') = \{(-1;0);(2;0)\}$

* معادلة المماس عند A:

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$

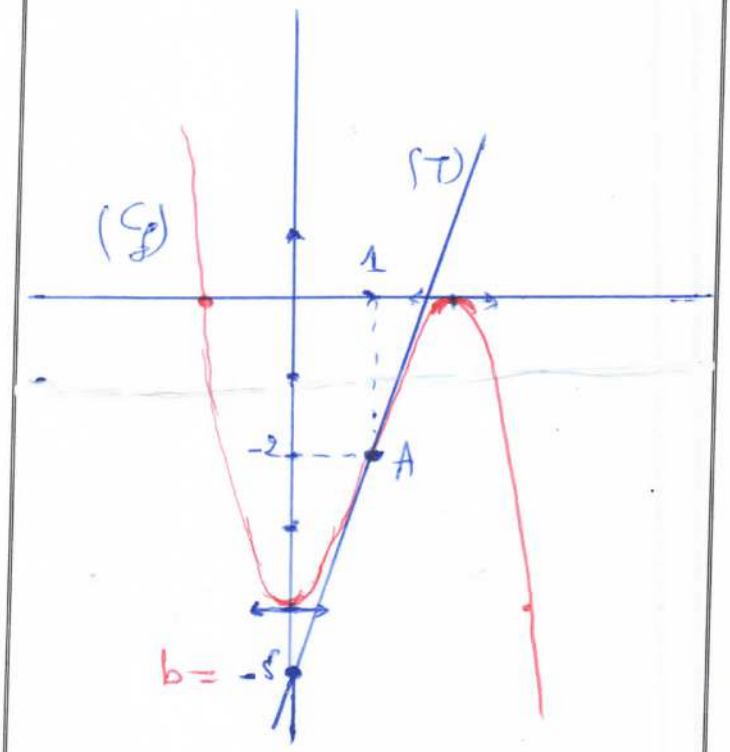
حيث $f(1) = -2$

$f'(1) = 3$

ومنه: $y = 3(x-1) + (-2)$

$y = \boxed{3x-5}$

7) الإنشاء



حل التمرين ①:

1) دراسة بواقي قسمة 2^m على 7:

$2^0 \equiv 1\ [7]$ معناه $2^{3k} \equiv 1\ [7]$

$2^1 \equiv 2\ [7]$ معناه $2^{3k+1} \equiv 2\ [7]$

$2^2 \equiv 4\ [7]$ معناه $2^{3k+2} \equiv 4\ [7]$

$2^3 \equiv 1\ [7]$

إذن بواقي القسمة تشكل متتالية دورية

ودورها $t=3$

2) التحقق:

لدينا: $2022 \equiv 6\ [7]$

معناه: $2022 \equiv 6-7\ [7]$

إذن $2022 \equiv -1\ [7]$

$2022 = 7 \times 288 + 6$

ب) تعيين باقي قسمة العددين:

$2022^{1444} \equiv (-1)^{1444}\ [7]$

$\equiv 1\ [7]$

(لأن الأس عدد زوجي)

إذن باقي قسمة 2022^{1444} على 7 هو: 1

لدينا $2023 \equiv 0\ [7]$

$2023 = 7 \times 289 + 0$

ومنه: $2023^{2022} - 5 \equiv 0 - 5\ [7]$

$2023^{2022} - 5 \equiv -5 + 7\ [7]$

$2023^{2022} - 5 \equiv 2\ [7]$

إذن باقي قسمة $2023^{2022} - 5$ على 7 هو: 2

3) تعيين باقي قسمة A على 7:

لدينا: $2023 \equiv 2\ [7]$ ← العدد

$2020 \equiv 1\ [3]$ ← الأس

نوافق الأس للدور

ومنه: $2023^{2020} \equiv 2^1\ [7]$

$2023^{2020} \equiv 2\ [7]$ ---- ①

ولدينا: $\begin{cases} 2970 \equiv 2\ [7] \\ 1444 \equiv 2\ [\ ] \end{cases}$ ← نوافق الأس للدور

ومنه: $2970^{1444} \equiv 2^2\ [7]$

$2970^{1444} \equiv 4\ [7]$ ---- ②

من ① و ② فإن:

$2023^{2020} + 2970^{1444} + 3 \equiv 2 + 4 + 3\ [7]$

ومنه $A \equiv 9 - 7\ [7]$

معناه $A \equiv 2\ [7]$

إذن باقي قسمة A على 7 هو: 2

4) تعيين قيم m حتى يقبل B القسمة على 7

$B = 2022^{2m} + 1444^{2021} + 12 + m \equiv 0\ [7]$

لدينا: $\begin{cases} 1444 \equiv 2\ [7] \\ 2021 = 2\ [3] \end{cases}$

ومنه: $1444^{2021} \equiv 2^2\ [\ ]$

إذن: $1444^{2021} \equiv 4\ [7]$

$2022^{2m} + 1444^{2021} + 12 + m \equiv 0\ [7]$

ومنه: $(-1)^{2m} + 4 + 12 + m \equiv 0\ [7]$

$m + 17 \equiv 0\ [7]$

$m \equiv -17\ [7]$

$m \equiv -17 + 3 \times 7\ [7]$

نضيف مضاعفات مقياس التردد حتى نتحصل على عدد موجب

ومنه: $m \equiv 4\ [7]$

إذن: $m = 7k + 4$

حل التمرين ②:

(U_m) م هندسية: $U_1 = -1$ ، $q = 2$

(V_m) م حسابية: $V_m = 3 - 2m$

(1) حساب U_2 ، U_3

لدينا: $U_m = U_p \times q^{(m-p)}$

$U_2 = U_1 \times q^{2-1} = -1 \times 2$

$= \boxed{-2}$

$U_3 = U_2 \times q = -2 \times 2 = \boxed{-4}$

* عبارة U_m بدلالة m:

$U_m = U_1 \times q^{m-1}$

$= \boxed{-1 \times 2^{m-1}}$

(2) -16 حد من حدود المتتالية؟:

نحل المعادلة $U_m = -16$

ومنه: $-1 \times 2^{m-1} = -16$

معناه $2^{m-1} = 2^4$

أي: $m - 1 = 4$

إذن: $\boxed{m = 5 \in \mathbb{N}}$

ومنه الحد -16 حد من حدود (U_m).

(3) حساب المجموع:

$S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

$= \text{ح الأول} \times \left(\frac{\text{ع الحدود} - 1}{q - 1} \right)$

$= (-1) \times \left(\frac{2^m - 1}{2 - 1} \right)$

$= \boxed{1 - 2^m}$

(4) $S_m = -127$ ومنه: $1 - 2^m = -127$

ومنه: $-2^m = -128$ أي: $2^m = 128$

ومنه: $2^m = 2^7$ إذن: $\boxed{m = 7}$

إذن قيمة m حتى يكون $S_m = -127$ هو $\boxed{m = 7}$

(5) إثبات أن (V_m) م حسابية

$V_{m+1} - V_m = \left(3 - 2(m+1)\right) - \left(3 - 2m\right)$

$= 3 - 2m - 2 - 3 + 2m$

$= \boxed{-2}$

إذن (U_m) م حسابية أساسها $\boxed{r = -2}$

وحدها الأول $U_1 = 3 - 2(1)$

$= \boxed{1}$

(6) $W_m = U_m + V_m$

المجموع L هو مجموع متتاليتين

(U_m) م هندسية، (V_m) م حسابية

ومنه:

$L = W_1 + W_2 + \dots + W_m$

$= U_1 + V_1 + U_2 + V_2 + \dots + U_m + V_m$

$= \underbrace{(U_1 + U_2 + \dots + U_m)}_{\text{مجموع م هندسية } S'_m} + \underbrace{(V_1 + V_2 + \dots + V_m)}_{\text{مجموع م حسابية}}$

ومنه: $L = \text{ح الأول} \times \left(\frac{\text{ع الحدود} - 1}{q - 1} \right) + \frac{\text{ع الحدود}}{2} \left(\text{ح أخير} + \text{ح أول} \right)$

$= S'_m + \frac{m}{2}\left(1 + 3 - 2m\right)$

$= 1 - 2^m + \frac{m}{2}\left(4 - 2m\right)$

$= \boxed{1 - 2^m + m(2 - m)}$

حل التمرين ③:

$f(x) = 2x^3 - 6x + 4$

1) النهايات:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} 2x^3 = \boxed{-\infty}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x^3 = \boxed{+\infty}$

2) أ) المشتقة:

$f'(x) = 6x^2 - 6$

$= 6(x^2 - 1)$

$= \boxed{6(x-1)(x+1)}$

دراسة إشارة المشتقة:

$f'(x) = 0$ معناه: $\begin{cases} x+1=0 \\ x-1=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ x=1 \end{cases}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ب) تغيرات الدالة f:

* لما $x \in]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$ تكون $f'(x)$ موجبة معناه f متزايدة

ولما $x \in [-1; 1]$ تكون $f'(x)$ سالبة معناه f متناقصة

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	8	↘	0	↗	$+\infty$

حيث:

$f(-1) = 8$

$f(1) = 0$

3) أ) التحقق: $f(x) = 2(x+2)(x-1)^2$

نتحقق بالنشر:

ب) استنتاج احداثيي نقطتي التقاطع

نحل المعادلة $f(x) = 0$

ومنه: $\begin{cases} x+2=0 \\ (x-1)^2=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\boxed{-2} \\ x=\boxed{1} \end{cases}$

إذن: $(C_f) \cap (xx') = \{(-2;0); (1;0)\}$

4) نقطة الإنعطاف:

لدينا: $f''(x) = 12x$

حيث $f''(x) = 0$ تكافئ $12x = 0$

ومنه $\boxed{x=0}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$12x$		$-$	0	$+$	

* من الجدول نلاحظ أن $f''(x)$ انعدمت عند $x=0$ وغيرت من إشارتها، ومنه النقطة ذات الفاصلة $x=0$ هي نقطة إنعطاف (C_f)

5) معادلة المماس: عند A

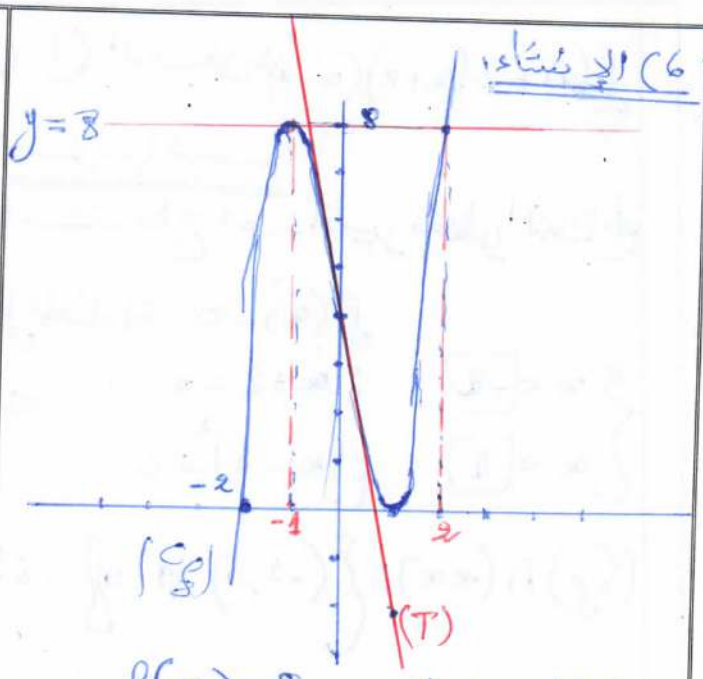
$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = -6(x-0) + 4$

$(T): \boxed{y = -6x + 4}$

حيث: $\begin{cases} f'(0) = -6 \\ f(0) = 4 \end{cases}$

ج) الإستنتاج:



حل المعادلة $f(x) = 8$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = 8$

ومن التمثيل البياني نوجد نقطتان يتقاطع فيهما (C_f) والمستقيم وهما $x = -1$ و $x = 2$

حل التمرين (01):

$a \equiv 2023\ [11]$; $b \equiv 1444\ [11]$

$c \equiv 10^{1962}\ [11]$

1) تعيين باقي قسمة a و b على 11

لدينا:

2023	11
10	183

ومنه: $a \equiv 10\ [11]$

إذن باقي قسمة a على 11 هو 10

ولدينا:

1444	11
3	131

* ومنه: $b \equiv 3\ [11]$

إذن باقي قسمة b على 11 هو 3

* a و b غير متوافقان بترديد 11

لأنه ليس لهما نفس باقي القسمة على 11

2) التحقق أن: $10 \equiv -1\ [11]$

لدينا: $10+1 \equiv 0\ [11]$

ومنه: $10 \equiv -1\ [11]$

استنتاج باقي قسمة c على 11

لدينا: $c \equiv 10^{1962}\ [11]$

ومنه: $c \equiv (-1)^{1962}\ [11]$

إذن $c \equiv 1\ [11]$

لأن: 1962 عدد زوجي؛

إذن باقي قسمة c على 11 هو 1

3) تعيين باقي قسمة العدد $a+b+c$ على 11:

لدينا: $\begin{cases} a \equiv 10\ [11] \\ b \equiv 3\ [11] \\ c \equiv 1\ [11] \end{cases}$ ---- (1)

ومنه: $a \equiv -1\ [11]$

$a+b+c \equiv +3+1\ [11]$

$\equiv 14-11\ [11]$

إذن: $a+b+c \equiv 3\ [11]$

وبالتالي باقي القسمة هو 3

ب) استنتاج باقي القسمة على 11 لـ $2a^2-3b$:

من (1) فإن:

$2a^2-3b \equiv 2(-1)^2-3(3)\ [11]$

$2a^2-3b \equiv 2-9\ [11]$

$2a^2-3b \equiv -7+11\ [11]$

$2a^2-3b \equiv 4\ [11]$

ومنه باقي قسمة $2a^2-3b$ على 11 هو 4

4) دراسة بواقي قسمة 4^m على 11

لدينا:

$4^0 \equiv 1\ [11]$	$4^{5k} \equiv 1\ [11]$
$4^1 \equiv 4\ [11]$	$4^{5k+1} \equiv 4\ [11]$
$4^2 \equiv 5\ [11]$	$4^{5k+2} \equiv 5\ [11]$
$4^3 \equiv 9\ [11]$	$4^{5k+3} \equiv 9\ [11]$
$4^4 \equiv 3\ [11]$	$4^{5k+4} \equiv 3\ [11]$
$4^5 \equiv 1\ [11]$	

ومنه بواقي القسمة تشكل متتالية دورية ودورها $t=5$

5) تعيين الأعداد الطبيعية m

A مضاعف لـ 11 معناه $A \equiv 0\ [11]$

ومنه: $3 \times 4^{2971}+m \equiv 0\ [11]$

* حيث: $2971 = 5(594)+1$

أي: $2971 \equiv 1 \ [5]$

(نوافق الأس إلى الدور)

* ومنه: $3\times 4^{2971} + m \equiv 0 \ [11]$

معناه $3\left(4^{1}\right) + m \equiv 0 \ [11]$

$m \equiv -12 \ [11]$

$m \equiv -12 + 2(11) \ [11]$

$m \equiv 10 \ [11]$

ومنه: $\boxed{m = 11k + 10}$

* قيم m الأقل من 30

من أجل $k=0$ فإن: $\boxed{m = 10}$

// $k=1$ // // : $\boxed{m = 21}$

إذن قيم m الأقل من 30 والتي يكون من أجلها A مضاعف لـ 11 هي $m = \{10; 21\}$

حل التمرين (2):

(U_m) م حسابية:

1) حساب U_2:

$U_1 + U_2 + U_3 = 3U_2 = 24$

ومنه: $U_2 = \frac{24}{3} = \boxed{8}$ (حسب خواص الوسط الحسابي)

2) تعيين قيمة r:

(1) $\cdots U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 = 210$

لدينا: $\begin{cases} U_1 = U_2 - r \\ U_3 = U_2 + r \end{cases}$ ---(2)

نعوض (2) في (1) فنجد:

$(U_2 - r)^2 + U_2^2 + (U_2 + r)^2 = 210$

$(U_2^2 - 2U_2 r + r^2) + U_2^2 + (U_2^2 + 2U_2 r + r^2) = 210$

ومنه: $U_2^2 + r^2 + U_2^2 + U_2^2 + r^2 = 210$

$3U_2^2 + 2r^2 = 210$ أي: $\boxed{U_2 = 8}$ حيث

معناه: $3(64) + 2r^2 = 210$

ومنه: $2r^2 = 210 - 192$

$r^2 = \frac{18}{2} = \boxed{9}$

ويتبع: $\begin{cases} r = 3 \text{ (مرفوضة)} \\ r' = -3 \text{ (مقبول)} \end{cases}$ أي (U_m) متناقصة.

3) استنتاج قيمة U_0:

لدينا $U_2 = U_0 + 2r$

ومنه: $U_0 = U_2 - 2r$

$U_0 = 8 - 2(-3)$

إذن: $\boxed{U_0 = 14}$

4) أ) عبارة الحد العام لـ (U_m):

$U_m = U_0 + mr$

ومنه: $\boxed{U_m = 14 - 3m}$

ب) -2023 حد من حدود المتتالية:

$14 - 3m = -2023$

ومنه: $-3m = -2037$

ومنه $\boxed{m = 679}$ من $\mathbb{N}$

رتبته هي: $679 + 1$

وهي $\boxed{680}$

ج) المجموع:

$S_m = U_0 + U_1 + \dots + U_m$

$= \frac{\text{عدد الحدود}}{2}(\text{ح أخير} + \text{ح أول})$

$= \frac{(m+1)}{2}(14 + 14 - 3m)$ *

$= \boxed{\frac{(m+1)}{2}(28 - 3m)}$

د) تعيين قيمة m حيث: $S_m = 5$

لدينا $\frac{(m+1)}{2}(28-3m) = 5$

$(m+1)(28-3m) = 10$ ومنه:

ومعناه: $-3m^2 + 28m - 3m + 28 = 10$

$-3m^2 + 25m + 18 = 0$

حل المعادلة نجد: $\begin{cases} m_1 = \boxed{-\frac{2}{3}} & \text{(مرفوضا)} \\ m_2 = \boxed{9} & \text{(مقبول)} \end{cases}$

ومنه قيمة m هي 9 :

حل التمرين 3:

I

1) تخصيص النهايات:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \boxed{-\infty}$

2) إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

3) $f(0) = 4$, $f(-2) = 0$

4) حلول المتراجحة: $f(x) > 4$

من البيان نجد: $S = x \in]-\infty; -3[$

* مجموعة حلول المتراجحة هي الحالات التي يكون فيها التمثيل البياني للدالة f أكبر من 4

II $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$

1) المشتقة: $f'(x) = -3x^2 - 6x$

* إشارتها: $f'(x) = 0$ معناه:

$x(-3x-6) = 0$

ومنه: $\begin{cases} x = 0 \\ \text{أو} \\ -3x - 6 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \boxed{0} \\ x = \boxed{-2} \end{cases}$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

* اتجاه التغير: من جدول الإشارة نجد:

الدالة f متناقصة على $x \in]-\infty; -2] \cup [0; +\infty[$

الدالة f متزايدة على $x \in [-2; 0]$.

2) أ) إثبات أن:

$f(x) = (x+2)(-x^2 - x + 2)$

نشر العبارة نجد: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$

* الاستنتاج: حل المعادلة:

$f(x) = 0$

ومنه: $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ -x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$

ومنه: $\begin{cases} x = -2 \\ x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$

إذن: $(C_f) \cap (xx') = \{(-2; 0); (1; 0)\}$

3) A نقطة إنعطاف:

لدينا: $f''(x) = -6x - 6$

حيث: $f''(x) = 0$ معناه $-6x - 6 = 0$

ومنه: $-6x = 6$

إذن: $x = \frac{6}{-6} = \boxed{-1}$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

المشتقة الثانية إنعدمت عند $x = -1$ وغيرت إشارتها إذن النقطة A نقطة إنعطاف لـ (C_f)

معادلة المماس عند A:

$(T): y = f'(-1)(x-(-1)) + f(-1)$

حيث: $\begin{cases} f'(-1) = 3 \\ f(-1) = 2 \end{cases}$

ومنه: $(T): y = 3(x+1) + 2$

$y = 3x + 3 + 2$

$\boxed{(T): y = 3x + 5}$

حل التمرين (01) :

$a \equiv -5\ [8]$ ، $b \equiv 34\ [8]$ ، $c - a \equiv 6\ [8]$

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية لـ: a ، b ، c على 8:

* $a \equiv -5 + 8\ [8]$

$a \equiv 3\ [8]$ ومنه:

2 إذن باقي قسمة a على 8 هو 3

* $b \equiv 34 - 8 \times 4\ [8]$

$b \equiv 34 - 32\ [8]$

$b \equiv 2\ [8]$

2 إذن باقي قسمة b على 8 هو 2

* $c - a \equiv 6\ [8]$

$c \equiv 6 + a\ [8]$

$c \equiv 6 + 3\ [8]$

$c \equiv 9 - 8\ [8]$

$c \equiv 1\ [8]$

1 إذن باقي قسمة c على 8 هو: 1

2) إيجاد باقي قسمة: $a^3 + 2b - c$

* لدينا: $\begin{cases} a \equiv 3\ [8] \\ b \equiv 2\ [8] \\ c \equiv 1\ [8] \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} a^3 \equiv 27\ [8] \\ 2b \equiv 4\ [8] \\ -c \equiv -1\ [8] \end{cases}$

ومنه: $a^3 + 2b - c \equiv 3 + 4 - 1\ [8]$

إذن $a^3 + 2b - c \equiv 6\ [8]$

* وبالتالي: باقي قسمة $a^3 + 2b - c$ على 8 هو 6

$a \times b + c^{2023} \equiv 3 \times 2 + 1\ [8]$

$\equiv 7\ [8]$

إذن باقي قسمة العدد $a \times b + c^{2023}$ على 8 هو 7

3) تعيين الأعداد الطبيعية الأولى من 26 بحيث يكون A مضاعفا لـ 8 حيث $A = a^3 + 2b - c^m + m + 1$

لدينا $a^3 + 2b - c^m + m + 1 \equiv 0\ [8]$

($a^3 + 2b - c^m$: 6)

ومنه: $6 + m + 1 \equiv 0\ [8]$

إذن: $m + 7 \equiv 0\ [8]$

$m \equiv -7\ [8]$

$m \equiv 1\ [8]$

ومنه: $m = 8k + 1$

من أجل $k = 0$ نجد: $m = 1$

// $k = 1$ // // $m = 9$

// $k = 2$ // // $m = 17$

// $k = 3$ // // $m = 25$

إذن قيم m الأولى من 26 هي: $m = \{1; 9; 17; 25\}$

4) أ) بواقي قسمة 3^m على 8

لدينا: $3^0 \equiv 1\ [8]$

$3^1 \equiv 3\ [8]$

$3^2 \equiv 1\ [8]$

إذن: $3^{2k} \equiv 1\ [8]$

$3^{2k+1} \equiv 3\ [8]$

إذن بواقي القسمة دورية ودورها 2

ب) الاستنتاج:

$3^{2023} + 2 \times 3^{1444} \equiv 3^{2(1011)+1} + 2 \times 3^{2(722)}\ [8]$

$\equiv 3 + 2(1)\ [8]$

$\equiv 5\ [8]$

إذن باقي قسمة العدد هو 5

حل التمرين ② :

$V_n = 5^{2n+1}$

1) $\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{5^{2(n+1)+1}}{5^{2n+1}} = \frac{5^{2n+2+1}}{5^{2n+1}}$

$= \frac{5^{2n+1+2}}{5^{2n+1}} = \frac{5^{2n+1} \times 5^2}{5^{2n+1}} = \boxed{5^2}$

2) المتتالية (V_n) هي متتالية هندسية لأن $\frac{V_{n+1}}{V_n} = 5^2$ أي أن أساسها $q = 25$

وحدها الأول: $V_0 = 5^{2(0)+1} = \boxed{5}$

3) أ) تحليل العدد 3125 إلى جداء عوامل أولية.

3125	5
625	5
125	5
25	5
5	5
1	

ومنه: $\boxed{3125 = 5^5}$

ب) الإستنتاج: $V_n = 3125$

تكافئ: $5^{2n+1} = 5^5$

ومنه: $2n+1 = 5$ إذن $\boxed{n = 2 \in \mathbb{N}}$

ومنه 3125 حد من حدود (V_n).

الحد دليله $\boxed{n=2}$ ورتبته $\boxed{3}$

ج) حساب المجموع:

$S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

$= \text{الحد الأول} \left(\frac{\text{عدد الحدود}^{q} - 1}{q - 1} \right)$

$= 5^3 \left(\frac{25^n - 1}{25 - 1} \right) = \boxed{\frac{125}{24}\left(25^n - 1\right)}$

مع $V_1 = 5^{2(1)+1} = 5^3 = 125$

حل التمرين ③ :

I) $g(x) = x^2 + 2x$

1) جدول تغيرات g :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

2) إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

تذكير:
تعيين إشارة دالة إنطلاقا من تمثيلها البياني تحتي تعيين المجالات التي يكون فيها (C_g) تحت حامل محور الفواصل $(-)$ والمجالات التي يكون فيها C_g فوق (xx) $(+)$

II) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$

1) المشتقة:

$f'(x) = 3x^2 + 6x$

$= 3\left(x^2 + 2x\right) = \boxed{3g(x)}$

* استنتاج إشارة $f'(x)$:

إشارة $g(x)$ هي نفسها إشارة $f'(x)$

2) النهايات:

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = \boxed{-\infty}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = \boxed{+\infty}$

3) $f(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 - 2 = \boxed{2}$

$f(0) = (0)^3 + 3(0) - 2 = \boxed{-2}$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

4) إثبات أن: $A(-1;0)$ هي نقطة إنعطاف:

لدينا: $f''(x) = 6x+6$

ومنه: $f''(x)=0$ معناه: $6x+6=0$

أي: $\boxed{x=-1}$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

من الجدول نجد أن المشتقة الثانية $f''(x)$ إنعدمت من أجل $x_0 = -1$ من إشارتها:

إذن النقطة $A(-1;0)$ هي نقطة إنعطاف لـ (C_f)

* معادلة المماس:

$y = f'(-1)(x-(-1)) + f(-1)$

حيث $\begin{cases} f'(-1) = -3 \\ f(-1) = 0 \end{cases}$

إذن: $y = -3(x+1) + 0$

$\boxed{y = -3x - 3}$:(T)

5) أ) تبيان أن: $f(x) = (x+1)(x^2+2x-2)$

ب) استنتاج احداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل:

* نحل المعادلة $f(x)=0$ فنجد:

$\begin{cases} x=-1 \\ x=-1+\sqrt{3} \\ x=-1-\sqrt{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x+1=0 \\ x^2+2x-2=0 \end{cases}$

إذن $(C_f) \cap (xx') = \{(-1-\sqrt{3};0); (-1;0); (-1+\sqrt{3};0)\}$

3 نقط تقاطع ;