المادّة: رياضيات
الشعبة: لغات أجنبية

التّاريخ: 2023/05/15
المدّة: ساعتين ونصف

اختبار البكالوريا التجريبي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التّمرين الأوّل: (06 نقاط)

(v_n) متتالية هندسية أساسها موجب، معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $v_2 = 20$ و $v_4 = 80$.

1. بين أن أساس هذه المتتالية هو $q = 2$ وأن حدها الأول هو $v_0 = 5$.
2. اكتب عبارة v_n بدلالة n.
3. تحقّق أن $v_{n+1} - v_n = 5 \times 2^n$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n).
4. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.
   أ) بين أن: $S_n = 5(2^{n+1} - 1)$.
   ب) استنتج قيمة n بحيث يكون $S_n = 635$.

التّمرين الثّاني: (06 نقاط)

ليكن العددان a و b حيث: $a \equiv -8[9]$ و $b = 2023$.

1. أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 9.
   ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$، $3a-b$ و $a^2 - a$ على 9.
   ج) هل العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 9 ؟ علّل.
2. أ) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقّق: $a^n + an \equiv 0[9]$.
   ب) استنتج قيمة n بحيث يكون: $1962 \leq n \leq 1954$.

التّمرين الثّالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+3x^2-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. برهن أن النقطة A من المنحنى (C_f) التي فاصلتها $x_0=-1$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).
4. اكتب معادلة المستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A.
5. بين أن $f(x)+1=x^2(x+3)$ ، استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=-1$.
6. احسب $f(0)$ ، ثم ارسم المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

انتهى الموضوع الأول

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

الموضوع الثاني

التّمرين الأوّل: (07 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0، وأساسها r وتحقّق: $u_1+u_2+u_3=69$.

1. بين أن $u_2=23$، علما أن $u_0=7$ بين أن $r=8$.
2. اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (u_n)، واحسب الحد الرابع عشر لهذه المتتالية.
3. بين أن العدد 2023 حد من حدود المتتالية (u_n)، عين رتبته.
4. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $2u_n-8n+6=1444$.
5. احسب المجموع S حيث : $S=u_{13}+u_{14}+...+u_{252}$.

التّمرين الثّاني: (05 نقاط)

1. هل العددان 1939 و 1989 متوافقان بتردد 5؟ علل.
2. تحقق أن $4^2\equiv 1[5]$ ثم عين من أجل كل عدد طبيعي k باقي قسمة كلا من 4^{2k} و 4^{2k+1} على 5.
3. بين أن العدد: $1945+1989^{2023}+1939^{1444}$ يقبل القسمة على 5.
4. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $1444^n\equiv 2006[5]$.

التّمرين الثّالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{-2x-2}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن: $f(x)=-2-\dfrac{4}{x-1}$.
2. **أ)** احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

3. **أ)** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن: $f'(x)=\dfrac{4}{(x-1)^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيههما 1، اكتب معادلة لكل منهما.
5. **أ)** عين نقطتي تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

ب) ارسم (Δ) ، (Δ') و المنحنى (C_f).

ج) حل بيانيا المتراجحة $\dfrac{4}{x-1}<0$.

انتهى الموضوع الثاني

www.ecolerradia.com
وفقكم الله في إجتياز شهادة البكالوريا
www.fb.com/ecolerradja
مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

السنة الدراسية: 2023-2022	تصحيح البكالوريا التجريبي	المادة: رياضيات
المستوى: ثالثة لغات أجنبية		الأستاذ: بن مسعود

الموضوع الأول

التمرين الأول :

1) لدينا $V_4 = V_2 \times q^2$

$q^2 = \frac{V_4}{V_2} = \frac{80}{20} = 4$ ومنه $q = 2$ أو $q = -2$ مرفوض

$V_0 = V_2 \times q^{-2} = 20 \times 2^{-2} = 5$ الحد الأول :

2) عبارة (V_n) : $V_n = V_0 \times q^n = 5 \times 2^n$

3) $V_{n+1} - V_n = 5 \times 2^{n+1} - 5 \times 2^n$

$= 5 \times 2^n (2-1)$

$= 5 \times 2^n$ من أجل كل n

ومنه $V_{n+1} - V_n = 5 \times 2^n > 0$ متزايدة (V_n) متزايدة.

4) أ) $S_n = V_0 \left(\frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \right) = 5 \left(\frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} \right)$

$= 5 (2^{n+1} - 1)$

ب) $S_n = 635$

$5 (2^{n+1} - 1) = 635$

$2^{n+1} - 1 = 127$

$2^{n+1} = 128$

نعلم أن $2^7 = 128$ ومنه $n+1 = 7$

أي $n = 6$

التمرين الثاني :

1) أ) لدينا $a \equiv -8 [9]$ أي $a \equiv -8 + 9 [9]$

ومنه $a \equiv 1 [9]$ ، باقي قسمة a على 9 هو 1

9	
223	24
16	
7	

$b \equiv 7 [9]$ باقي قسمة b على 9 هو 7

ب) $a + b \equiv 1 + 7 [9]$ ومنه $a + b \equiv 8 [9]$

باقي قسمة $a+b$ على 9 هو 8.

$3a - b \equiv 3(1) - 7 [9]$ أي $3a - b \equiv -4 [9]$

ومنه $3a - b \equiv 5 [9]$ باقي قسمة $3a-b$ على 9 هو 5

$a^2 - a \equiv 1^2 - 1 [9]$ ومنه $a^2 - a \equiv 0 [9]$

باقي قسمة $a^2 - a$ على 9 هو 0.

ج) $2a + b \equiv 2(1) + 7 [9]$ أي $2a + b \equiv 9 [9]$

ومنه $2a + b \equiv 0 [9]$ ، إذا $2a+b$ يقبل القسمة على 9.

د)

أ) $a^n + an \equiv 0 [9]$

$1^n + 1n \equiv 0 [9]$

$1 + n \equiv 0 [9]$

$n \equiv -1 [9]$

$n \equiv 8 [9]$

ومنه $n = 9k + 8$ $k \in \mathbb{N}$

ب)

$1954 \leqslant n \leqslant 1962$

$1954 \leqslant 9k + 8 \leqslant 1962$

$1946 \leqslant 9k \leqslant 1954$

$\frac{1946}{9} \leqslant k \leqslant \frac{1954}{9}$

$216,22 \leqslant k \leqslant 217,11$

ومنه $k = 217$ نجد : $n = 9(217) + 8 = 1961$

التمرين الثالث:

1. حساب النهايات:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$

2. الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ودالتها المشتقة هي:

$f'(x) = 3x^2 + 6x$.

$f'(x) = 0$ لما: $x = 0$ أو $x = -2$.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- استنتاج التغيرات:

f' موجبة على المجال $]-\infty;-2]$ ومنه f متزايدة على هذا المجال.

f' سالبة على المجال $[-2;0]$ ومنه f متناقصة على هذا المجال.

f' موجبة على المجال $[2;+\infty[$ ومنه f متزايدة على هذا المجال.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

3. الدالة f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ودالتها المشتقة هي:

$f''(x) = 6x + 6$. لدينا: $f''(x) = 0$ لما: $x = -1$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

$f''(x)$ تنعدم عند $x = -1$ مغيرة إشارتها ومنه (C_f) يقبل نقطة إنعطاف هي: $A(-1;1)$.

4. معادلة المماس:

$(T): y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ ، لدينا: $f'(-1) = -3$ و $f(-1) = 1$ ، ومنه: $(T): y = -3x - 2$.

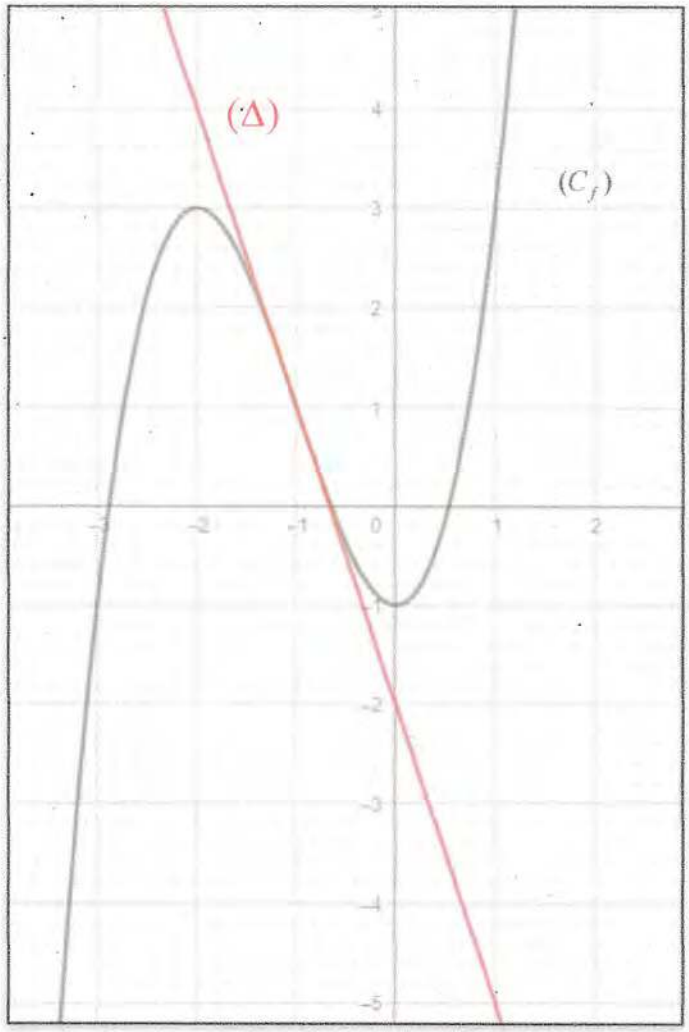
5. لدينا: $f(x) + 1 = x^3 + 3x^2 - 1 + 1$ ،

أي: $f(x) + 1 = x^3 + 3x^2$ ، ومنه: $f(x) + 1 = x^2(x+3)$.

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
x^2		$+$		$+$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	0	$+$	
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)		تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	

6. لدينا: $f(0) = -1$.

- الرسم:



من إعداد: الأستاذ بن مسعود

الموضوع الثاني

التمرين ①:

1) نعلم أن $u_1 + u_3 = 2u_2$

لدينا: $u_1 + u_2 + u_3 = 69$ أي $2u_2 + u_2 = 69$

ومنه $3u_2 = 69$ نجد $\boxed{u_2 = 23}$

وإيجاد r:

$u_2 = u_0 + 2r$

$23 = 7 + 2r$

$2r = 16$

نجد $\boxed{r = 8}$

2) $u_n = u_0 + rn$ أي $\boxed{u_n = 8n + 7}$

الحد الرابع عشر هو u_{13} $u_{13} = 8(13) + 7 = \boxed{111}$

3) $u_n = 2023$ ، $8n + 7 = 2023$

أي $8n = 2016$ $\boxed{n = 1008}$

ونجد $u_{1008} = 2023$ $\boxed{1009}$

4) $2(8n+7) - 8n + 6 = 1444$ أي $2u_n - 8n + 6 = 1444$

ومنه $16n + 14 - 8n + 6 = 1444$

نجد $8n + 20 = 1444$

أي $8n = 1424$ نجد $\boxed{n = 178}$

5) $S = \left(\frac{252 - 13 + 1}{2}\right)(u_{13} + u_{252})$

$S = (120)(2134) = \boxed{256080}$

التمرين ②:

1)

1939	5
1935	387
4	

$1939 \equiv 4 [5]$

1989	5
1985	397
4	

$1989 \equiv 4 [5]$

1989 و 1939 متوافقان بترديد 5 لأن لهما نفس الباقي عند القسمة على 5.

2) لدينا $4^2 \equiv +1 [5]$ لأن $16 = 5 \times 3 + 1$

$4^{2k} \equiv 1^k [5]$ ومنه $4^2 \equiv 1 [5]$ لدينا:

نجد $\boxed{4^{2k} \equiv 1 [5]}$

$4 \times 4^{2k} \equiv 4 \times 1 [5]$ أي $4^{2k} \equiv 1 [5]$ لدينا

ومنه $\boxed{4^{2k+1} \equiv 4 [5]}$

3)

$1939 \equiv 4 [5]$

$1939^{1444} \equiv 4^{1444} [5]$

4^{2k} من الشكل 4^{1444}

ومنه $\boxed{1939^{1444} \equiv 1 [5]}$

$1989 \equiv 4 [5]$

$1989^{2023} \equiv 4^{2023} [5]$

4^{2k+1} من الشكل 4^{2023}

ومنه $\boxed{1989^{2023} \equiv 4 [5]}$

ولدينا: $\boxed{1945 \equiv 0 [5]}$

أي: $1939^{1444} + 1989^{2023} + 1945 \equiv 1 + 4 + 0 [5]$

ومنه $1939^{1444} + 1989^{2023} + 1945 \equiv 0 [5]$

أي: العدد يقبل القسمة على 5.

4) لدينا $1444 \equiv 4 [5]$

$2006 \equiv 1 [5]$

يكون $1444^m \equiv 2006 [5]$

أي $4^m \equiv 1 [5]$

من التعميم $4^{2k} \equiv 1 [5]$

$k \in \mathbb{N}$ $\boxed{m = 2k}$

التمرين (3):

1)

$$f(x) = -2 - \frac{4}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{-2(x-1)-4}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{-2x+2-4}{x-1}$$

$$\boxed{f(x) = \frac{-2x-2}{x-1}}$$ وهو المطلوب

2) أ)

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim \frac{-2x}{x} = \boxed{-2}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim \frac{-2x}{x} = \boxed{-2}$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{-4}{0^+} = \boxed{-\infty}$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{-4}{0^-} = \boxed{+\infty}$$

ب)

(C_f) يقبل مستقيمين مقاربين

$y = -2$ موازي لمحور الفواصل

$x = 1$ موازي لمحور التراتيب

3) أ) قابلية اشتقاق f على $\mathbb{R}-\{1\}$

$$f'(x) = \frac{(-2)(-1)-(1)(-2)}{(x-1)^2} = \frac{4}{(x-1)^2}$$

ب) $f'(x) > 0$ ومنه f متزايدة على $\mathbb{R}-\{1\}$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	-2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-2

4) معامل التوجيه 1 معناه $f'(x) = 1$

أي: $\frac{4}{(x-1)^2} = 1$

$4 = (x-1)^2$

$x^2 - 2x + 1 = 4$ ، $x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = 16$ نجد $x_1 = -1$ $x_2 = 3$

معادلة (Δ) عند $x = -1$

$y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$

$y = 1(x+1) + 0$

(Δ): $y = x + 1$

معادلة (Δ') عند $x = 3$

$y = f'(3)(x-3) + f(3)$

$y = 1(x-3) - 4$

(Δ'): $y = x - 7$

5) أ) تقاطع (C_f) مع محور التراتيب:

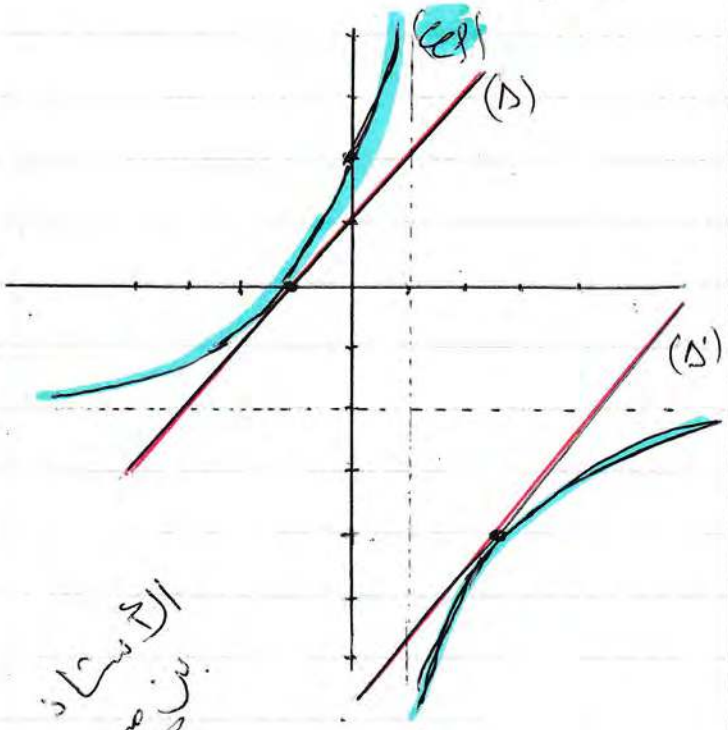
$f(0) = 2$ ، نقطة التقاطع هي $A(0,2)$

تقاطع مع محور الفواصل:

$f(x) = 0$ ، $-2x-2 = 0$ نجد $x = -1$

نقطة التقاطع هي $B(-1,0)$

ب) الرسم:



الأشكال بين مسعود

ج) $\frac{4}{x-1} < 0$

أي $-\frac{4}{x-1} > 0$

ومنه $-2 - \frac{4}{x-1} > -2$

أي $f(x) > -2$

حلول المتراجحة هي $x \in]-\infty, 1[$

(قيم x التي من أجلها (C_f) يقع فوق $y=-2$)