ثانوية مليكة قايد – سطيف- 2022 -2021	اختبار بكالوريا تجريبي في الرياضيات	السنة الثالثة تقني رياضي هندسة كهربائية المدة : 4 ساعات و نصف

على التلميذ الإجابة على أحد الموضوعين على الخيار

الموضوع الأول:

التمرين الأول(4 ن):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0=\frac{1}{8}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=u_n(2-u_n)$

1) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x(2-x)$

أ) ادرس اتجاه تغير الدالة f

ب) بين أنه إذا كان $x\in[0;1[$ فإن $f(x)\in[0;1[$

2) أ) أحسب كلا من u_1 و u_2

ب) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<1$

جـ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=1-u_n$

أ) عبر عن v_{n+1} بدلالة v_n

ب) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

جـ) استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

د) عين أصغر عدد طبيعي n يحقق : $u_n>1-10^{-20}$

و) احسب بدلالة n الجداء $p(n)$ حيث : $p(n)=v_0\times v_1\times.....\times v_n$ ، ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} p(n)$

التمرين الثاني(4 ن):

1) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7

2) استنتج باقي قسمة العدد $1954^{1962}+1962^{1954}+2020^{1441}$ على 7

3) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $2020^{3n+1}+1962^{3n+1}+1954^{3n+1}\equiv 0[7]$

4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $S_n=1+5+5^2+...+5^n$

أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n، $4S_n=5^{n+1}-1$

ب) نعتبر العدد الطبيعي a ، بين أن $4S_n\equiv a[7]$ إذا و فقط إذا كان $S_n\equiv 2a[7]$

جـ) استنتج باقي قسمة S_{2020} على 7

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

التمرين الثالث(4ن):

يحتوي كيس على ست كرات بيضاء تحمل الأرقام : 0 ؛ 0 ؛ 0 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 2
و كرتين سوداوين تحملان الرقمين : 0 ؛ 1 . (الكرات لا نميز بينها باللمس)

1) نسحب من الكيس عشوائيا كرتين على التوالي دون إرجاع
احسب احتمال كلا من الحدثين التاليين
A : الحصول على كرتين من نفس اللون
B : جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين معدوم

2) نسحب الآن كرتين في آن واحد
أ) احسب احتمال الحادثة C : مجموع العددين الذين تحملها الكرتان المسحوبتان عدد أولي
ب) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب ، مجموع الرقمين المسجلين على الكرتين المسحوبتين
*) عين قانون احتمال X ، واحسب أمله الرياضياتي
*) احسب $E(X^2)$

التمرين الرابع(8 ن):

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln|x|$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x) = 2x - 2 + \dfrac{\ln|x|}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $2\,cm$

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

2) بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x - 2$ مقارب للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$
- أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

4) أحسب $f(-x) + f(x)$. ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة $\Omega(0,-2)$ ؟

5) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يمر من النقطة Ωو يمس (C_f) في نقطتين A و B يطلب تعيينهما
- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T)

6) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 1 و الآخر α حيث $-0,37 < \alpha < -0,36$

7) أنشئ كلا من (Δ) ؛ (T) و (C_f)

8) (Δ_m) المستقيمات التي معادلاتها : $y = mx - 2$ حيث m وسيط حقيقي
أ- بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها
ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = mx - 2$

9) λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$
أ- احسب بدلالة λ و بـ cm^2 المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 1$ و $x = \lambda$
ب- عين قيمة العدد الحقيقي λ بحيث يكون : $A(\lambda) = \dfrac{1}{2}\,cm^2$

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4,5 ن):

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ $u_1=\sqrt{e}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) أحسب كلا من u_2 ، u_3 و u_4 (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) أ) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ يكون $u_n\leq n+3$

ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3) المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $v_n=u_n-n$

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ، ثم بين أن من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$:

$$u_n=n+\left(\sqrt{e}-1\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $S_n=\left(\frac{2}{3}\right)v_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2v_2+.....+\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n$ ؛ $S'_n=u_1+u_2+.....+u_n$ و $T_n=\frac{S'_n}{n^2}$

عبر عن S_n و S'_n بدلالة n ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$

التمرين الثاني(4,5 ن):

1) نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $(E).....7x-3y=1$

أ- بين أن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا

ب- حل المعادلة (E)

ج- برهن أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن العددين : x و y أوليين فيما بينهما

2) ليكن a و b عددين صحيحين يحققان العلاقة : $(E').....7a-3b=29$

أ- ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين : a و b
ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب- عين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الصحيحة حلول الجملة :
$$\begin{cases}7a-3b=29\\ d=29\end{cases}$$

ج- ليكن m المضاعف المشترك الأصغر للعددين : a و b

حل الجملة :
$$\begin{cases}7a-3b=29\\ d=29\\ m=1044\end{cases}$$

3) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ الجملة :
$$\begin{cases}7a-3b=29\\ p\gcd(a;b)=1\end{cases}$$

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

التمرين الثالث(4 ن):

عين في كل حالة مما يلي الإجابة الوحيدة الصحيحة مع التبرير :

1) المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ: $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = 2U_n - n$ حدها العام على $\mathbb{N}$ هو :

أ) $U_n = 2^n + n + 1$ ب) $U_n = 2^n + n + 2$ جـ) $U_n = 2^n - n + 1$

2) المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $2U_{n+1} = U_n + 2000$

نعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية العددية (V_n) كما يلي : $V_n = \frac{1}{2}U_n - \alpha$ حيث α عدد حقيقي

إن قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ هي :

أ) $\alpha = 1000$ ب) $\alpha = 500$ جـ) $\alpha = -500$

3) إن مجموعة حلول المعادلة $ln(2e^x - 1) = 2x$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S = \{0\}$ ب) $S = \{0,1\}$ جـ) $S = \phi$

4) إن $\lim\limits_{x \to +\infty} ln\left(\frac{e^x - 3}{e^{2x} + 7}\right) + x$ تساوي

أ) e ب) 1 جـ) 0

التمرين الرابع (7ن) :

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = 1 + (1 - x)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;+\infty[$

3) تحقق أن : $1,27 < \alpha < 1,28$ ، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = \frac{e^x + x + 1}{e^x + 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2\,cm$

1) بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أ- احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

3) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') حيث (Δ') معادلة لـ $y = 1$

4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب- بين أن $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5) أ- أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$

ب- أثبت أن (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة $M(-\alpha,0)$ موازيا للمستقيم (Δ)

جـ- اكتب معادلة لـ (T)

6) أنشئ (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f)

7) m وسيط حقيقي ، ناقش حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + f(m)$

ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

تصحيح باكالوريا تجريبي في الرياضيات
3 ث ر
الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط)

$u_{n+1}=u_n(2-u_n)$ ، $u_0=\frac{1}{8}$

① $D=\mathbb{R}$; $f(x)=x(2-x)$

② $f'(x)=-2x+2$; $x\in\mathbb{R}$

إشارة f' على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$-2x+2$		$+$	0	$-$	

ب) $x\in]0,1[$ ، $0<x<1$ ، f متزايدة تماما على $]0,1[$

$0<f(x)<1$ أي $f(0)<f(x)<f(1)$

$f(x)\in]0,1[$ إذن

③ $u_1=u_0(2-u_0)=f(u_0)=\frac{15}{64}$

$u_2=u_1(2-u_1)=f(u_1)=\frac{1695}{4096}$

البرهان بالتراجع أن $0<u_n<1$

$n=0$ ، $0<u_0=\frac{1}{8}<1$

$P(0)$ صحيحة.

نفرض $P(n)$ صحيحة : $0<u_n<1$

ونبرهن صحة $P(n+1)$: $0<u_{n+1}<1$

f متزايدة تماما على $]0,1[$ ، $0<u_n<1$

إذن $f(0)<f(u_n)<f(1)$ أي $0<u_{n+1}<1$

وهو المطلوب

من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<1$

تكون المتتالية (u_n) محدودة

④ من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1}-u_n=u_n-u_n^2=u_n(1-u_n)$

$0<u_n<1$ ، ومنه $-1<-u_n<0$ ، ومنه $0<1-u_n<1$

إذن $u_n(1-u_n)>0$ أي $u_{n+1}-u_n>0$

المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

⑤ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من 0 فهي متقاربة نحو عدد ℓ حيث $0<\ell\leq 1$

⑥ $v_n=1-u_n$

لدينا $v_{n+1}=1-u_{n+1}$

$=1-u_n(2-u_n)$

$=1-2u_n+u_n^2$

$=(1-u_n)^2=v_n^2$

أي $v_{n+1}=v_n^2$

$v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$: نبرهن بالتراجع أن

$v_0=1-u_0=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$ ، $n=0$

$P(0)$ صحيحة لأن $v_0=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^0}=\left(\frac{7}{8}\right)^1=\frac{7}{8}$

نفرض صحة $P(n)$: $v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

ونبرهن صحة $P(n+1)$: $v_{n+1}=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}}$

لدينا $v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$ ومنه $v_n^2=\left[\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}\right]^2$

أي $v_n^2=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n\times 2}$ أي $v_n^2=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}}$

ومن $v_{n+1}=v_n^2$ نجد $v_{n+1}=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}}$

من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

د) استنتاج نهاية u_n لما n يؤول إلى $+\infty$

$u_n=1-v_n$ يعني $v_n=1-u_n$

$=1-\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}1-\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$ ، $\begin{cases}\lim 2^n=+\infty\\ \lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}=0\end{cases}$

$=1$ ، $-1<\frac{7}{8}<1$

ه) إيجاد عدد طبيعي n حيث $u_n>1-10^{-20}$

$\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}<10^{-20}$ يعني $1-\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}>1-10^{-20}$

يعني $\ln\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}<\ln 10^{-20}$

يعني $2^n\ln\left(\frac{7}{8}\right)<-20\ln 10$

يعني $2^n>\frac{-20\ln 10}{\ln\frac{7}{8}}$

يعني $n\ln 2>\ln\left(\frac{-20\ln 10}{\ln\frac{7}{8}}\right)$

أي $n>\frac{\ln\left(\frac{-20\ln 10}{\ln\frac{7}{8}}\right)}{\ln 2}$

$n>5,11$ ، ومنه أصغر عدد طبيعي n هو $n=6$

و) $P(n)=v_0\times v_1\times\cdots\times v_n$

$=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^0}\times\left(\frac{7}{8}\right)^{2^1}\times\cdots\times\left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$

$=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^0+2^1+\cdots+2^n}$

مجموع $n+1$ حد من متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول 1

$=\left(\frac{7}{8}\right)^{1\left(\frac{2^{n+1}-1}{2-1}\right)}$

$P(n)=\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}-1}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}P(n)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{7}{8}\right)^{2^{n+1}-1}=0$ ، $\begin{cases}\lim 2^{n+1}-1=+\infty\\ -1<\frac{7}{8}<1\end{cases}$

التمرين الثاني (4 نقاط)

① أ) باقي قسمة 7^n على 5

$5^1\equiv 5[7]$ ، $5^2\equiv 4[7]$ ، $5^3\equiv 6[7]$

$5^4\equiv 2[7]$ ، $5^5\equiv 3[7]$ ، $5^6\equiv 1[7]$

البواقي هي 1 ، 5 ، 4 ، 6 ، 2 ، 3

$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$	
$5^n\equiv$	1	5	4	6	2	3	$[7]$

ب) استنتاج باقي قسمة

$A=2020^{1444}+1962^{1954}+1954^{1962}$ على 7

$5^2\equiv 4[7]$ (1) ولدينا $2020\equiv 4[7]$

$b\equiv a[n]$ تكافئ $a\equiv b[n]$ ولدينا

$2020\equiv 5^2[7]$ إذن $4\equiv 5^2[7]$ ومنه

$2020^{1444}\equiv(5^2)^{1444}[7]$ ومنه

$\equiv 5^{2888}[7]$

$2888=6(480)+2$ لدينا $6k+2$ الشكل

$2020^{1444}\equiv 4[7]$ إذن

$5^4\equiv 2[7]$ (1) ولدينا $1962\equiv 2[7]$

$1962\equiv 5^4[7]$ إذن $2\equiv 5^4[7]$ ومنه

$1962^{1954}\equiv(5^4)^{1954}[7]$ إذن

$\equiv 5^{7816}[7]$

$7816=6(1302)+4$ لدينا $6k+4$ الشكل

$1962^{1954}\equiv 2[7]$ إذن

$1954^{1962}\equiv 1[7]$ ومنه $1954\equiv 1[7]$

إذن $A\equiv 4+2+1[7]$

$\equiv 0[7]$

الباقي هو 0

ج) من أجل كل عدد طبيعي n :

$2020^{3n+1}+1962^{3n+1}+1954^{3n+1}\equiv 0[7]$

$2020^{3n+1}\equiv(5^2)^{3n+1}[7]$ ومنه $2020\equiv 5^2[7]$

$\equiv 5^{6n+2}[7]$

$\equiv 4[7]$

$1962^{3n+1}\equiv(5^4)^{3n+1}[7]$ ومنه $1962\equiv 5^4[7]$

$\equiv 5^{12n+4}[7]$

$\equiv(5^{6n+2})^2[7]$

$\equiv 4^2[7]$

$\equiv 2[7]$

$1954^{3n+1}\equiv 1[7]$ ومنه $1954\equiv 1[7]$

3as.ency-education.com

$2020^{3n+1} + 1962^{3n+1} + 1954^{3n+1} \equiv 4+2+1$ [7] أي

$\equiv 0$ [7]

④ من أجل كل عدد طبيعي n :

$S_n = 1+5+5^2+\dots+5^n$ مجموع حدود متتالية هندسية

$= 1\,\frac{5^{n+1}-1}{5-1}$

$S_n = \frac{5^{n+1}-1}{4}$

ومنه $4S_n = 5^{n+1} - 1$

ب) a عدد طبيعي.

إذا وفقط إذا $4S_n \equiv a$ [7] فإن $S_n \equiv 2a$ [7]

① إذا وفقط إذا $4S_n \equiv a$ [7] فإن $8S_n \equiv 2a$ [7]

$S_n \equiv 2a$ [7] و $8 \equiv 1$ [7]،

② إذا وفقط إذا $S_n \equiv 2a$ [7] فإن $4S_n \equiv 8a$ [7]

$4S_n \equiv a$ [7] و $8 \equiv 1$ [7]،

ومنه $S_n \equiv 2a$ [7] إذا وفقط إذا $4S_n \equiv a$ [7]

ج) استنتاج باقي قسمة S_{2020} على 7.

لدينا $4S_n = 5^{n+1} - 1$

ومنه $4S_{2020} = 5^{2021} - 1$

لدينا $2021 = 6(336) + 5$ أي $2021 = 6k+5$

أي $4S_{2020} \equiv 3 - 1$ [7]

$\equiv 2$ [7]

ومنه $S_{2020} \equiv 4$ [7] لأن $4S_{2020} \equiv 2$ [7]

باقي قسمة S_{2020} على 7 هو 4.

التمرين الثالث (ج4)

6 بيضاء ← 2, 1, 1, 0, 0, 0

2 حمراء ← 1, 0] 8

① عدد السحبات الممكنة (التوالي دون إرجاع)

$A_8^2 = 56$

عدد الحالات الملائمة لحدث سحب لونين مختلفين

A : "سحب لونين مختلفين"

$P(A) = \frac{A_6^2 + A_2^2}{56} = \frac{4}{7}$

B : "سحب الكرتين البيضاوين الحاملتين عددين زوجيين"

$P(B) = \frac{A_4^2 + A_4^1 A_4^1 \times 2}{56}$ { $0 \times 0 = 0$, $0 \times$ عدد $= 0$

$= \frac{11}{14}$

② سحب كرتين آنيا وعلى التوالي

عدد الحالات $C_8^2 = 28$

C : "سحب كرتين مختلفتين لونا أو لونين مختلفين"

$P(C) = \frac{C_4^1 C_4^1 + C_3^2 + C_3^1 C_1^1}{28/5} = \frac{5}{14}$ { $0+2=2$, $1+1=2$, $1+2=3$

ب) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المسحوبة

X يأخذ القيم من $\{0, 1, 2, 3\}$

قانون احتمال X

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$3/14$	$3/7$	$1/4$	$3/28$

$P(X=0) = \frac{C_6^2}{28} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$ $\quad 0+0=0$

$P(X=1) = \frac{C_6^1 \times C_2^1}{28} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ $\quad 0+1=2$

$P(X=2) = \frac{C_6^1 \times C_1^1 + C_2^2}{28} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ { $0+2=2$, $1+1=2$

$P(X=3) = \frac{C_2^1 \times C_1^1}{28} = \frac{2}{28}$ $\quad 1+2=3$

الأمل الرياضي $E(X) = \sum_{i=1}^{4} p_i x_i = \frac{5}{4}$

$E(X^2) = \sum_{i=1}^{4} p_i x_i^2$

$= (0^2 \times \frac{3}{14}) + (1^2 \times \frac{3}{7}) + (2^2 \times \frac{1}{4}) + (3^2 \times \frac{3}{28})$

$E(X^2) = \frac{67}{28}$

التمرين الرابع (ج8)

I) $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln|x|$

$D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$.

① دراسة تغيرات g

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim_{x \to -\infty} x^2\left[2 + \frac{1}{x^2} - \frac{\ln(-x)}{(-x)^2}\right] = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} x^2\left[2 + \frac{1}{x^2} - \frac{\ln x}{x^2}\right] = +\infty$

$\lim_{x \to 0} g(x) = \lim_{x \to 0} 2x^2 + 1 - \ln|x| = +\infty$

$\lim_{x \to 0} g(x) = +\infty$

من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

$g'(x) = 4x - \frac{1}{x} = \frac{4x^2-1}{x} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$

إشارة g' من إشارة $4x^2-1$ على $]-\infty, -\frac{1}{2}[$ و $]0, \frac{1}{2}[$ و $]\frac{1}{2}, +\infty[$ ، و $]-\frac{1}{2}, 0[$ و $]\frac{1}{2}, +\infty[$ مجالات رتابة g

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$4x^2-1$	+	0	−	0	+
x	−	−	0	+	+
$g'(x)$	−	0	+	0	+
$g(x)$	$+\infty$ ↘	2,19	$+\infty$ ↗	2,19	$+\infty$ ↗

3as.ency-education.com

② $g(x)$ إشارة

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	+	‖	+

II) $f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln|x|}{x}$

$D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

① $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} 2x - 2 - \frac{\ln(-x)}{(-x)} = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x - 2 + \frac{\ln x}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$ $\quad \lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$

المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ مقارب للمنحنى (C)

② من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$

$f'(x) = 2 + \frac{\frac{1}{x}x - \ln|x|}{x^2}$

$= 2 + \frac{1 - \ln|x|}{x^2} = \frac{2x^2 + 1 - \ln|x|}{x^2}$

$f'(x)$ و $g(x)$ من نفس الإشارة، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ لأن

f متزايدة تماما على $]0, +\infty[$ و $]-\infty, 0[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	‖	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗ $+\infty$

③ $y = 2x - 2$ معادلة المستقيم (Δ)

$\lim_{x \to +\infty} f(x) - (2x-2) = \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln|x|}{x} = 0$

$|x| \to +\infty$ لأن

(Δ) مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

$f(x) - (2x-2) = \frac{\ln|x|}{x}$

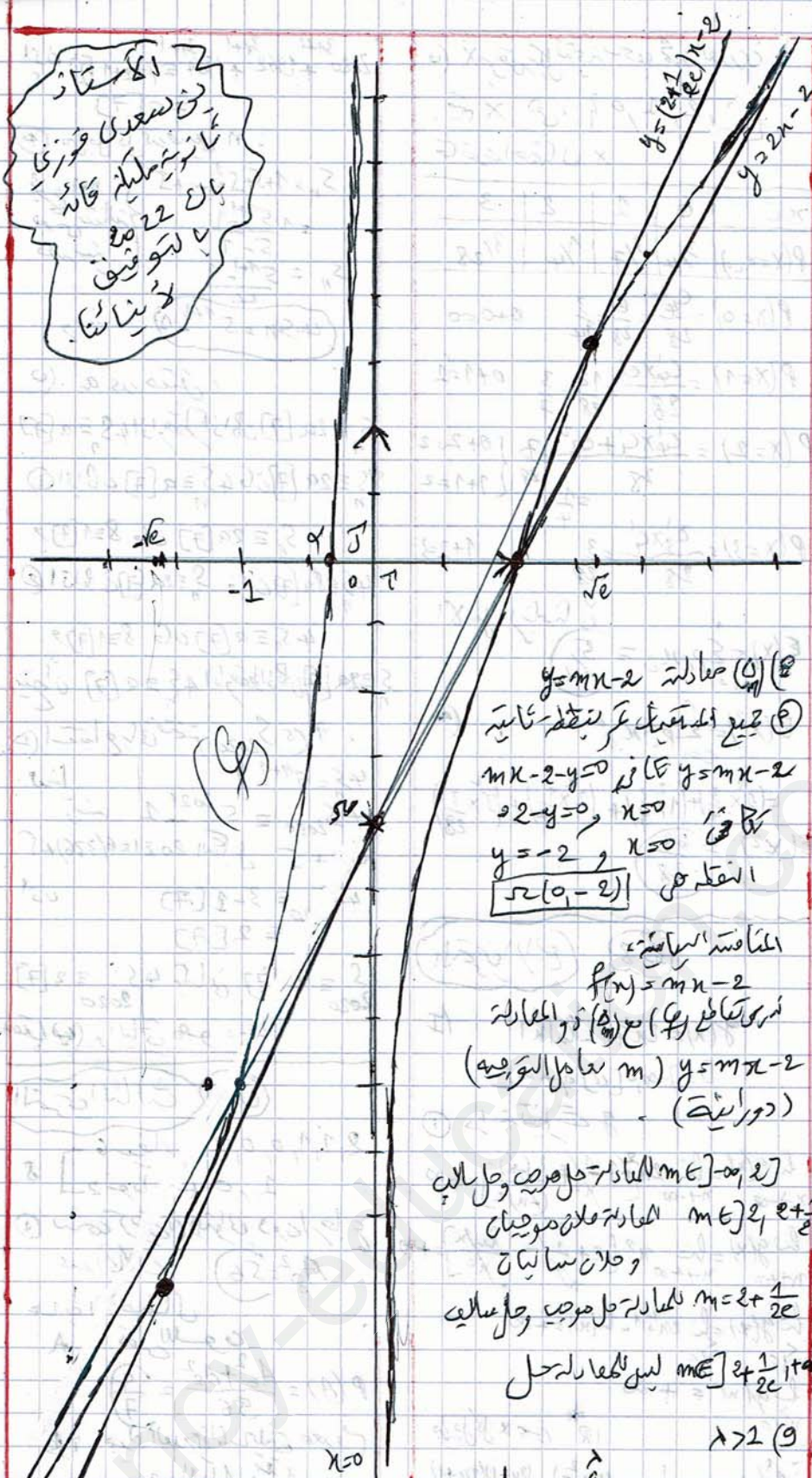
$\ln|x| = 0$ يعني $|x| = 1$ يعني $x = -1$ أو $x = 1$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$\ln\|x\|$	+	0	−	0	+
x	−	−	0	+	+
$\frac{\ln\|x\|}{x}$	−	0	+	−	0	+
الوضع النسبي	(C) تحت (Δ)	(C) فوق (Δ)	(C) تحت (Δ)	(C) فوق (Δ)

تقاطع المستقيم (Δ) و (C)

$M_1(-1, -4)$ $\quad M_2(1, 0)$

الأستاذ
بن سعدي فوزي
ثانوية عائشة حامد
باتنة 22 مع
التوفيق
لأبنائنا



f معرفة على $\mathbb{R}^*$

$f(-x)+f(x)=-2x-2-\frac{\ln|x|}{x}+2x-2+\frac{\ln|x|}{x}$

$=-4$

النقطة $\Omega(0,-2)$ مركز تناظر $(\mathcal{C}_f)$

③ $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا Δ بالنقطة x_0

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

$-2=f'(x_0)(0-x_0)+f(x_0)$

$f(x_0)=2x_0-2+\frac{\ln|x_0|}{x_0}$ لدينا

$f'(x_0)=\frac{2x_0^2+1-\ln|x_0|}{x_0^2}$

$-2=\frac{2x_0^2+1-\ln|x_0|}{x_0^2}(-x_0)+2x_0-2+\frac{\ln|x_0|}{x_0}$

$-2=-\frac{2x_0^2-1+\ln|x_0|}{x_0}+2x_0-2+\frac{\ln|x_0|}{x_0}$

$0=\frac{-2x_0^2-1+\ln|x_0|+2x_0^2+\ln|x_0|}{x_0}$

$\frac{2\ln|x_0|-1}{x_0}=0$

$\ln|x_0|=\frac{1}{2}$ يعني $2\ln|x_0|-1=0$ يعني

$|x_0|=e^{\frac{1}{2}}$ أي $\begin{cases}x_0=\sqrt{e}\\x_0=-\sqrt{e}\end{cases}$ يعني

النقطتان هما

$M_1(\sqrt{e},2\sqrt{e}-2+\frac{\sqrt{e}}{2e})$ $M_2(-\sqrt{e},-2\sqrt{e}-2+\frac{\sqrt{e}}{2e})$

المماس (T) : $f'(\sqrt{e})=2+\frac{1}{2e}$

$y=(2+\frac{1}{2e})(x-\sqrt{e})+2\sqrt{e}-2+\frac{\sqrt{e}}{2e}$

$y=(2+\frac{1}{2e})x-2$

x	0	$\sqrt{e}$
y	-2	$1,68$

⑥ تمثيل حلول $f(x)=0$

(*) f مستمرة وتزايدية تماما على $]0;+\infty[$

$f(1)=0$ إذن 1 حل وحيد في $]0,+\infty[$

(*) f مستمرة وتزايدية تماما على $[-0,37;-0,36]$

$f(-0,36)=0,0178$ $f(-0,37)=-0,052$

$f(-0,37)\times f(-0,36)<0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا α حيث $-0,37<\alpha<-0,36$

$f(\alpha)=0$

⑦ أ) دراسة إشارة $f(x)$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$-8,4$	$-6,3$	-4	$\|$	0	$2,35$	$4,37$

ب) $\mathcal{C}_f$ يقطع $(\mathcal{C}_m)$ في نقطة ثابتة

$mx-2=y$ تكافئ $y=mx-2$

$mx-2-y=0$

$2-y=0$, $x=0$ من أجل

$y=-2$, $x=0$

النقطة $\Omega(0,-2)$

المناقشة البيانية:

$f(x)=mx-2$

نبرهن تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع $(\mathcal{C}_m)$ ذو المعادلة $y=mx-2$ (m معامل التوجيه)

(حوراسية)

$m\in]-\infty,2]$ المعادلة حل وحيد وحل سالب

$m\in]2,e+\frac{1}{2e}[$ المعادلة حلان موجبان

وحلان سالبان

$m=2+\frac{1}{2e}$ المعادلة حل موجب وحل مضاعف

$m\in]2+\frac{1}{2e};+\infty[$ ليس للمعادلة حل

⑨ $\lambda>1$

$A(\lambda)=\int_1^\lambda f(x)-(2x-2)\,dx$

$=\int_1^\lambda \frac{\ln x}{x}\,dx$

$=\left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^\lambda$

$=\frac{1}{2}(\ln\lambda)^2-\frac{1}{2}(\ln 1)^2$

$A(\lambda)=\frac{1}{2}(\ln\lambda)^2$ u.a

أي cm^2

$A(\lambda)=4\times\frac{1}{2}(\ln\lambda)^2=2(\ln\lambda)^2\,cm^2$

⑤ تعيين λ حيث

$2(\ln\lambda)^2=\frac{1}{2}$ يعني $A(\lambda)=\frac{1}{2}cm^2$

$(\ln\lambda)^2=\frac{1}{4}$ يعني $\ln\lambda=\frac{1}{2}$ يعني

$\lambda=e^{\frac{1}{2}}$ يعني ($\ln\lambda>0$, $\lambda>1$ لأن)

$\lambda=\sqrt{e}$

3as.ency-education.com

تصحيح الامتحان الوزاري لمادة الرياضيات
الموضوع الثاني

التمرين الأول (04,5 نقاط)

$u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+2$; $u_1=\sqrt{e}$

$u_2=\frac{2}{3}u_1+\frac{1}{3}+1=2,43$ ①

$u_3=\frac{2}{3}u_2+\frac{2}{3}+1\leq 3,29$

$u_4=\frac{2}{3}u_3+\frac{3}{3}+1=4,19$

التخمين: (u_n) متزايدة

② البرهان بالتراجع على $n\geq 1$: $u_n\leq n+3$

$n=1$ $u_1=\sqrt{e}$

$1+3=4$

$P(1)$ صحيحة، $\sqrt{e}<4$

نفترض صحة $P(n)$ أي: $u_n\leq n+3$

ونبرهن صحة $P(n+1)$: $u_{n+1}\leq n+4$

من $u_n\leq n+3$ نجد $\frac{2}{3}u_n\leq\frac{2}{3}n+2$

ومنه $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\leq\frac{2}{3}n+2+\frac{1}{3}n+1$

أي $u_{n+1}\leq n+3$

وبما أن $n+3<n+4$

فإن $u_{n+1}\leq n+4$

خلاصة: $u_n\leq n+3$; $\forall n\geq 1$

③ أ) $\forall n\geq 1$

$u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-u_n$

$=-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

$=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$

لدينا $u_n\leq n+3$ أي $n+3-u_n\geq 0$

ومنه $u_{n+1}-u_n\geq 0$ أي (u_n) متزايدة

ب) من أجل كل $n\geq 1$: $v_n=u_n-n$

(v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$

$v_{n+1}=v_n\times q$

$v_{n+1}=u_{n+1}-(n+1)$

$=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-n-1$

$=\frac{2}{3}u_n-\frac{2}{3}n$

$=\frac{2}{3}(u_n-n)=\frac{2}{3}v_n$

حدها الأول $v_1=u_1-1=\sqrt{e}-1$

ج) نبين أن $u_n=n+(\sqrt{e}-1)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

لدينا $v_n=v_1\times q^{n-1}$

$=(\sqrt{e}-1)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

ومنه $u_n=v_n+n$ أي $v_n=u_n-n$

$u_n=n+(\sqrt{e}-1)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

$S_n=\frac{2}{3}v_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2v_2+\dots+\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n$ (4

نضع $w_n=\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n$

لدينا $w_{n+1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}v_{n+1}$

$=\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\times\frac{2}{3}v_n$

$=\left(\frac{2}{3}\right)^n\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}v_n$

$=\frac{4}{9}\left[\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n\right]=\frac{4}{9}w_n$

ومنه (w_n) هندسية أساسها $q'=\frac{4}{9}$

حدها الأول $w_1=\frac{2}{3}v_1=\frac{2}{3}(\sqrt{e}-1)$

$S_n=w_1+w_2+\dots+w_n$

$=w_1\left[\frac{1-q^n}{1-q}\right]$

$=\frac{2}{3}(\sqrt{e}-1)\left[\frac{1-\left(\frac{4}{9}\right)^n}{1-\frac{4}{9}}\right]$

$S_n=\frac{6}{5}(\sqrt{e}-1)\left(1-\left(\frac{4}{9}\right)^n\right)$

$S'_n=u_1+u_2+\dots+u_n$ $[u_n=v_n+n]$

$=(v_1+1)+(v_2+2)+\dots+(v_n+n)$

$=(v_1+v_2+\dots+v_n)+(1+2+\dots+n)$ مجموع متتالية حسابية

$=v_1\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)+\frac{n(n+1)}{2}$

$=(\sqrt{e}-1)\left(\frac{1-(2/3)^n}{1-2/3}\right)+\frac{n(n+1)}{2}$

$S'_n=3(\sqrt{e}-1)\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)+\frac{n(n+1)}{2}$

$\lim_{n\to+\infty}T_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{S'_n}{n^2}$

$=\lim_{n\to+\infty}\frac{3(\sqrt{e}-1)\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)}{n^2}+\frac{n(n+1)}{2n^2}$

$=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

① (E): $7y-3x=1$

لدينا $1|1$ ، $PGCD(7,3)=1$ حسب ⓟ

فإن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا (x_0,y_0) حيث x_0 و y_0 أعداد صحيحة

أ) حل المعادلة (E)

لدينا $(1,2)$ حل لـ (E) لأن $7(1)-3(2)=1$

ومنه $7x-3y=7(1)-3(2)$ أي $\begin{cases}7x-3y=1\\7(1)-3(2)=1\end{cases}$

$7(x-1)=3(y-2)$ تكافئ

$PGCD(7,3)=1$ ، $7|3(y-2)$

حسب غوص $7|y-2$

$y-2=7k$ أي

$y=7k+2$ ومنه

أي $7(x-1)=3(7k)$ ،

$x=3k+1$ ومنه $x-1=3k$

$S=\{(3k+1,7k+2),k\in\mathbb{Z}\}$

ب) استنتاج حلول (E) حيث x و y عددان طبيعيان

حسب ما سبق $7x-3y=1$

تكافئ y و x عددان طبيعيان

② a و b عددان صحيحان طبيعيان

(E') ... $7a-3b=29$

$PGCD(a,b)=d$ ⓟ

$\begin{cases}d|7a\\d|35\end{cases}$ و $\begin{cases}d|a\\d|b\end{cases}$

ومنه $d|7a-3b$ أي $d|29$

ومنه $d\in\{1,29\}$

استنتاج حلول (a,b) حيث

$\begin{cases}7a-3b=29\\d=29\end{cases}$

لدينا $d=29$ يعني يوجد a' و b'

$a=29a'$ ، $b=29b'$ حيث

و $PGCD(a',b')=1$ حيث

$7(29a')-3(29b')=29$

أي $7a'-3b'=1$

ومن السؤال 1) أ) نجد

$a'=3k+1$ ، $b'=7k+2$

إذن $a=87k+29$

$b=203k+58$

$S=\{(87k+29,203k+58)/k\in\mathbb{Z}\}$

ج) $PPCM(a,b)=m$

$m=\frac{a\times b}{d}=\frac{29a'\times 29b'}{29}=29a'b'$

3as.ency-education.com

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} 1+e^x-xe^x = 1$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

$g'(x) = -e^x+(1-x)e^x = -xe^x$ على $\mathbb{R}$

$-x$ إشارة $g'(x)$ من إشارة

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

بما أن g مستمرة، رتيبة على $[0,+\infty[$ و $g(x)<0$ فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $[0,+\infty[$

$g(1,27)\approx 0,038$ لدينا ③

$g(1,28)\approx -0,007$

$g(1,27)\times g(1,28)<0$ لدينا

$g(\alpha)=0$ حيث $1,27<\alpha<1,28$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

$f(x) = \dfrac{e^x+x+1}{e^x+1}$ (II

$D_f =]-\infty,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{e^x\left(1+\frac{x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1+\frac{1}{e^x}\right)}$ ①

$= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{1+x/e^x+1/e^x}{1+1/e^x} = 1$

منه المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \dfrac{e^x+x+1}{e^x+1} = -\infty$ لأن $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)-(x+1) = \lim_{x\to-\infty} \dfrac{e^x+x+1}{e^x+1}-(x+1)$

$= \lim_{x\to-\infty} \dfrac{e^x+x+1-xe^x-e^x-x-1}{e^x+1}$

$= \lim_{x\to-\infty} \dfrac{-xe^x}{e^x+1} = 0$

منه المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

ندرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

$f(x)-(x+1) = \dfrac{-xe^x}{e^x+1}$

إشارة $-x$ من إشارة $f(x)-(x+1)$

$u_{n+1}-2u_n = 2^{n+1}+n+1-2(2^n+n+1)$

$= 2^{n+1}+n+2-2^{n+1}-2n-2$

$= -n$

$v_n = \frac{1}{2}u_n-\alpha$ ، $2u_{n+1} = u_n+2000$ ②

$\alpha = 1000$ (أي α حيث

$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_{n+1}-\alpha$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n+1000\right)-\alpha$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}u_n+1000-2\alpha\right]$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}u_n-\alpha+1000-\alpha\right)$

$= \frac{1}{2}v_n + \frac{1000-\alpha}{2}$

بما أن $q=\frac{1}{2}$ فإن المتتالية (v_n) هندسية

$\alpha=1000$ أي $1000-\alpha=0$

③ نحدد طبيعة المجموعة

$S=\{0\}$ (P) من أجل $\ln(2e^x-1) = 2x$

$2e^x-1>0$ أي أن معرفة من أجل

$e^x > \frac{1}{2}$ أي $2e^x>1$ أي

$D=]\ln\frac{1}{2},+\infty[$ ، $x>\ln\frac{1}{2}$ أي

$2e^x-1 = e^{2x}$ تكافئ $\ln(2e^x-1)=2x$

أي $e^{2x}-2e^x+1=0$ تكافئ

$e^x-1=0$ تكافئ $(e^x-1)^2=0$

$x=0$ أي $e^x=1$ أي

$\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x-3}{e^{2x}+7}\right)+x$ ④

نجد شكل

$\lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x-3}{e^{2x}+7}\right)+x$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x-3}{e^{2x}+7}\right)+\ln(e^x)$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^x-3}{e^{2x}+7}\times e^x\right)$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^{2x}-3e^x}{e^{2x}+7}\right)$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{e^{2x}(1-3e^{-x})}{e^{2x}(1+e^{-2x})}\right)$

$= \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{1-3e^{-x}}{1+e^{-2x}}\right)$

$= \ln 1 = 0$

التمرين 1 (7 نقاط)

$g(x) = 1+(1-x)e^x$ (I

$D=]-\infty,+\infty[$

① دراسة تغيرات g

لدينا $\begin{cases} 7a-3b=29 \\ d=29 \\ m=1044 \end{cases}$ ج ف

$a'\times b' = 36$ تعني $a'\times b'\times 29 = 1044$

$7a'-3b'=1$ تكافئ $7a-3b=29$ ،

نضع $a' = \frac{36}{b'}$ تكافئ $a'\times b' = 36$

$7\left(\frac{36}{b'}\right)-3b' = 1$

$\frac{-3b'^2+252}{b'} = 1$ تكافئ

$-3b'^2-b'+252=0$ أي

$b'_2 = \frac{-28}{3}$ مرفوض $b'_1 = 9$ مقبول $\Delta = 3025$

منه $a'=4$ تكافئ $b'=9$

$b=261$ ، $a=116$

$S = \{(116,261)\}$

$\begin{cases} 7a-3b=29 \\ PGCD(a,b)=1 \end{cases}$ ③ حل

$7a = 29+3b$ تكافئ $7a-3b=29$

$a \equiv 2[3]$ تكافئ $7a \equiv 29[3]$

أي $a = 3q+2$

أي $7(3q+2) \equiv 29+3b$

أي $7(3q)-15 \equiv 3b$

$7q-5 = b$

$b = 7q-5$ $(q\in\mathbb{Z})$

لدينا $PGCD(a,b)=1$

بما أن خوارزمية إقليدس لدينا

$PGCD(a,b) = PGCD(b,r)$

$7q-5 = 2(3q+2)+q-9$ | $\frac{7q-5}{q-9}$ | $\frac{3q+2}{2}$

$3q+2 = 3(q-9)+29$ | $\frac{3q+2}{-3q+27}$ | $\frac{q-9}{3}$

$\frac{29}{}$

$PGCD(7q-5,3q+2) = PGCD(q-9,29)$

ولدينا $PGCD(a,b)=1$

أي $PGCD(q-9,29)=1$

أي $q-9 \not\equiv 0[29]$ أي $q \not\equiv 9[29]$

$S = \{(3q+2,7q-5);\ q\in\mathbb{Z}, q\not\equiv 9[29]\}$

التمرين 2 (3 نقاط) (ج 4)

$u_{n+1} = 2u_n-n$ ، $u_0=2$ ①

برهن بالتراجع أن $u_n = 2^n+n+1$ (P) : من أجل كل عدد طبيعي

3as.ency-education.com

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-x$		$+$	ϕ	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)			(C_f) تحت (Δ)	

(C_f) يقطع (Δ) في $A(0,1)$

الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ') ذو المعادلة $y=1$

$f(x)-1=\frac{x}{e^x+1}$ إشارة x

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ')			(C_f) فوق (Δ')	

(C_f) يقطع (Δ') في $B(0,1)$

4) أ) دراسة قابلية اشتقاق f على $\mathbb{R}$:

$$f'(x)=\frac{(e^x+1)(e^x+1)-e^x(e^x+x+1)}{(e^x+1)^2}$$

$$=\frac{e^{2x}+2e^x+1-e^{2x}-xe^x-e^x}{(e^x+1)^2}$$

$$=\frac{1+(1-x)e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{g(x)}{(e^x+1)^2}$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

g متزايدة تماما على $]-\infty,\alpha]$

g متناقصة تماما على $[\alpha,+\infty[$

ب) $f(\alpha)=\alpha$ ؟

$g(\alpha)=0$ ، $f(\alpha)=\frac{e^\alpha+\alpha+1}{e^\alpha+1}$ لدينا

$(1-\alpha)e^\alpha=-1$ أي $1+(1-\alpha)e^\alpha=0$ يعني

$e^\alpha=\frac{-1}{1-\alpha}=\frac{1}{\alpha-1}$ أي

$$f(\alpha)=\frac{\frac{1}{\alpha-1}+\alpha+1}{\frac{1}{\alpha-1}+1}$$

$$=\frac{\frac{\alpha^2}{\alpha-1}}{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$$

$$=\frac{\alpha^2}{\alpha}=\alpha$$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	ϕ	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	α	↘	1

ج) إثبات أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$

$$f(-\alpha)=\frac{e^{-\alpha}-\alpha+1}{e^{-\alpha}+1}$$

$$=\frac{\alpha-1-\alpha+1}{\alpha-1+1}$$

$$=0$$

بما أن $e^\alpha=\frac{1}{\alpha-1}$

فإن $\frac{1}{e^\alpha}=\alpha-1$ يعني $e^{-\alpha}=\alpha-1$

$M(-\alpha,0)$ - (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة

(T) مماس (C_f) في $M(-\alpha,0)$ موازي (Δ) لأن (C_f) يقبل مماسا (T) في $M(-\alpha,0)$

$$f'(-\alpha)=\frac{g(-\alpha)}{(e^{-\alpha}+1)^2}=\frac{1+(1+\alpha)e^{-\alpha}}{(e^{-\alpha}+1)^2}=\frac{1+(1+\alpha)(\alpha-1)}{(e^{-\alpha}+1)^2}$$

$$f'(-\alpha)=\frac{\alpha^2}{(\alpha-1+1)^2}=\frac{\alpha^2}{\alpha^2}=1$$

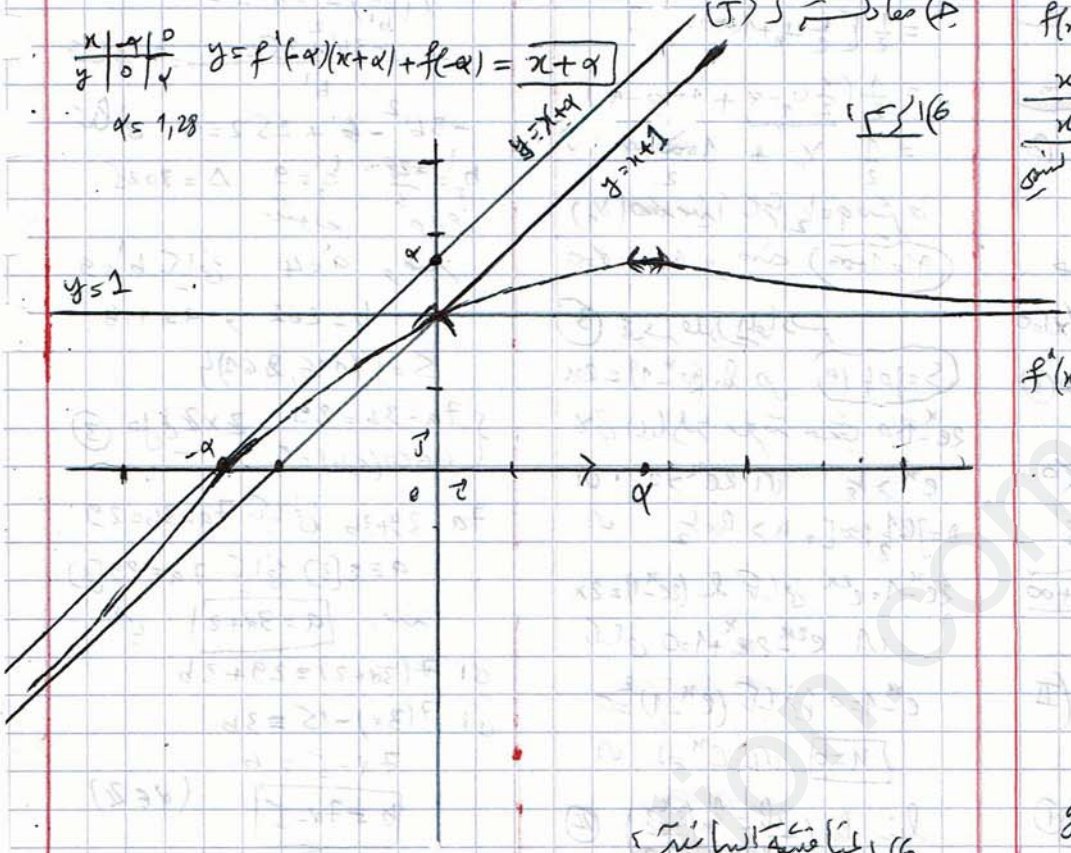
1 : معامل التوجيه لـ (T)

ب) معادلة لـ (T)

x	$-\alpha$		0
y	0	↗	α

$y=f'(-\alpha)(x+\alpha)+f(-\alpha)=x+\alpha$

ج) إنشاء (T)



د) إنشاء (C_f)

$f(x)=x+f(m)$ نبرهن أن (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=x+f(m)$ في نقطتين (Δ) و (T)

أ) $f(m)<1$ يعني $m<0$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

ب) $f(m)=1$ يعني $m=0$ المعادلة تقبل حلا وحيدا معدوما

ج) $1<f(m)<\alpha$ أي $m\in]0,\alpha[$ المعادلة تقبل حلين سالبين

د) $f(m)=\alpha$ أي $m=\alpha$ المعادلة تقبل حلا مخالفا لـ $-\alpha$

الأستاذ : بن سعدي فوزي
ثانوية مليلة قايد - سطيف
2022
بالتوفيق لأبنائنا

3as.ency-education.com