الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى ( وهران شرق ) الامتحان التجريبي لبكالوريا 2022في مادة الرياضيات

الشعبة :تقني رياضي المدة : أربع ساعات و نصف

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط**

## الموضوع الأول

**التمرين الأول(04ن)** نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $a_n = 2\times 5^n + 7$

1) أ- بيّـن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $a_n$ فردي.

ب- عيّـن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد $5^n$ على 8.

جـ- استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ يكون $a_n \equiv 1[8]$.

2) أ- برهن أنه إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $x \equiv 257[1000]$.

ب- بيّـن أنه من أجل $n \geq 3$ يكون: $a_n \equiv 257[1000]$.

جـ- ما هي الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2022}+7)(2\times 5^{2021}+7)$ ؟

3) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$

ب- نعتبر $d = PGCD(a_{2n};a_{2n+1})$ ، بيّـن أن d يختلف عن 7 ثم عيّـن قيمته.

**التمرين الثاني(04ن)** يوجد جواب صحيح واحد بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية، عينه مع التبرير.

1) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^n$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما، قيم مجموعة قم $\alpha$ التي تكون من أجلها $(v_n)$ متتالية متقاربة هي:

أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ ب) $]-1;1[$ جـ) $\left]0;\frac{2}{3}\right[$

2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ والذي يحقق الشرط $f(0)=4$ هو:

أ) $f(x)=3e^{\frac{2}{3}x}+1$ ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ جـ) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+2$

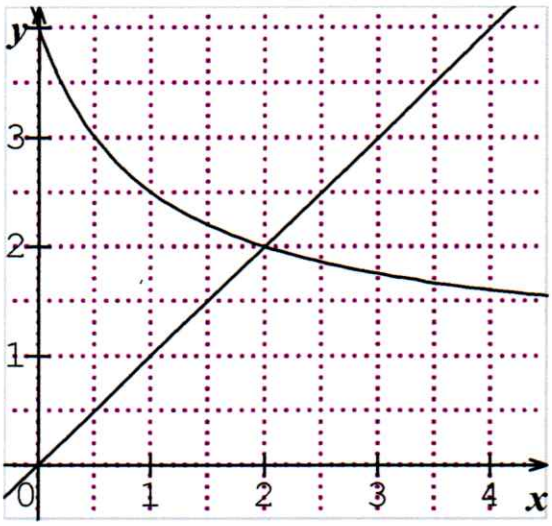
3) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{x+1}{x}$ ،الدالة الأصلية F للدالة f والتي تحقق $F(1)=0$ هي الدالة المعرفة بـ:

أ) $F(x)=x-1+\ln x$ ب) $F(x)=1-x+\ln x$ جـ) $F(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

4) N عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N=\overline{01355}^6$ ، كتابته في النظام العشري هي:

أ) $N=2022$ ب) $N=1439$ جـ) $N=1962$

**التمرين الثالث (05ن)** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x+4}{x+1}$ . $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (أنظر الشكل).




1) بيّن أن الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2) $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $u_0 = 1$

و من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ) انقل الشكل ثم مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية $(u_n)$ على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء، ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ و تقاربها.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $1 \le u_n \le \frac{5}{2}$.

3) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{12}{u_n + 2} - 3$

أ) برهن أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $q$ و حدها الأول $v_0$.

ب) أوجد بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ بحيث: $S_n = v_n + v_{n+1} + v_{n+2} + \ldots + v_{n+2022}$

أحسب بدلالة $n$ المجموع $P_n$ بحيث: $P_n = \frac{1}{u_n + 2} + \frac{1}{u_{n+1} + 2} + \frac{1}{u_{n+2} + 2} + \cdots + \frac{1}{u_{n+2022} + 2}$

**التمرين الرابع**(07ن) $g$ دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = -x - \ln x$

1) أ) أدرس تغيرات الدالة $g$ .

ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,56 < \alpha < 0,57$ ثم استنتج إشارة $g$ على $]0;+\infty[$

2) لتكن $f$ دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{-1 + (x-1)\ln x}{x}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسر النتيجتين هندسيا .

ب) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي $x$من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

3) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $x_0$ و $x_1$ حيث $0,2 < x_0 < 0,3$ و $2,2 < x_1 < 2,3$.

4) بيّن أن $f(\alpha) = -\alpha + 1 - \frac{1}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) $(\gamma)$ هو المنحنى الممثل للدالة ln في المعلم السابق .

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - \ln x]$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\gamma)$ .

6) أ) احسب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(e)$ ثم ارسم $(\gamma)$ و $(C_f)$ .

ب) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = m$.

7) A هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(\gamma)$ و $(C_f)$ والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = e$.

- احسب A بدلالة $\alpha$ ثم تحقق أن : $A = \frac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ مستنتجا حصرا لـ A

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول(05ن)** لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1. حل المعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ و الذي يحقق $f(0)=4$ هو الدالة $f$ المعرفة على R بـ:

أ) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}-3$ ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ ج) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+3$.

2. مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+2)\le 2\ln 2$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S=[-2;2]$ ب) $S=]1;2]$ ج) $S=[-2;1]$

3. لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x2^{-x}$ ، $f$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة $f'$ هي:

أ/ $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ ب/ $f'(x)=(1-x)2^{-x}$ ج/ $f'(x)=(2+x\ln 2)2^{-x}$

4. $x$ عدد حقيقي موجب تماما ، التكامل $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt$ يساوي:

أ) $\frac{-2\ln x-1}{x}$ ب) $\frac{-\ln x}{x}-\frac{1}{x}$ ج) $\frac{-\ln x-1+x}{x}$

5. $f$ الدالة المعرفة على R بـ: $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$ من أجل كل عدد حقيقي $x$ يكون:

أ) $f(-2-x)=f(x)$ ب) $f(2-x)=f(x)$ ج) $f(-x)=f(x)$

**التمرين الثاني(04ن)** $\alpha$ ، $\beta$ عددان طبيعيان كل منهما أصغر من 7؛ وليكن $A$ العدد الطبيعي المضاعف لـ 7 والذي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 9 و 7 على الترتيب بـ: $\overline{2\alpha 8\beta}$ و $\overline{5\alpha 1\beta}$

1) جد $\alpha$ ، $\beta$ ثم أكتب العدد $A$ في النظام العشري.

2) أحسب $PGCD(2016,2268,2772)$

3) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية $Z$ المعادلة ذات المجهولين $x$ ، $y$

$$2772x-2268y=2016.....(E)$$

أ. بيّن انه من اجل كل عددين حقيقيين $x$، $y$ المعادلة $(E)$ تكافئ $11x-9y=8$

ب. جد $(x_0,y_0)$ حل للمعادلة $(E)$ والتي تحقق $x_0+y_0=8$

ت. استنتج في $Z^2$ مجموعة حلول المعادلة $(E)$.

4) بفرض $x$ و $y$ موجبان و أن $(x,y)$ حلل المعادلة $(E)$ وبوضع $PGCD(x,y)=d$

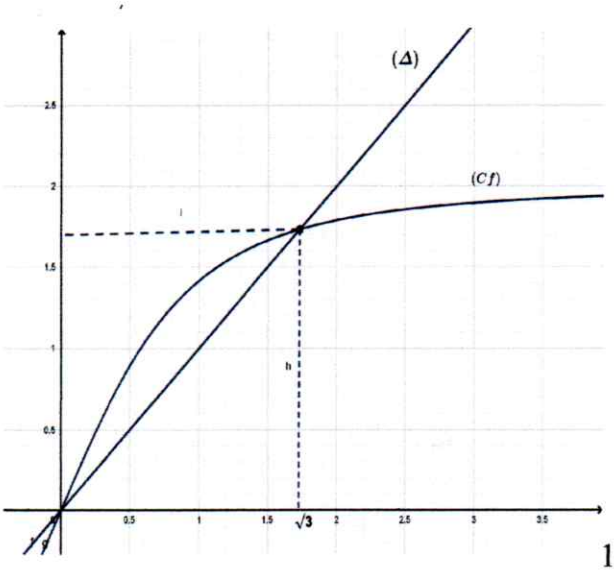
أ. أوجد القيم الممكنة لـ d

ب) استنتج كل الثنائيات $(x,y)$ حلول المعادلة $(E)$ التي تحقق : $PGCD(x,y)=2$

## التمرين الثالث(04ن)

1)الشكل المقابل هو التمثيل البياني $(C_f)$ للدالة $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ ب : $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

والمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$




أ) أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $]0,+\infty[$

ب)بيّن أنه إذا كان $x\in\left[0,\sqrt{3}\right]$ فإن $f(x)\in\left[0,\sqrt{3}\right]$

2) نعرّف المتتالية $(u_n)$ كما يلي :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) باستعمال التمثيل البياني $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$

مثّل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ على محور الفواصل دون حسابها

مبرزا خطوط التمثيل

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

ج) بيّن من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ،ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$

د)استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة

3) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ ب: $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ)برهن أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$

ج)أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

4) أحسب $p_n$ بدلالة $n$ حيث: $p_n=\dfrac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0{}^2)(3-u_1{}^2)\cdots(3-u_n{}^2)}$

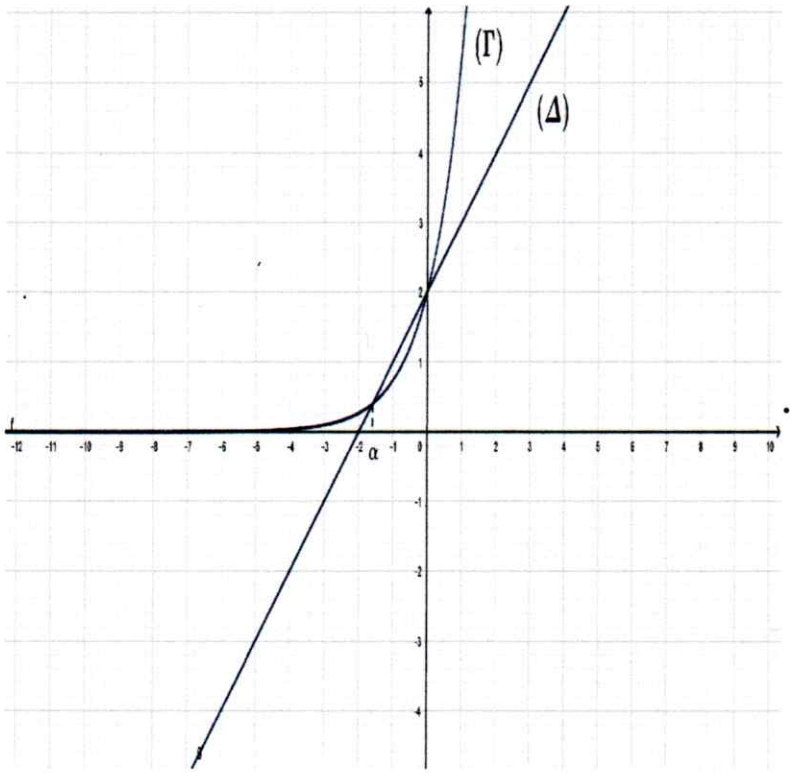
## التمرين الرابع(07ن)

I) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، الشكل أدناه يتضمن $(\Gamma)$ التمثيل البياني للدالة:

$x\to 2e^x$ ، $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة : $y=x+2$ ، $0$ و $\alpha$ هما فاصلتا نقطتي تقاطع $(\Gamma)$ و $(\Delta)$

حيث : $-1,6\prec\alpha\prec-1,5$

1) بقراءة بيانية حدّد وضعية المنحني $(\Gamma)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$ على R




2) $g$ لدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ والمعرفة على R بـ : $g(x) = -2e^x + x + 2$

حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$.

II) $f$ الدالة العددية المعرفة على R بـ :

$f(x) = 2(ex-3) + (x+3)e^{-x+1}$ ،

$(C_f)$ هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ – أحسب كلا من : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ .

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من R

: $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$ .

ج ) عيّن دون حساب: $\lim_{h\to 0} \frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ،

ثم فسّر النتيجة هندسيا.

المستقيم $(D)$ ذو المعادلة : $y = 2(ex-3)$ هو

مستقيم مقارب ل $(C_f)$ عند $+\infty$ ثم أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(D)$

ب) بيّن أن المنحني $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتها .

ج ) بيّن أن المنحني $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها $\beta$ حيث: $-2,4 \prec \beta \prec -2,3$ .

3 ) أنشئ كل من $(D)$ و $(C_f)$ . نأخذ $f(-3) \approx -22.31$ و $f(\alpha) \approx 4.15$

4-أ) جد العددين الحقيقيين $a,b$ حتى تكون الدالة $x \to (ax+b)e^{-x+1}$ أصلية للدالة $x \to (x+3)e^{-x+1}$ على R

ب)أحسب $I_n$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيم $(D)$ و المستقيمين الذين معادلتيها: $x=1$ و $x=n$

حيث $n$ عدد طبيعي $(n \succ 1)$، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} I_n$ .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

**الإجابة النموذجية للموضوع اختبار مادة الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا تجريبي 2022**

| | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) | العلامة | |
|---|---|---|---|
| التمرين الأول | لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $a_n = 2\times 5^n + 7$ | | |
| | 1) أ- بما أن $a_n$ هو مجموع عددين أحدهما فردي والأخر زوجي إذا هو عدد فردي..... | 0.5 | |
| | ب- $n$ بواقي قسمة العدد $5^n$ على 8: | 0.5 | |
| | من أجل $n=2k$ : $5^n \equiv 1[8]$ و من أجل $n=2k+1$ : $5^n \equiv 5[8]$ ..... | | |
| | جـ- بما أن $2\times 1+7 \equiv 1[8]$ | | |
| | و $2\times 5+7 \equiv 1[8]$ فإنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $a_n \equiv 1[8]$ ..... | 0.5 | 04 |
| | 2) أ- إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 8x \equiv 56[1000] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 128x \equiv 896[1000] \end{cases}$ | 0.75 | |
| | بالطرح نجد $3x \equiv 771[1000]$ أي $9x \equiv 313[1000]$ اذا نجد $\begin{cases} 8x \equiv 56[1000] \\ 9x \equiv 313[1000] \end{cases}$. | | |
| | ومنه $x \equiv 257[1000]$ ..... | | |
| | ب- من أجل $n \geq 3$ يكون : $5^n$ مضاعف لـ125 ومنه نجد $a_n \equiv 7[125]$ ولدينا | 0.5 | |
| | $a_n \equiv 1[8]$ إذا نستنتج أن $a_n \equiv 257[1000]$ ..... | | |
| | جـ- بما أن $a_{2021} \equiv 257[1000]$ و $a_{2022} \equiv 257[1000]$ فإن | | |
| | $a_{2021}\times a_{2022} \equiv 257^2[1000]$ أي $a_{2021}\times a_{2022} \equiv 49[1000]$ | 0.25 | |
| | اذا الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2021}+7)(2\times 5^{2022}+7)$ هي 049 ..... | 0.25 | |
| | 3) أ- من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$ | 0.25 | |
| | ب- إذا كان $PGCD(a_{2n};a_{2n+1}) = d$ ، فإن $d$ يقسم $a_n$ وبما أن $2\times 5^n$ ليس مضاعف لـ 7 | 0.25 | |
| | فإن $d$ يختلف عن 7 ..... | | |
| | $d$ يقسم 28 ويختلف عن 7 و $a_n$ فردي اذا $d=1$ ..... | 0.25 | |
| التمرين الثاني | 1) قيم $\alpha$ التي تكون من أجلها $(v_n)$ متقاربة هي: | | |
| | أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ + التبرير..... | 01 | |
| | 2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ والذي يحقق الشرط $f(0)=4$ هو: | | |
| | ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ + التبرير..... | 01 | 04 |
| | 3) الدالة الأصلية $F$ والتي تحقق $F(1)=0$ للدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{x+1}{x}$ | | |
| | هي الدالة: | | |
| | أ) $F(x)=x-1+\ln x$ + التبرير..... | 01 | |
| | 4) $N$ عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N=\overline{01355}^6$ ، كتابته في النظام العشري هي: | | |
| | ب) $N=1439$ + التبرير..... | 01 | |

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

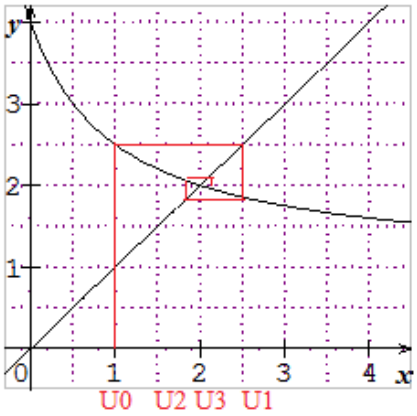
التمرين الثالث

05

$f$ دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+4}{x+1}$ .

**0.5** 1) بما أن $f'(x)=\dfrac{-3}{(x+1)^2}$ فإن $f$ متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2) أ- تمثيل الحدود الأربعة الأولى:




**0.75**

**0.5** التخمين: المتتالية $(u_n)$ غير رتيبة ومتقاربة نحو 2

**0.75** ب - البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $1\le u_n\le\dfrac{5}{2}$:

لدينا $1\le u_0\le\dfrac{5}{2}$ و نفرض أن $1\le u_n\le\dfrac{5}{2}$ فنجد $1\le u_{n+1}\le\dfrac{5}{2}$ ومنه $1\le u_n\le\dfrac{5}{2}$

3) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{12}{u_n+2}-3$

**0.75** أ - بما أن $v_n=\dfrac{6-3u_n}{u_n+2}$ ولدينا $v_{n+1}=-\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{6-3u_n}{u_n+2}\right)$ اذا $(v_n)$ متتالية هندسية

أساسها $q=-\dfrac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0=1$ .....

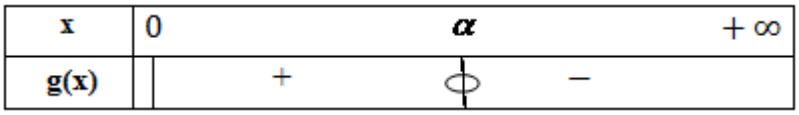
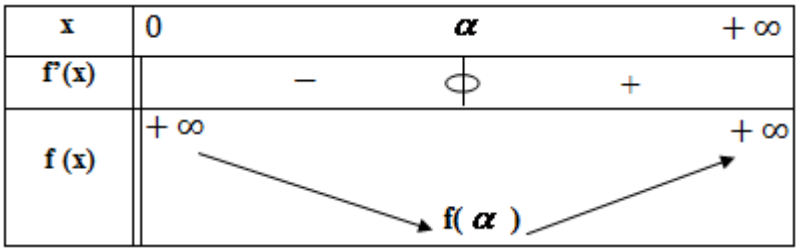
**0.5** ب -عبارة الحد العام: $v_n=\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n$ و $u_n=\dfrac{12}{3+v_n}-2=\dfrac{12}{3+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}-2$

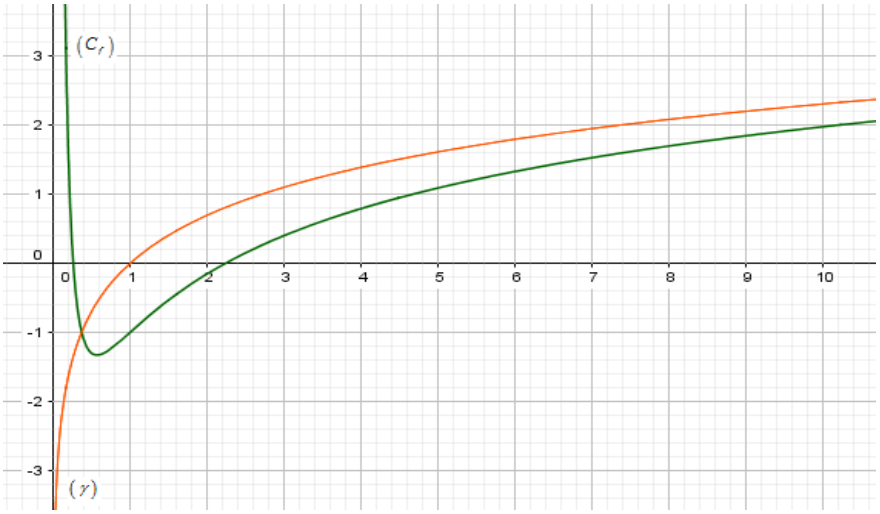
**0.25** حساب النهاية: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$

**0.5** ت - حساب $S_n$ :

$$S_n=1\left(\frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}}{1+\frac{1}{3}}\right)=\frac{3}{4}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}\right)$$

**0.5** حساب $P_n$ :

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | ومنه $P_n=\frac{1}{12}\left(v_n+3+v_{n+1}+3+v_{n+2}+3...+v_{n+2022}+3\right)$<br>$P_n=\frac{1}{12}\left(S_n+3\times 2023\right)$ . | |
| 07 | 0.5 | I. الدالة g معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=-x-\ln x$ | التمرين الرابع |
| | | 1) أ- $g'(x)\prec 0$ ومنه الدالة g متناقصة. | |
| | 0.25 | ب- بما أن الدالة g رتيبة و $g(0.56)\times g(0.57)\prec 0$ | |
| | | فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,56<\alpha<0,57$ | |
| | | إشارة $g(x)$ : | |
| | 0.25 |  | |
| | 0.5<br>0.25 | 2) أ- من اجل كل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f(x)=\frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$<br>$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty$<br>$x=0$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C) | |
| | 0.5 | ب -من اجل كل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ | |
| | | إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$ | |
| | | جدول تغيرات الدالة $f$ على المجال $]0,+\infty[$: | |
| | 0.75 |  | |
| | 0.5 | 3) حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $x_0$ و $x_1$ حيث $0,2<x_0<0,3$<br>و $2,2<x_1<2,3$ إذا المنحنى $\left(C_f\right)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين | |
| | 0.25<br>0.25 | 4) **من** $g(\alpha)=0$ لدينا $\ln\alpha=-\alpha$ وبالتعويض نجد: $f(\alpha)=-\alpha+1-\frac{1}{\alpha}$<br>**حصر** $f(\alpha)$<br>$-1.35\le f(\alpha)\le -1.31$ | |

| | | |
|---|---|---|
| | **0.5**<br><br><br><br>**0.5** | 5) **لدينا** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-1-\ln x}{x}\right]=0$<br>ومنه المنحنى $(\gamma)$ هو منحنى مقارب للمنحنى $(C_f)$<br>- وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\gamma)$ :<br><br>$x$ \| $0$ \| $e^{-1}$ \| $+\infty$<br>$f(x)-\ln x$ \| $+$ \| $0$ \| $-$<br>الوضع النسبي \| $(\gamma)$ فوق $(C_f)$ \| تقاطع \| $(\gamma)$ تحت $(C_f)$ |
| | **0.5** | 6) أ- حساب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(e)$<br>ارسم $(\gamma)$ و $(C_f)$<br>  <br> |
| | **0.5** | ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة: $f(x)=m$<br>$m\prec f(\alpha)$ لا يوجد حلول<br>$m=f(\alpha)$ يوجد حل وحيد<br>$m\succ f(\alpha)$ يوجد حلين مختلفين |
| | **0.5**<br><br>**0.25**<br><br><br>**0.25** | 7) حساب المساحة A :<br>$A=\left[\ln x+\dfrac{1}{2}(\ln x)^2\right]_{\alpha}^{e}=\dfrac{3}{2}-\ln\alpha-\dfrac{1}{2}(\ln\alpha)^2$<br>- التحقق أن: $A=\dfrac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ بتعويض $\ln\alpha=-\alpha$<br>حصر A :<br>$1.89\prec A\prec 1.91$ |

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

**الحل النموذجي لبكالوريا التجريبي دورة ماي 2022** **الشعبة : تقني رياضي**

## الموضوع الثاني التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي مادة الرياضيات

| محاور الموضوع | عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة كاملة |
|---|---|---|---|
| التمرين الأول | حل التمرين الأول: | | 05 ن |
| | 1-الإجابة الصحيحة هي : (ب) | | |
| | التبرير : $3y'-2y+6=0$ | 01ن | |
| | يكافئ $y'=\frac{2}{3}y-2$ | | |
| | $y=ce^{\frac{2}{3}x}+3$ | | |
| | ومنه $f(x)=ce^{\frac{2}{3}x}+3$ | | |
| | 2-الإجابة الصحيحة هي: (ب) | 01ن | |
| | التبرير $D=]1;+\infty[$ : $\ln(x-1)+\ln(x+2)\le 2\ln 2.....(1)$ | | |
| | ( 1) يكافئ $\ln[(x-1)(x+2)]\le \ln 4$ | | |
| | تكافئ $x^2+2x-x-2\le 4$ | | |
| | $x^2+x-6\le 0$ | | |
| | ومنه $S=]1;2]$ | 01ن | |
| | 3--الإجابة الصحيحة هي: (أ) | | |
| | التبرير $f(x)=xe^{-x}$: | | |
| | $f'(x)=xe^{-x\ln 2}$ | | |
| | يكافئ $f'(x)=e^{-x\ln 2}+(-\ln 2)e^{-x\ln 2}.x$ | | |
| | $f'(x)=e^{-x\ln 2}(1-x\ln 2)$ | | |
| | ومنه $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ | 01ن | |
| | 4---الإجابة الصحيحة هي: (ج) | | |

التبرير: $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt = [\frac{-\ln t}{t}]_1^x - \int_1^x \frac{-1}{t^2}dt$

$$= \frac{-\ln x}{x} - [\frac{1}{t} + c]_1^x$$

$$= \frac{-\ln x}{x} - (\frac{1}{x} + c - 1 - c)$$

$$= \frac{-\ln x - 1 + x}{x}$$

**01ن**

5-الإجابة الصحيحة هي: (أ)

التبرير: $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$

$$f(-2-x) = \ln[(-2-x)^2 + 2(-2-x) + 3]$$

$$= \ln(4 + x^2 + 4x - 4 - 2x + 3)$$

$$= \ln(x^2 + 2x + 3)$$

$$= f(x)$$

***التمرين الثالث***:

**04ن**

أ- تحديد اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0,+\infty[$

الدالة $f$ قابلة للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و $f'(x) = \frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} \succ 0$ هذا يعني

الدالة $f$ متزايد تماماعلى المجال $]0,+\infty[$

**0.5ن**

1-ب) نبين إذا كان $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$

لدينا من أجل $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $f(1) \le f(x) \le f(\sqrt{3})$ (لأن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[1,\sqrt{3}]$)ومنه

$1 \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le \sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $\sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ وهو المطلوب

**0.25ن**

2-أ) تمثيل الحدود $u_0, u_1$ و $u_2$ على محور الفواصل

نسقط النقطة $M_0(u_0 = 1, u_1)$ على $(\Delta)$ وفق $(ox)$ ثم نسقط نقطة المحصل عليها على $(C_f)$ وفق $(oy)$ نحصل على النقطة $M_1(u_1, u_2)$ وهكذا نكرر العملية نحصل على $M_2$

0.25ن

ب)يبدو من خلا ل الرسم المتتالية $(u_n)$ متزايدة على $\square$ ومتقاربة نحو العدد $\sqrt{3}$

2–ب) لنبرهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ .

لنتحقق من أجل $n=0$ أي : $1 \le u_0 = 1 \le \sqrt{3}$ (محققة)

نفرض أن : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ و لنثبت : $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$

لدينا فرضا : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه : $f(1) \le f(u_n) \le f(\sqrt{3})$ (حسب سؤال رقم 1–ب) ومنه $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$ صحيحة

0.5ن وبالتالي $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ صحيحة

ج) نبين من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}} - u_n = \dfrac{2u_n - u_n\sqrt{u_n^2+1}}{\sqrt{u_n^2+1}} = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le u_n^2 \le 3$ ومنه $2 \le u_n^2 + 1 \le 4$

ومنه $\sqrt{2} \le \sqrt{u_n^2+1} \le 2$ ومنه $-2 \le -\sqrt{u_n^2+1} \le -\sqrt{2}$ ومنه $0 \le 2-\sqrt{u_n^2+1} \le 2-\sqrt{2}$ وبالتالي:

0.25ن $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}} \ge 0$ وعليه المتتالية $(u_n)$ متزايدة على $\square$

بما ان المتتالية $(u_n)$ متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

3)**نبين $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول**

لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$ :

0.25ن
$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}^2}{3-u_{n+1}^2} = \frac{\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{3-\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}} = \frac{4u_n^2}{u_n^2+1} \times \frac{u_n^2+1}{-u_n^2+3} = 4\left(\frac{u_n^2}{3-u_n^2}\right) = 4v_n$$

ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=4$ وحدها الاول $v_0=\frac{1}{2}$

**عبارة الحد العام** $v_n$ **بدلالة** $n$ : $v_n=\frac{1}{2}(4)^n$ أي $v_n=2^{2n-1}$ 0.25ن

**عبارة الحد العام** $u_n$ **بدلالة** $n$ : بوضع $v_n=y$ و $u_n=x$ المساواة $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$ تكافيء

$y=\frac{x^2}{3-x^2}$ أي $y(3-x^2)=x^2$ أي $3y-yx^2=x^2$ أي $3y=yx^2+x^2=x^2(y+1)$

$x^2=\frac{3y}{1+y}$ هذا يعني: $u_n^2=\frac{3v_n}{1+v_n}$ هذا يعني $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أو $u_n=-\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ بمأن

05ن

المتتالية $(u_n)$ موجبة فإن: $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}}$ أي $u_n=\sqrt{\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ :لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(2^{2n-1})}{(2^{2n-1})}=3$ لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}2^{2n-1}=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{3}$ 0.25ن

حساب بدلالة $n$ االجداء: $p_n=\frac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0{}^2)(3-u_1{}^2)\cdots(3-u_n{}^2)}$ 0.25ن

$$p_n=v_0\times v_1\times v_2\cdots\times v_n=v_0\times v_0\times q\cdots\times v_0\times q^n$$
$$=v_0{}^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}$$
$$=v_0^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}$$
$$=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\times q^{\frac{n(n+1)}{2}}$$
$$=2^{-n-1}\times 2^{n^2+n}$$
$$=2^{n^2-1}$$

0.25ن

**<u>حل التمرين الثاني:</u>**

**الجزءالاول:**

**تحديد وضعية المنحني** $(\Gamma)$ **بالنسبة إلى** $(\Delta)$

لدينا من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ أعلى $(\Delta)$ 0.25ن

ومن أجل $x\in]\alpha,0[$ $(\Gamma)$ أسفل $(\Delta)$

ومن أجل $x=\alpha$ أو $x=0$ لدينا $(\Gamma)\cap(\Delta)=\{(\alpha,\alpha+2),(0,2)\}$ 0.25ن

**تحديد إشارة** $g(x)$ :

لدينا $g(x)=0$ من أجل $x=\alpha$ أو $x=0$

$g(x)\succ 0$ من أجل $]\alpha,0[$ و $g(x)\prec 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$

**الجزء الثاني:** $f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$

**حساب النهايات:** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} 2(ex-3)=-\infty$ و

$\lim\limits_{x\to-\infty}(x+3)e^{-x+1}=-\infty$

07ن

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty+\infty$ (حالة عدم التعيين) إزالتها

0.25ن

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2(ex-3)+e\left(\dfrac{x}{e^x}+\dfrac{3}{e^x}\right)=+\infty$

لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^x}+\dfrac{3}{e^x}=0$

**نبين من أجل كل عدد حقيقي:** $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

الدالة $f$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و عبارة دالتها المشتقة هي :

ومنه. $f'(x)=2e+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}=2e\left(e^{-x+1}\right)\left(e^{+x-1}\right)+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}$

0.50ن

$f'(x)=\left(e^{-x+1}\right)\left[2e\times e^{x-1}+1-x-3\right]=e^{-x+1}(2e^x-x-2)=-e^{-x+1}(-2e^x+x+2)$

ومنه : $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

**حساب** $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$

0.25ن

لدينا $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$

**التفسير الهندسي:** $(C_f)$ يقبل مماس عند نقطة ذات الفاصلة $\alpha$ موازي لحامل محور فواصل

**دراسة اتجاه تغير الدالة** $f$ :إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

0.25ن

$f'(x)=0$ من أجل $x=0$ أو $x=\alpha$

$f'(x)\succ 0$ من أجل $]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ معناه الدالة $f$ متزايدة تماما على كل من المجاليين $]-\infty,\alpha[$ و $]0,+\infty[$

$f'(x) \prec 0$ من أجل $x \in ]0,\alpha[$ معناه الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]0,\alpha[$ .

**جدول تغيرات الدالة $f$**

0.75ن

2-أ)نبين أن المستقيم $(D)$ ذو المعـ

لدينا: $\lim_{x\to+\infty} f(x)-y = \lim_{x\to+\infty}(x+3)e^{-x+1} = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)e = 0$

دراسة وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(D)$ : لدينا $f(x)-y=(x+3)e^{-x+1}$

إشارة $f(x)-y$ من إشارة العدد $x+3$ ومنه على المجال $]-\infty,-3[$ $(C_f)$ أسفل $(D)$

0.5ن

وعلى المجال $]-3,+\infty[$ $(C_f)$ أعلى $(D)$ ومن أجل $x=-3$ $(C_f)$ يقطع $(D)$ في نقطة $(-3,2(-3e-3))$

نبين أن المنحني $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف: لدينا $f'$ قابلة للإشتقاق على $\square$ و

$f''(x)=(x+1)e^{-x+1}$

0.25ن

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |

$f''(x)$ تنعدم عند قيمة $x_0=-1$ مغيرة إشارتها وعليه النقطة $A(1, f(1)=2e-2)$ نقطة انعطاف للمحني البياني $(C_f)$

نبين أن $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة فا صلتها $\beta$ بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

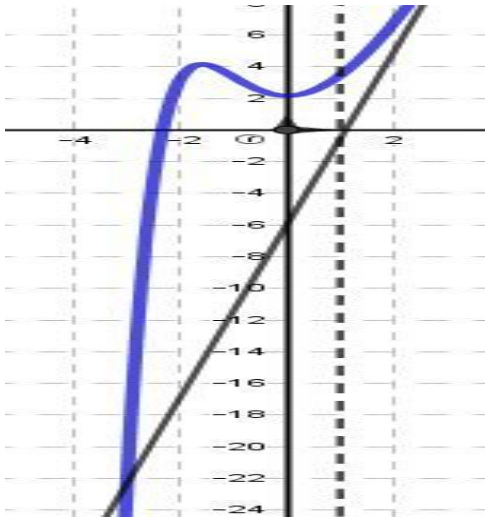
0.5ن

لدينا الدالة $f$ معرفة و مستمرة و رتيبة تماما على المجال $]-\infty,\alpha[$ و بالخصوص على المجال $[-2,4,-2,3]$ ومن جهة أخرى لدينا $f(-2,4)\times f(-2,3)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم

المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\beta$ حيث : $-2,4<\beta<-2,3$ أي $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة

فا صلتها $\beta$ بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

0.25ن



رسم المنحني $(C_f)$ و $(D)$

إيجاد العددين الحقيقيين $a$ و $b$ بحيث

حتى تكون الدالة $x\longrightarrow(ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية لدالة

$x\longrightarrow(x+3)e^{-x+1}$ على $\square$

0.50ن

تكون الدالة $x\longrightarrow(ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية

للدالة $x\longrightarrow(x+3)e^{-x+1}$ إذا وفقط تحقق ما يلي من أجل كل

عدد حقيقي $x$ لدينا: $ae^{-x+1}-(ax+b)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ 0.5ن

أي

$(-ax-b+a)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ بالمطابقة

نجد : $-a=1$ و $-b+a=3$ ومنه نجد $a=-1$

و $b=-4$

حساب مساحة الحيز المحددة بين المستقيمين: $x=1$ و $x=n$ 0.5ن

بحيث $n\succ 1$ والمستقيم $(D)$

$$I_n=\int_1^n[f(x)-y]dx=\left[-(x+4)e^{-x+1}\right]_1^n=-(n+4)e^{-n+1}+5$$

ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n=\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}+5=+5$ 0.5ن

لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}-(\frac{n}{e^n}+\frac{4}{e^n})e=0$

***<u>حل التمرين الرابع:</u>***

) إيجاد $\alpha$ و $\beta$ :

لدينا $\begin{cases}A=\beta+8.9^1+\alpha.9^2+2.9^3\\A=\beta+7+\alpha.7^2+5.7^3\end{cases}$ 0.5ن

أي

$$\begin{cases}A=\beta+81\alpha+1530\\A=\beta+49\alpha+1722\end{cases}$$

ومنه

$$32\alpha-192=0$$

وبالتالي $\alpha=\frac{192}{32}=6$ 0.5ن

نعوض $\alpha$ في الجملة نجد:

$$\begin{cases}A=\beta+2016\\A=\beta+2016\end{cases}$$

لدينا $A\equiv 0[7]$

أي $\beta+2016\equiv 0[7]$

$\beta \equiv 0[7]$

$\beta = 7k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

بمأن $0 \leq \beta < 7$ 0.25ن

فإن $\beta = 0$

ومنه $\alpha = 6$ و $\beta = 0$ 0.25ن

•كتابة العدد $A$ في النظام العشري:

لدينا $\alpha = 6$ و $\beta = 0$

$A = \beta + 81\alpha + 1530$

$A = 0 + 81(6) + 1530$

ومنه $A = 2016$ 0.4ن

2) حساب PGCD :

$PGCD(2016; 2268; 2772) = 252$ 0.7ن

3) لدينا المعادلة (E) $2772x - 2268y = 2016$ تكافئ $11x - 9y = 8$ .....(*)

إيجاد $(x_0; y_0)$ :

لدينا $x_0 + y_0 = 8$ تكافئ $x_0 = 8 - y_0$

بالتعويض في (*) نجد: $11(8 - y_0) - 9y_0 = 8$ تكافئ $88 - 11y_0 - 9y_0 = 8$

تكافئ $88 - 20y_0 = 8$

تكافئ $y_0 = 4$

ومنه $(x_0; y_0) = (4; 4)$

• استنتاج مجموعة حلول المعادلة(E):

$\begin{cases} 11x - 9y = 8.....(*) \\ 11(4) - 9(4) = 8 \end{cases}$

ومنه $11(x-4) - 9(y-4) = 0$ تكافئ $11(x-4) = 9(y-4)$

أي $11 / 9(y-4)$

و $PGCD(11; 9) = 1$

حسب مبرهنة غوص : $11 / y - 4$

أي $y - 4 = 11k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

ومنه $y = 11k + 4$ — 0.25ن

بالتعويض في (*) نجد $11x - 9(11k+4) = 8$ تكافئ $11x - 99k - 36 = 8$

تكافئ $11x = 99k + 44$ — 0.50ن

تكافئ $x = 9k + 4$

ومنه: $S = \{(9k+4; 11k+4) / k \in \mathbb{Z}\}$

❖ ) إيجاد قيم d:

$\begin{cases} d / x \\ d / y \end{cases}$ هذا يعني $d / 11x - 9y$ — 0.25ن

أي $d / 8$ — 0.25ن

و منه $d \in \{1; 2; 4; 8\}$

2) استنتاج الثنائية $(x; y)$:

لدينا $PGCD(x; y) = 2$ يكافئ $\begin{cases} 2 / (11k+4) \\ 2 / (9k+4) \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} 11k + 4 \equiv 0[2] \\ 9k + 4 \equiv 0[2] \end{cases}$

يكافئ $\begin{cases} k \equiv 0[2] \\ k \equiv 0[2] \end{cases}$

أي $k = 2k'$ ; $k' \in \mathbb{Z}$ — 01ن

ومنه $\begin{cases} x = 11(2k') + 4 \\ y = 9(2k') + 4 \end{cases}$

إذن $S = \{(22k' + 4; 18k' + 4)\}$ — 0.5ن

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | 0.5ن | | |