

الامتحان التجريبي لباكوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : أربع ساعات و نصف

الشعبة : رياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول (05ن)

(1) أ) بيّن أن 193 عدد أولي .

ب) حلّ 206 إلى جداء عوامل أولية .

(2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $4x - 193y = 78$.

أ) جد الثنائية الطبيعية $(a; b)$ التي تحقق : $\begin{cases} PPCM(a; b) = 618 \\ PGCD(a; b) = 3 \end{cases}$ و $4a - 193b = 78$

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

(3) M و N عدنان طبيعيان يكتبان على الترتيب $\overline{\alpha 12\beta}$ و $\overline{5\beta 1\alpha}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7 و $M \equiv N[193]$ حيث α و β رقمان طبيعيان كل منهما أصغر من 7.

أ) تحقّق أن $44\alpha + 48\beta \equiv 78[193]$.

ب) بيّن أن $11\alpha + 12\beta = 116$.

ج) عيّن α و β ثم أكتب M و N في النظام العشري.

التمرين الثاني (04ن)

يمتلك لاعب نردين A و B متماثلان من حيث الشكل إلا أن النرد A مغشوش و فيه كل وجهين متقابلين منه يحملان نفس الرقم i حيث $i \in \{1; 2; 3\}$ (كل رقم من الأرقام الثلاثة مسجل على وجهين متقابلين)، أما النرد B ليس مغشوشا وفيه ثلاثة أوجه تحمل الرقم 1 و ثلاثة أوجه تحمل الرقم 2 . يرمي اللاعب أحد النردين و نرمز بـ P_i لاحتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم i في الحالتين (رمي النرد A أو رمي النرد B)

(1) يرمي اللاعب النرد A ، أحسب p_1 ، p_2 ، p_3 علما أنها تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{4}$.

(2) أحسب p_1 ، p_2 في حالة رمي النرد B

(3) نرمي النردين في آن واحد ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يأخذ كقيم له مجموع رقمي الوجهين العلويين . عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثالث (04ن)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{U_n+1}}$ و $U_0 = 2$

$$(1) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ فإن: } U_{n+1} = 2\sqrt{U_n+1} - \frac{2}{\sqrt{U_n+1}}$$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 3$

ج) بيّن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

$$(2) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad 9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n),$$

$$\text{ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad 3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n),$$

$$\text{ج) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad 3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

د) استنتج نهاية (U_n) . لـ $n \leftarrow \infty$

التمرين الرابع (07ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير g على $]0; +\infty[$.

(2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + 1 - x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$(1) \text{ بيّن أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$$

(2) أحسب نهايات الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

(3) أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

$$(4) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من }]0; +\infty[\text{ : } f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$$

ت) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(5) أنشئ المنحنى (C_f) .

$$(6) \text{ أ) باستعمال التكامل بالتجزئة جد العدد الحقيقي : } \int_{e^{-2}}^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

ب) أحسب مساحة للحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = e^{-2}$ و $x = 1$.

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = xe^{\frac{x}{2}} - e^x + 1$

(1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x) = f(e^x)$

(2) استنتج جدول تغيرات الدالة h .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4.5نقط)

a عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 . نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للإشتقاق على $[0; +\infty[$:

$$f(x) = \sqrt{1+ax^2}$$

1. تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$.

$$2. (u_n) \text{ متتالية معرفة } \mathbb{N} \text{ على بـ : } \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(I) نفرض أن $0 < a < 1$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$.

(ب) بين أن (u_n) متزايدة .

(ج) إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . ثم عين نهايتها.

(II) نضع $a > 1$:

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$$v_n = u_{n+1}^2 - u_n^2$$

(أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

$$(ب) \text{ إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n$$

(ج) من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (S_n) كالآتي :

$$S_0 = 0 \text{ و من أجل كل } n \geq 1 , S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}$$

$$\text{تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي } n , S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

$$(د) \text{ إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_n = \sqrt{S_n} . \text{ ثم أحسب نهاية } (u_n)$$

التمرين الثاني: (4.5نقط)

1. a و b عددان طبيعيين مكتوبان في النظام ذي الأساس ثلاثة على الشكل $a = \overline{201}$ و $b = \overline{100}$

أكتب العددين a و b في النظام العشري .

2. x ، y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x ; y)$ التالية :

$$ax - by = 3$$

(أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x ; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 0[3]$.

(ب) إستنتج حلا خاصا $(x_0 ; y_0)$ حيث $0 \leq x_0 < 5$. ثم حل المعادلة (E) .

3. نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث $(x ; y)$ حل للمعادلة (E) .

(أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

(ب) بين ان $\text{pgcd}(x, y) = \text{pgcd}(y, 3)$.

(ج) عين الثنائيات $(x ; y)$ حلول المعادلة (E) حتى يكون $\frac{y}{x}$ كسرا قابلا للإختزال .

- (4) (u_n) و (v_n) متتاليتان حسابيتان معرفتان على $\mathbb{N}$: $u_0 = 2$ ، $v_0 = 5$ ،
 $u_{n+1} = u_n + 19$ و $v_{n+1} = v_n + 9$
 - عين كل الثنائيات $(p; q)$ للأعداد الطبيعية التي تحقق ، $u_p = v_q$ و $|q - p| \leq 20$.
التمرين الثالث : (4نقط)

- كيس فيه أربع كرات حمراء وكرتين سوداوين لا نفرق بينها عند اللمس.
 العملية الأولى نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد .
 نرمز بـ ، إلى الحوادث ، A_0 "لأنحصل على أي كرة سوداء"
 A_1 "الحصول على كرة سوداء واحدة فقط"
 A_2 "الحصول على كرتين سوداوين"
 أ) أحسب كل من $p(A_0)$ ، $p(A_1)$ و $p(A_2)$.
 2. بعد عملية السحب الأول ، يبقى في الكيس أربع كرات . نقوم بالسحب الثاني إذ نسحب كرتين في آن واحد أيضا.
 نرمز إلى الحوادث : B_0 "لأنحصل على أي كرة سوداء في السحب الثاني"
 B_1 "الحصول على كرة سوداء واحدة فقط في السحب الثاني"
 B_2 "الحصول على كرتين سوداوين في السحب الثاني"
 أ) أحسب كل من $p_{A_0}(B_0)$ ، $p_{A_1}(B_0)$ و $p_{A_2}(B_0)$. ثم بين أن $p(B_0) = \frac{2}{5}$.
 ب) أحسب كل $p(B_1)$ و $p(B_2)$.
 ج) بفرض أننا على كرة سوداء في السحب الثاني . ما احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة في السحب الأول؟
 3. C نعتبر الحادثة "الحصول على كرتين سوداوين ، بعد السحب الأول والإضرار إلى السحب الثاني" .
 أحسب $p(C)$.

التمرين الرابع : (7نقط)

- I) 1. لتكن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x) = xe^x$
 أدرس إتجاه تغير الدالة u ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $xe^x \geq -\frac{1}{e}$.
 2. g دالة معرفة على $]-\infty; 0]$ بـ : $g(x) = 1 - (x^2 + x + 1)e^x$
 أ- باستعمال إتجاه تغير الدالة g بين أن من أجل كل x من $]-\infty; 0]$ ، $g(x) \geq 0$.
 (لا يطلب حساب نهاية g عند $-\infty$)

$$II) \text{ لتكن } f \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يأتي:}$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{xe^x + 1} & x \leq 0 \\ f(x) = x \ln\left(\frac{x}{2}\right) + 1 & x > 0 \end{cases}$$

ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة $2cm$)

1. أ) أدرس إستمرارية f عند 0 ؟
 ب) أدرس قابلية إستقاق الدالة f عند 0 . فسر النتيجة بيانيا .

2. أ) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ يقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) على المجال $]-\infty; 0]$.

3 أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $]-\infty; 0]$ ، ثم على المجال $]0; +\infty[$.

يمكن ملاحظة أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ على $]-\infty; 0]$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. نقطة من المنحنى (C) فاصلتها -1 .

أ) بين أن معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة I هي : $y = \frac{e}{e-1}(x+1)$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المماس (T) . (إستعن بالإجابة المنجزة في 1.)

5. أنشئ (T) ، (Δ) و (C) .

6. n عدد طبيعي غير معدوم .

نسمي $A(n)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمتين التي معادلاتها $y = 0$ و $x = 1$ و $x = n+1$.

أ) (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$$u_n = \int_n^{n+1} f(x) dx \quad \text{و المجموع} \quad S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $S_n = A(n)$.

ب) أحسب بـ cm^2 المساحة $A(n)$ بدلالة n . ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

الإجابة النموذجية لموضوع بكالوريا تجريبى 2022 فى مادة الرياضيات / الشعبة : رياضيات

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
المجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (5 نقاط)		
0.5	0.25	1) أ) 193 عددا أوليا لأن 193 لا يقبل القسمة على 2، 3، 5، 7، 11 ،
	0.25	13. $(\sqrt{193} \simeq 13.89)$
		ب) $206 = 2 \times 103$
		2) أ)
	0.25	$PGCD(a; b) = 3$ معناه $a = 3a'$ ، $b = 3b'$ و $PGCD(a'; b') = 1$.
	0.25	$618 \times 3 = 3a' \times 3b' : PPCM(a; b) = 618$
		و منه $a' \times b' = 206$
	0.5	إذن $(a'; b') \in \{(1; 206), (206; 1), (2; 103), (103; 2)\}$
	0.5	بالتالى $(a; b) \in \{(3; 618), (618; 3), (6; 309), (309; 6)\}$
	0.25	و $4 \times 309 - 193 \times 6 = 78$
2.25		إذن $(a;) = (309; 6)$
	0.5	ب) حل المعادلة () : $(x; y) = (193k + 309; 4k + 6)$ حيث
		$k \in \mathbb{Z}$
	0.25	1) $M = \overline{\alpha 12\beta} = 343\alpha + \beta + 63$
	0.25	$N = \overline{5\beta 1\alpha} = \alpha + 49\beta + 1722$
		أ) $N - M \equiv 0[193]$
	0.25	
		ب) $44\alpha + 48\beta = 193l + 78$ حيث $l \in \mathbb{Z}$
	0.25	$11\alpha + 12\beta = 193k + 309$ مع $0 \leq 11\alpha + 12\beta \leq 138$
	0.25	إذن $11\alpha + 12\beta = 116$.
2.25	0.25*4	ج) $\alpha = 4$ و $\beta = 6$ $M = 1441$ و $N = 2020$
التمرين الثانى: (4 نقاط)		

1.25	0.25*2	(1) p_3, p_2, p_1 تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{4}$ مع و منه										
	0.25*3											
0.75	0.25*3	(2) $p_2 = p_1 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (3) قيم X هي: $\{2; 3; 4; 5\}$ قانون الاحتمال لـ X <table><tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		2	3	4	5					
	2	3	4	5								
	0.5											
	1											
2	0.5											

التمرين الثالث: (4 نقاط)

2	0.25	(1) أ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n + 1}},$ ب) $1 < U_0 < 3$ نفرض أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 < U_n < 3$ نجد و منه من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 < U_n < 3$ ج) $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(2 - \sqrt{U_n + 1})}{\sqrt{U_n + 1}}$ حيث من أجل كل عدد طبيعي $n :$ $1 < U_n < 3$ نجد أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما - المتتالية (U_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى بـ 3 نستنتج أنها مقاربة . (2) أ) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n)$ ، ب) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$ ، لدينا من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{3+U_{n+1}}(3 - U_n)$ ،
	0.25	
	0.5	
	0.25	
	0.5	
	0.25	
	0.75	
	0.75	

2	0.25	و $2 < U_{n+1}$ إذن $U_0 < U_1 < U_2 < \dots < U_{n+1}$ ف نجد أنه من أجل كل عدد طبيعي $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$ ، (ج) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$ ، (د) من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - \left(\frac{4}{5}\right)^n < U_n < 3$ ، إذن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 3$
	0.25	
التمرين الرابع: (7 نقاط)		
0.75	0.25*3	I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x$ (1) من أجل x من $]0; +\infty[$: $g'(x) = 3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ و $g'(x) > 0$ إذن g متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$. (2) $g(1)=0$ وبما أن g متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$ فإن : $g(x) < 0$ على المجال $]0; 1[$ و $g(x) > 0$ على المجال $]1; +\infty[$.
0.	0.25*2	II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + 1 - x$ (1) بوضع $t = \sqrt{x}$ لما $t \rightarrow +\infty : x \rightarrow +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t^2}{t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln t}{t} = 0$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (3) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = 0$ إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.
0.5	0.5	
0.5	0.25*2	
	0.25	
0.75	0.5	ب) (C_f) يقع أسفل (Δ) على المجال $]0; 1[$ و (C_f) يقع أعلى (Δ) على المجال $]1; +\infty[$
	1	4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$ جدول تغيرات الدالة f .
1.5	0.5	
0.75	0.25+0.5	

1 0.25 0.5	0.75 0.25 0.25 0.5	(5) (6) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة $\int_{e^{-2}}^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = [2\sqrt{x}\ln x]_{e^{-2}}^1 - \int_{e^{-2}}^1 \frac{2\sqrt{x}}{x} dx = [2\sqrt{x}\ln x - 4\sqrt{x}]_{e^{-2}}^1 = 8e^{-1} - 4$ ب) مساحة للحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = e^{-2}$ و $x = 1$ هي $\int_{e^{-2}}^1 [(-x + 1) - f(x)] dx = \int_{e^{-2}}^1 -\frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = (-8e^{-1} + 4)u.a$ (III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = xe^{\frac{x}{2}} - e^x + 1$ (1) إثبات انه من أجل كل عدد حقيقي x : $h(x) = f(e^x)$ (2) استنتاج جدول تغيرات الدالة h من أجل كل عدد حقيقي x : $h'(x) = e^x f'(e^x)$. h متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0]$ و متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$. $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$
---------------------------------	--	---

الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
04.5		التمرين الأول 0.5..... $f'(x) = \frac{ax}{\sqrt{1+ax^2}}$ ، من أجل كل $x \in [0; +\infty[: f'(x) \geq 0$. تقبل طرق أخرى $[0; +\infty[$ متزايدة تماما على
		0.5..... $0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$ ، n برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ $u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$. 0.5 (ب) متزايدة . 0.5..... $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$ فهي متقاربة . نهايتها $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$ (ج) متزايدة ومحدودة من الأعلى بـ $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$. (II $a > 1$) 0.5..... $v_0 = 1$ متتالية هندسية أساسها a وحدها الأول $v_0 = 1$. 0.5..... $u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n$ ومنه $v_n = v_0 \cdot a^n = a^n$. $S_0 = 0$ و $n \geq 1$ من أجل كل $S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}$ (ج) 0.5 $S_0 = 0$ و $n \geq 1$ ، $S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}$ $S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}$ $S_n = u_1^2 - u_0^2 + u_2^2 - u_1^2 + u_3^2 - u_2^2 + \dots + u_n^2 - u_{n-1}^2$ (د) 01..... $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ و $u_n = \sqrt{S_n}$ وبالتالي $u_n^2 = S_n$ ومنه
4.5		التمرين الثاني: 0.5..... 1. $a = 19$ و $b = 9$. 0.5..... 2. $19x - 9y = 3$ (أ) فإن $x \equiv 0[3]$. 0.25..... $(x_0; y_0) = (3; 6)$ (ب) الحل الخاص عدد صحيح. 0.5..... مع k $(x; y) = (9k + 3; 19k + 6)$ حلول المعادلة 0.5..... 3. (أ) $d \mid 3$ ومنه $d \in \{1, 3\}$. 0.75..... $p \gcd(y, 3) = d'$ و $p \gcd(x, y) = d$ (ب) نضع نجد $d = d'$.

		 0.5 $\gcd(x, y) = 3$ كسر قابلا للاختزال يكافئ $\frac{y}{x}$ (ج) عدد صحيح p مع $(x; y) = (27p + 3; 57p + 6)$ 4. $u_p = 2 + 19p$ و $v_q = 5 + 9q$ $(p; q) = (9k + 3; 19k + 6)$ ومنه $19p - 9q = 3$ يكافئ $u_p = v_q$ $(p; q) \in \{(3, 6); (12, 25)\}$ ومنه
		التمرين الثالث: 0.75 $p(A_0) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{2}{5}$ ، $p(A_1) = \frac{8}{15}$ ، $p(A_2) = \frac{1}{15}$
04		 0.75 $p_{A_0}(B_0) = \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6}$ ، $p_{A_1}(B_0) = \frac{1}{2}$ ، $p_{A_2}(B_0) = 1$ 0.5 $p(B_0) = \frac{2}{5}$ ومنه 0.5+0.5 $p(B_1) = \frac{8}{15}$ و $p(B_2) = \frac{1}{15}$ 0.5 $p_{B_1}(A_1) = \frac{p(A_1 \cap B_1)}{p(B_1)} = \frac{p(A_1)p_{A_1}(B_1)}{p(B_1)}$ نجد $p_{B_1}(A_1) = \frac{1}{2}$
		 0.5 $p(C) = \frac{1}{3}$ نجد $p(C) = p(A_0 \cap B_2) + p(A_1 \cap B_1)$
	العلامة	
	مجزأة مجموع	عناصر الإجابة
07		التمرين الرابع: 0.25 $\left[-\frac{1}{2}; +\infty \right]$ و متزايدة تماما على $\left[-\infty; -\frac{1}{2} \right]$ 1. الدالة متناقصة تماما على (I) 0.25 $xe^x \geq -\frac{1}{e}$ ، x من أجل كل عدد حقيقي 0.25 $g'(x) = -(x^2 + 3x + 2)e^x$ 0.25 $g(x) \geq 0$ ، $]-\infty; 0]$ من x ومنه من أجل كل

.....0.5 مستمرة عند $f(1/1)$ (II)

من اليسار 0 قابلة للإشتقاق عند f (ب)

معدوم $f'_g(0) 0.25$ وعددها المشتق

.....0.25 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$ من اليمين لأن 0 غير قابلة للإشتقاق عند f

يقبل نصف مماس من اليمين يوازي حامل محور الترتيب ونصف مماس من اليسار يوازي حامل محور الفواصل
.....0.25

..... 2 2 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (II) (أ.2)

.....0.25 $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0$ (ب)

.....0.5 $]-1; 0]$ على (Δ) ويقع أعلى $]-\infty; -1]$ على (Δ) يقع أسفل (C)
 $A(-1, 0)$ ويقطعه في النقطة

.....0.25 $]-\infty; 0]$ متزايدة تماما على f ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(xe^x + 1)^2}$: $]-\infty; 0]$ على (II) (أ.3)

.....0.25 $f'(x) = 1 + \ln\left(\frac{x}{2}\right)$: $]0; +\infty[$ على
.....0.5 (ب) جدول التغيرات

.....0.25 $(T): y = \frac{e}{e-1}(x+1)$ (II) (أ.4)

.....0.5 (T) بالنسبة إلى المماس (C) (ب) وضعية المنحنى

.....0.75 (C) و (Δ) ، (T) 5. إنشاء (II)

$$S_n = \int_1^2 f(x) + \int_2^3 f(x) + \dots + \int_n^{n+1} f(x)$$

.....0.25 $S_n = A(n)$ (II) (أ.6)

.....0.5 $A(n) = \left[4n + 2(n+1)^2 \left[\ln\left(\frac{n+1}{2}\right) - \frac{1}{2} \right] + \ln(4e) \right] cm^2$ (ب)

.....0.25 $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} A(n) = +\infty$