

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط) السؤال 2 و السؤال 3 غير معني به التقني

يحتوي كيس U_1 على أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 0، 6 وثلاث كرات سوداء تحمل الأرقام: 1، 6، 6 وكرتين بيضاوين تحملان الرقمين 1، 6 (كل الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) نسحب عشوائيا وعلى التوالي دون إرجاع ثلاث كرات من هذا الكيس.

(1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

- A : ظهور لونين فقط في الكرات الثلاثة المسحوبة B : الكرات الثلاثة المسحوبة مختلفة الألوان مثلى مثلى.
 C : الكرات الثلاثة المسحوبة تحمل نفس الرقم. D : مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة فردي.
 E : الحصول على كرة تحمل الرقم 6 على الأقل. F : الحصول على كرة واحدة سوداء تحمل الرقم 6.

(2) أ- احسب $P(B \cap C)$ ب- هل الحادثتان B و C مستقلتان؟

(3) احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات مختلفة الألوان مثلى مثلى علما أنها تحمل نفس الرقم.

(4) نضع الكرات السوداء والحمراء في كيس U_2 .

- نعتبر اللعبة التالية: للمشاركة يدفع لاعب t دج (حيث t عدد طبيعي)، ويقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس U_2 بحيث يربح اللاعب 25 دج على كل كرة سوداء مسحوبة، ويخسر اللاعب 10 دج على كل كرة حمراء مسحوبة.
 - نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية سحب الربح أو الخسارة المناسب لها.
 أ- عين قيم X . ب- احسب الأمل الرياضي $E(X)$.
 ج- عين قيم t حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثاني: (04 نقاط) لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح، عينه مع التعليل

(1) (v_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 3e^{\alpha n}$ (α عدد حقيقي غير معدوم)

قيم α التي تجعل المتتالية (v_n) متقاربة هي:

- أ- $\alpha \in]-1; 1[$ ب- $\alpha \in]-\infty; 0[$ ج- $\alpha \in]0; +\infty[$

(2) x عدد حقيقي، تكون الأعداد $2x$ ، ex ، $-2x + 6$ بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية حسابية من أجل:

- أ- $x = \frac{e}{3}$ ب- $x = 3$ ج- $x = \frac{3}{e}$

(3) التكامل: $\int_0^n \frac{\ln(2x+1)}{2x+1} dx$ يساوي:

- أ- $\frac{1}{4}(\ln(2n+1))^2$ ب- $\frac{1}{2}\ln(2n+1)^2$ ج- $\frac{1}{2}(\ln(2n+1))^2$

(4) f دالة معرفة على $]1; +\infty[$ ب: $f(x) = (x-1)^2 \ln(x-1) - \frac{3}{2}x^2$ ، منحنى الدالة f يقبل:

- أ- نقطة انعطاف واحدة ب- نقطتي انعطاف ج- لا يقبل نقطة انعطاف

التمرين الثالث: (5 نقاط)

$$(I) \quad (u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } \begin{cases} u_0 = -\frac{3}{2} \\ u_{n+1} = -2 + \sqrt{u_n + 2} \end{cases}$$

- (1) أحسب u_1 ، u_2 ثم خمن اتجاه تغير وطبيعة المتتالية (u_n)
- (2) برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N} : -2 \leq u_n \leq -1$
- (3) بين من أجل $n \in \mathbb{N}$ أن: $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 3u_n - 2}{\sqrt{u_n + 2} + u_n + 2}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)
- (4) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها.
- (II) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $V_n = 3 \ln(u_n + 2)$
- (1) أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول V_0 .
- ب- اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ، ثم عين نهاية (V_n) .
- ج- بين أن: $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2$ ، ثم عين نهاية (u_n)
- (2) احسب المجموعين: $S_n = V_n + \dots + V_{n+2}$ و $S'_n = V_0 + 2V_1 + \dots + 2^n V_n$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

$$(I) \quad g \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$$

- (1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- (II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = \frac{(2x-1)e^x - 2x + 2}{e^x - 1}$
- (1) أ- بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}^*$: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$
- ب- احسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$
- ج- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ ثم فسر هندسيا النتيجة
- (2) أ- بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$
- ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها
- (3) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب:

$$(\Delta) : y = 2x - 1 \quad \text{و} \quad (\Delta') : y = 2x - 2$$
- ب- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ')
- (4) أحسب $f(-x) + f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (5) أنشئ كلاً من (Δ) و (Δ') و (C_f) (يعطى $f(\ln 2) = \ln 4$ و $f(-\ln 2) = -\ln 4 - 3$)
- (6) ناقش بياناً عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = 2x + \ln(m)$
- (7) λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 1$ أحسب بـ $S_\lambda \text{ cm}^2$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = 2x - 1$ والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = \lambda$
- (8) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = |f(x)|$
 - أ- اشرح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقاً من (C_f)
 - ب- أنشئ (C_h) في نفس المعلم.