

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان البكالوريا التجريبي
ماي 2022



ثانوية عيسى حميطوش
مديرية التربية لولاية برج بوعريج
الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 3 سا و 30 د (3 ساعات و نصف)

اختبار في مادة: الرياضيات

يحتوي الإمتحان على 4 صفحات من (صفحة 1 من 4) إلى (صفحة 4 من 4) :
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^{2x} - e^x + 1}{e^x - 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة:
(1) من أجل كل عدد حقيقي من $]0; +\infty[$:

(أ) $f(x) = e^x + 1 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ (ب) $f(x) = e^x - 1 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ (ج) $f(x) = e^x - 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}$

(2) الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ و التي تحقق $F(\ln 2) = 2$ معرفة كمايلي:

(أ) $F(x) = e^x - \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x}\right)$ (ب) $F(x) = e^x + \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x}\right)$ (ج) $F(x) = e^x - \ln\left(\frac{e^x}{e^x - 1}\right) + \ln 2$

(3) ليكن A مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و المنحنى (γ) الممثل للدالة $e^x - 1$ و المستقيمين الذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = 2$:
(أ) $A = \ln(2e)$ (ب) $A = \ln(e - 1)$ (ج) $A = \ln(e + 1)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة كمايلي: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1$.

(1) عين α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

(2) نضع في كل مايلي $u_0 = 5$.

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n + 4$.

(ب) بين أن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ثم إستنتج إتجاه تغير (u_n) .

(ت) أحسب نهاية المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n - 4}$.

(أ) عبر عن v_n بدلالة n .

(ب) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

(4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \ln(u_0 v_0 - 1) + \ln(u_1 v_1 - 1) + \dots + \ln(u_n v_n - 1)$.

اختبار في مادة: الرياضيات / الشعبة: علوم تجريبية / بكالوريا تجريبية 2022

التمرين الثالث: (05 نقاط)

صندوق U_1 يحتوي على 5 كرة بيضاء و 4 كرات سوداء وصندوق آخر U_2 يحتوي على 3 كرات بيضاء وكرتين سوداوين. نسحب عشوائيا كرة من U_1 و نضعها في U_2 ثم نسحب عشوائيا بعد ذلك كرتين في آن واحد من U_2 . مجموع هذه العمليات تمثل إختبارا و نعتبر الأحداث: I : "الكرة المسحوبة من U_1 بيضاء"

A : "سحب كرتين بيضاوين" B : "سحب كرتين سوداوين" C : "سحب كرتين من لونين متلفين"

(1) أ) تحقق أن $P(I)$ احتمال الحادثة I هو $\frac{5}{9}$.

ب) علما أن الكرة المسحوبة من U_1 بيضاء، بين أن احتمال سحب كرتين بيضاوين من U_2 هو $\frac{2}{5}$.

(2) أنشئ شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه التجربة.

(3) أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمال الأحداث A ، B و C .

(4) شارك أحمد في لعبة بـ $100DA$ و قام بالإختبار السابق، إذا كانت الكرتان المسحوبتان مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ وإذا كانت الكرتان بيضاوين يحصل على $200DA$ وإذا كانت سوداوين يخسر إشتراكه. وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب الربح الجبري المحقق لأحمد.

- عين قيم X ثم عين قانون احتمال X و احسب أمله الرياضي، بماذا تنصح أحمد.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x + 2 - 2e^x$

(1) أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن للمعادلة حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث $-1,6 < \alpha < -1,5$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2(x+1)e^x}{1+2xe^x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $1cm$)

(1) أ) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 1$ (نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + 2xe^x > 0$)

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(1+2xe^x)^2}$. استنتج إتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها.

(3) تحقق أن: $f(\alpha) = 1 + \frac{1}{\alpha + 1}$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(4) أنشئ (Δ) و (C_f) . (تأخذ $f(\alpha) = -0.8$)

(5) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x) = e^m$ حلان متمايزان.

(6) n عدد طبيعي، I_n مساحة الحيز المحدد بحامل محور الفواصل و المنحنى (C_f) و المستقيمين الذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = n$.

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $I_n = \ln(1 + 2ne^n) cm^2$.

ب) أدرس إتجاه تغير المتتالية العددية (I_n) ثم أحسب ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة ، عينها مع التعليل:

(1) (w_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $w_n = 2n - 1 + e^n$ ، ليكن المجموع: $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$:

(أ) $S_n = n^2 - 1 + \frac{1}{e+1}(e^{n+1} - 1)$ (ب) $S_n = n^2 + 1 + \frac{1}{e-1}(e^{n+1} - 1)$ (ج) $S_n = n^2 - 1 + \frac{1}{e-1}(e^{n+1} - 1)$

(2) f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2}{x}(1 + \ln x)$. حلول المعادلة التفاضلية $y' = f(x)$ حيث $y(1) = 0$ هي:

(أ) $y = (1 + \ln x)^2 - 1$ (ب) $y = (1 + \ln x)^2$ (ج) $y = 2(1 + \ln x)^2 - 1$

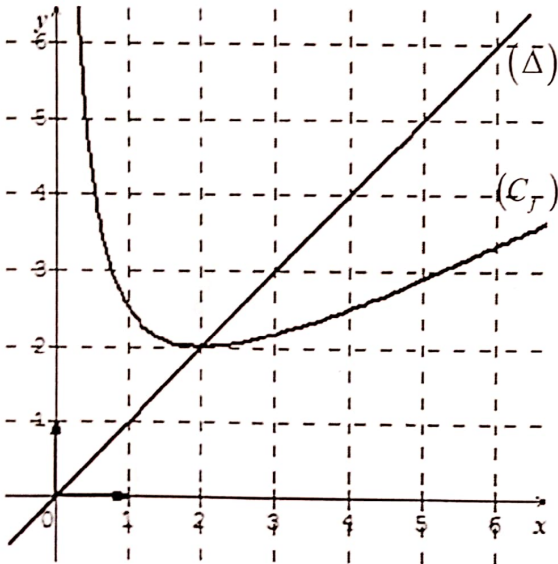
(3) بإستعمال التكامل بالتجزئة $I = \int_1^e (x \ln x) dx$ قيمة I هي:

(أ) $I = e^2 + 1$ (ب) $I = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$ (ج) $I = \frac{1}{4}(e^2 - 1)$

(4) إذا كانت f دالة فردية على $\mathbb{R}$ فإن دالتها الأصلية F على $\mathbb{R}$ هي دالة:

(أ) فردية. (ب) زوجية. (ج) لا فردية ولا زوجية.

التمرين الثاني: (04 نقاط)



I. f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{4}{x}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) المستقيم

ذو المعادلة $y = x$. (الشكل المقابل)

(1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على $[2; +\infty[$.

II. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 5$ ومن أجل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

(1) (أ) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، دون حسابها مبرزا

خطوط الرسم.

(ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(2) (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 < u_n \leq 5$.

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

(3) (أ) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < u_{n+1} - 2 \leq \frac{3}{10}(u_n - 2)$.

(ب) استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 < u_n - 2 \leq 3 \times \left(\frac{3}{10}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

اختبار في مادة: الرياضيات / الشعبة: علوم تجريبية / بكالوريا تجريبية 2022

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كرات لا نفرّق بينها في اللمس ، أربعة حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاثة صفراء تحمل كلها الرقم 2 و كرة بيضاء مرقمة بـ 2 أيضا.

(1) نسحب عشوائيا ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر الأحداث التالية:

A: "الكرات المسحوبة الثلاثة هي مختلفة الألوان مثنى مثنى"

B: "الكرات المسحوبة الثلاثة تحمل أرقاما مجموعها عدد زوجي"

(أ) أحسب الاحتمالات: $P(A)$ و $P(B)$ ، $P(A \cap B)$ ثم إستنتج $P_A(B)$ و $P(A \cup B)$.

(ب) نسمي X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الألوان المحصل عليها. عيّن قانون الاحتمال للمتغير X ثم أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

(2) نعتبر اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب 100 DA ، ويتحصل على α DA (α عدد حقيقي موجب تماما) لكل لون من الألوان المحصل عليها. ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة الربح الجبري المحقق.
تحقق أن $E(Y) = E(\alpha X - 100)$ ثم عين قيمة α حتى تكون اللعبة عادلة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 + (\ln x)^2 - \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس ($0; \vec{i}, \vec{j}$) . (وحدة الطول 1 cm)

(1) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) (أ) بين أنه من أجل كل $x \in]0; 1]$ فإن: $x - 1 + 2 \ln x \leq 0$ ومن أجل كل $x \in [1; +\infty[$ فإن: $x - 1 + 2 \ln x \geq 0$.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{x-1+\ln x}{x}$ ثم إستنتج إتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β حيث: $0,4 < \alpha < 0,5$ و $2,1 < \beta < 2,2$.

(3) (أ) حل في $]0; +\infty[$ المعادلة: $(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$.

(ب) أدرس وضعيّة المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم $(\Delta): y = x$.

(4) عين إحداثيي النقطة A من (C_f) بحيث يكون المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ثم أكتب معادلة لـ (T).

(5) بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

(6) أنشئ (C_f) ، (Δ) و (T).

(7) (أ) بين أن الدالة $x \mapsto x \ln x - x$ أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$.

(ب) باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$.

(ت) أحسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها $x = e$ ، $x = 1$ و $y = x$.

إنتهى الموضوع الثاني