



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

يحتوي صندوق على 5 كرات بيضات مرقمة بـ 1، 1، 1، 0، -1 و 5 كرات سوداء مرقمة بـ 1، 1، 0، 0، -1 (لا نميز بينهم باللمس) نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الصندوق .
(I) نعتبر الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط" B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "

C : " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " D : " الحصول على اللونين الأسود و الأبيض "

F : " مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي 0 "

(1) أحسب احتمال الأحداث A , B و C .

(2) بين أن : $P(D) = \frac{5}{6}$ ، $P(F) = \frac{31}{120}$ ، $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$.

(3) إذا كان مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي صفر . ماهو احتمال أن تكون الكرات من نفس اللون ؟

(II) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكرات الثلاثة المسحوبة .

(1) عين قيم المتغير العشوائي X .

(2) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X . ثم أحسب أمله الرياضي.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

• لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4u_n}{u_n + 2}$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n < 2$.

(2) أدرس رتبة المتتالية (u_n) . هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ثم عبر عن v_n بدلالة n .

(ب) إستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$ ، أحسب S_n بدلالة n .

(4) (أ) بين أن : $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3}|u_n - 2|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|u_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- نعتبر المعادلة التفاضلية التالية : $(E) \dots \dots \dots y - y' = (2x - 3)e^{-x}$
 - (1) عين العددين الحقيقيين a و b حيث $g(x) = (ax + b)e^{-x}$ حل للمعادلة التفاضلية (E)
 - (2) لتكن $a = 1$ و $b = -1$:
 - أ) بين ان $f(x) = h(x) + g(x)$ حل للمعادلة التفاضلية (E) اذا كانت $h(x)$ حل للمعادلة التفاضلية $y - y' = 0$
 - ب) عين حلول المعادلة التفاضلية $y - y' = 0$
 - ت) استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة R بما يلي : $g(x) = 2 + (x - 2)e^{-x+2}$
 - (1) ادرس تغيرات الدالة g .
 - (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.14 < \alpha < 1.15$.
 - (3) إستنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في i .
 - II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة i بما يلي : $f(x) = 2x - 1 - (x - 1)e^{-x+2}$
 - (1) نسمي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, i, j)
 - (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - (2) بين أن : من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - (3) أ) بين أن : $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$ ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
 - ب) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ) .
 - ت) بين أن المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكرتية له.
 - ث) أحسب $f(0)$ و $f(2)$ ثم أنشئ (Δ) ، (T) و $(\mathcal{C}_f)$.
 - (4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :
- $$(E): 2m - 1 - (x - 1)e^{-x+2} = 0$$
- III. لتكن H الدالة العددية المعرفة على i بما يلي : $H(x) = (ax + b)e^{-x+2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان
 - أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h المعرفة بـ : $h(x) = (x - 1)e^{-x+2}$ على R .
 - ب) ليكن λ عددا حقيقيا حيث ، $\lambda > 1$ و $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x = 1$ و $x = \lambda$.
 - أحسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ثم أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

التمرين الأول: (05 نقاط)

U_1 و U_2 صندوقان متماثلان، الصندوق U_1 يحوي كرتين تحملان الرقمين 1 و 2 والصندوق U_2 يحوي أربع كريات تحمل الأرقام 1, 2, 3, 4. جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس. I. نختار عشوائيا صندوق ، ثم نسحب منه كرية بطريقة عشوائية.

- (1) ما هو احتمال الحصول على كرية تحمل الرقم 1.
 - (2) إذا كانت الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1، ما احتمال ان تكون قد سحبت من الصندوق U_1 .
- II. نجعل محتوى الصندوقين في صندوق واحد ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين.

- (1) ما هو احتمال سحب كرتين تحملان نفس الرقم
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

(أ) ماهي قيم المتغير العشوائي X

(ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

(ج) احسب الأمل الرياضي $E(X)$ والتباين والانحراف المعياري

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C ، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z - 2i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$.
- (2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات $Z_A = \sqrt{3} - i$ ؛ $Z_B = \sqrt{3} + i$ ؛ $Z_C = 2i$ و $Z_D = -\sqrt{3} - i$ على الترتيب .

(أ) أكتب على الشكل الاسي كل من Z_A, Z_B, Z_C و Z_D

(ب) علم النقط A ، B ، C و D .

(ت) اكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي . استنتج طبيعة المثلث ABC .

(ث) عين () مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z في كل حالة من الحالات التالية :

$$|z - 2i| = |z + \sqrt{3} + i|$$

$$\frac{z - z_A}{z - z_D} = ke^{\frac{\pi}{2}} \text{ و } k \in R^+$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ وبعلاقة التراجع الآتية : $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$ من اجل كل عدد طبيعي n

(2) احسب u_1, u_2 ثم بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{4}{u_n + 3}$

(3) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $-1 < u_n \leq 0$.

(4) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

II. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

- (أ) اثبت أن (v_n) متتالية حسابية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
 (ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n ثم احسب $\lim u_n$
 (ج) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0.v_0 + u_1.v_1 + \dots + u_n.v_n$

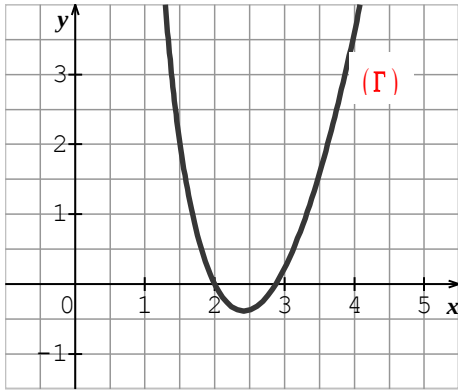
التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1, +\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4 \ln(x-1)$ (حيث $\ln$: اللوغاريتم النيبيري) (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

- (1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.
 (2) أحسب $g(2)$ ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $2,87 < \alpha < 2,88$.
 (3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1, +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1, +\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \frac{4 \ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وفسر النتيجة بيانياً ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(3) (أ) بين أنه من أجل كل x من $]1, +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$.

(ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) = 3,9$)

(5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1, +\infty[$ كما يلي: $h(x) = [\ln(x-1)]^2$.

(أ) أحسب $h'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1, +\infty[$.

(ب) أحسب التكامل $\int_2^5 f(x) dx$ ثم فسر النتيجة بيانياً.