

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول :



التمرين الأول : 4 ن

(u_n) متتالية معرفة على N : $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كل n من N : $u_{n+1} = \frac{6u_n - 2}{u_n + 3}$

(1) أ - بين أنه من أجل كل n من N : $u_{n+1} = 6 - \frac{20}{u_n + 3}$

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $\frac{3}{2} \leq u_n \leq 2$

ج - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) أ - بين أنه من أجل كل n من N : $0 \leq 2 - u_{n+1} \leq \frac{8}{9}(2 - u_n)$

ب - استنتج أنهم من أجل كل n من N : $0 \leq 2 - u_n \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني : 4 ن

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $11x - 5y = 2$

أ* أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن $y \equiv 4[11]$.

ب* استنتج حلول المعادلة (E) .

2) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم ، نضع : $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$.

أ* عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب* عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون : $PGCD(a; b) = 2$.

ج* استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون العددين a و b أوليان فيما بينهما.

3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $A = 5n^2 + 7n + 2$ و $B = 11n^2 + 15n + 4$.

أ* بين أن العدد $(n + 1)$ يقسم كل من العددين A و B .

ب* استنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B .

التمرين الثالث : 4 ن

اجب بصحيح ام خاطئ مع التبرير

1- المعادلة ذات المجهول x تقبل حلين في $\mathbb{R}$ هما e و 1

$$2(\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$$

2- f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{0; 1\}$ بـ $f(x) = (x-1)\ln\left(\frac{x-1}{x}\right) - \ln(|x|)$

من أجل $f(1-x) = f(x): x \in \mathbb{R} - \{0; 1\}$

3- نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x $(2e^x - 2e)(e^{1-x} - 1) > 0$

مجموعة حلول المتراجحة هي: $[1; e]$

4- حل المعادلة التفاضلية: $2y + 4y' = 8y$ (1) $\neq 3$ هو: $f(x) = e^{2x+2}$

التمرين الرابع: 8 ن

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - e + \ln(1 + 2e^{-2(x-e)})$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) أ* تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln(2 + e^{2(x-e)})$

ب* احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ج* أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ* بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتهما:

$y = x - e$ و $y = -x + \ln 2 + e$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$ على الترتيب.

ب* ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D') .

ج* بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{1}{2} \ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

3) أرسم (Δ) ، (D) ، و (D') و (C_f)

4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته: $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي.

أ* بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2} + e; \frac{\ln 2}{2}\right)$.

ب* ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع: $I = \int_{\ln \sqrt{2}+e}^{\ln \sqrt{3}+e} [f(x) - (x - e)] dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln(1 + X^n) dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ* فسر هندسيا العدد I واحسب العدد I_1 .

ب* بين أن: $0 \leq I_n \leq \ln 2$

ج* عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة.



الموضوع الثاني :

التمرين الأول: 4ن (u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان معرفتان من أجل كل عدد طبيعي n : بـ $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$ و

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 3 \end{cases}$$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n = 2^{n+1} + 1$ هل العددين u_n و u_{n+1} أوليان فيما بينهما ؟

(2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5

ثم أستنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد 2017^{1438} على 5

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $2u_n - v_n = 5$ ثم أستنتج عبارة v_n بدلالة.

(4) عين القيم الممكنة للعدد الطبيعي $PGCD(u_n; v_n)$

ثم أستنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $PGCD(u_n; v_n) = 5$

التمرين الثاني : 4ن لتكن (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

(1) عين العددين الحقيقيين a ، b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$. ثم برهن بالتراجع بين أنه

من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < 1$.

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ؛ ثم استنتج أن (u_n) متقاربة

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . أكتب v_n و u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) ثم أحسب المجموع : $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + \dots + \frac{5^n}{v_n}$



التمرين الثالث : 4ن

لكل سؤال أجوبة مقترحة أحدها - فقط - صحيح، يطلب تحديده مع التبرير.

1 - في مجموعة الأعداد الصحيحة، المعادلة: $x^2 + x + 3 \equiv 0 [5]$.

(أ) لا تقبل حولا (ب) حلولها زوجية. (ج) حلولها تحقق $x \equiv 2 [6]$ (د) حلولها تحقق $x \equiv 1 [5]$ أو $x \equiv 3 [5]$.

2 - نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة التالية : $24x + 34y = 2$ (1).

(أ) حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y) = (17k-7 ; 5-12k)$.

(ب) حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y) = (-7k ; 5k)$.

(ج) حلول المعادلة (1) من الشكل : $(x;y) = (34k-7 ; 5-24k)$.

(د) المعادلة (1) لا تقبل حولا .

3- N عدد طبيعي يكتب : 421 في النظام ذي الأساس 5 .

العدد N يكتب في النظام ذي الأساس 6 بالشكل : (أ) 421 (ب) 111 (ج) 303 (د) 222 .

4 - نعتبر متتالية لتكاملا التالية $I_n = \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x} dx$ حيث $n \in \mathbb{N}$

(أ) $I_0 = [\ln(1+e^x)]_0^1$ (ب) $I_1 = \left(\frac{1+e}{2}\right)$ (ج) من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n}(e^n - 1)$

التمرين الرابع: 8ن

(I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x) = 1 + x + e^x$

1 / ادرس تغيرات الدالة g

2 / برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α . تحقق أن α من المجال $[-1.3; -1.2]$.

3 / حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ ، ثم استنتج إشارة $g(-x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{xe^x}{1+e^x}$ نسمي (Γ) المنحنى البياني لها .

1 / أ . أكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f .

ب . برهن أن $f(\alpha) = 1 + \alpha$.

ج . برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y = x$.

د . اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (Γ) عند النقطة O مبدأ المعلم ، ثم ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمماس (T)

هـ . ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ المنحنى (Γ) و (Δ) (تؤخذ $2cm$ كوحدة).

2 / H نقطة فاصلتها x (حيث $x > 0$) وترتيبها معدوم ، المستقيم الموازي للمحور (yy') والمار من H يقطع (Γ) في

النقطة M ويقطع المقارب (Δ) في النقطة N ، نضع $\varphi(x) = MN$.

أ . بين أن $\varphi(x) = \frac{x}{1+e^x}$.

ب . برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\varphi'(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2} \cdot g(-x)$.

واستنتج أن MN يكون أكبر ما يمكن عندما $x = -\alpha$.

ج . برهن أن $f(-\alpha) = 1$.

د . برهن أن المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة A ذات الفاصلة $(-\alpha)$ يوازي المستقيم (Δ) . اكتب معادلته ثم ارسمه في نفس

المعلم السابق.

3 / ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية : $me^x + m + x = 0$.

4 / أ . برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ لدينا : $\frac{e^x}{1+e^x} \leq f(x) \leq x$.

ب . استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) والمستقيمتين التي معادلاتها :

$$x = -\alpha \text{ و } x = 1, y = 0$$

لو كنت تملك الرغبة في النجاح فقد قطعت نصف الطريق نحو النجاح ولو كنت لا تملك الرغبة فقد قطعت نصف

الطريق نحو الفشل بالتوفيق في بكالوريا 2022

