

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

إختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير.

السؤال	الإجابة -أ-	الإجابة -ب-	الإجابة -ج-
1 التكامل $\int_1^2 \frac{3}{x^4} dx$ يساوي :	$-\frac{9}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{8}$
2 العدد $\ln\left(\frac{2e^3}{\sqrt{3}}\right)$ يساوي:	$3 + \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 3$	$3 + \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 3$	$3 - \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 3$
3 للمعادلة $2 \ln x - \ln(5x - 6) = 0$ حلان متمايزان هما:	$x_2 = -2$ و $x_1 = 3$	$x_2 = 0$ و $x_1 = 3$	$x_2 = 2$ و $x_1 = 3$
4 القيمة المتوسطة m للدالة $f(x) = 3^{x-1}$ على المجال $[2; 3]$ هي:	$\frac{6}{\ln 3}$	-3	$\ln 3$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

I. لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $\ln(u_{n+1}) = -1 + \ln(u_n)$.

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n > 0$.

(2) أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

(3) بين أن (u_n) هندسية أساسها e^{-1} .

(4) أكتب عبارة u_n بدلالة n . أحسب نهاية u_n .

II. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = 2 + \ln \sqrt{u_n}$.

(1) أكتب v_n بدلالة n ، ثم بين أن (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

(2) أكتب p_n بدلالة n حيث : $p_n = (v_1 + \frac{1}{2})^1 \times (v_2 + 1)^2 \times \dots \times (v_n + \frac{n}{2})^n$.

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = e^{2(v_0-2)} + e^{2(v_1-2)} + \dots + e^{2(v_n-2)}$.

أكتب بدلالة n المجموع S_n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} (e-1)S_n$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $v_n = \int_n^{n+1} e^{-x+1} dx$

- (1) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n > 0$.
- (2) أكتب عبارة v_n بدلالة n .
- (3) بين أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
- (4) ليكن S_n المجموع المعروف كمايلي : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
أحسب S_n بدلالة n .

(5) بين أن $S_n = \int_0^{n+1} e^{-x+1} dx$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

- (1) أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
- (2) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$ وليكن (c_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة 2 سم)

- (1) عيّنها نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
- (2) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (3) بيّن أنّ المنحني (c_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x + 1$ بجوار $-\infty$.
- (4) أدرس وضعية المنحني (c_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (c_f) عند النقطة O .
- (6) بين أن المنحني (c_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها.
- (7) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحني (c_f) .
- (8) ناقش بيانها حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة : $(2x-1)e^{2x} + x = x + m + 1$

III. باستعمال المكاملة بالتجزئة

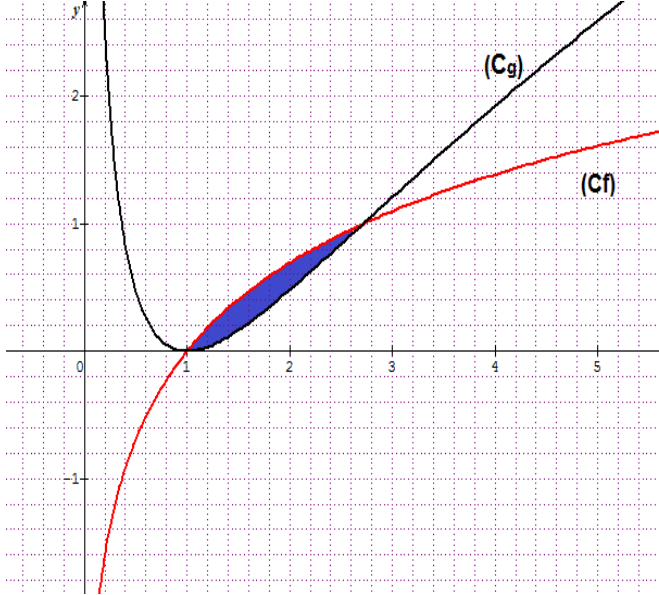
- (1) أحسب التكامل $\int_0^1 (2x-1)e^{2x} dx$
- (2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (c_f) و المماس (T) و المستقيمين ذو المعادلتين :
 $x=1$ و $x=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

المنحنيين (C_f) و (C_g) هما التمثيلان البيانيان على التوالي للدالتين العدديتين f و g المعرفتين على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \ln(x)$ و $g(x) = (\ln x)^2$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

I. نبحث عن المساحة A (بوحدة المساحة) للحيز المستوي المظلل.



$$\text{نضع: } I = \int_1^e \ln(x) dx \text{ و } J = \int_1^e (\ln x)^2 dx$$

(1) تحقق أن الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي :

$$F(x) = x \ln x - x \text{ هي دالة أصلية للدالة اللوغاريتم}$$

النيبييري. إستنتج I .

(2) برهن بإستعمال المكاملة بالتجزئة أن : $J = e - 2I$

ثم إستنتج J .

(3) أعط قيمة للعدد A .

II. من أجل كل x من المجال $[1; e]$ نضع النقطة M من

المنحنى (C_f) فاصلتها x و N النقطة من المنحنى (C_g) لها نفس الفاصلة من أجل أي قيمة للعدد x .
المسافة MN تكون أعظمية ؟ أحسب القيمة العظمى للعدد MN .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

I. يحتوي كيس غير شفاف على 9 كريات متماثلة لا نفرق بينهما باللمس ، منها 4 سوداء تحمل الرقم α ، و ثلاث كريات صفراء تحمل الرقم $(\alpha - 1)$ (حيث α عدد طبيعي غير معدوم)، و كريتين بيضاوين تحملان الرقم 1.

نسحب عشوائيا من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد.

(1) أحسب إحتمال الأحداث التالية :

B "سحب ثلاث كريات تحمل نفس العدد".

A "سحب على الأكثر كرية بيضاء" ،

C "سحب كريتين بالضبط تحمل الرقم $(\alpha - 1)$ "

II. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المسجلة على الكريات السوداء المسحوبة، و الذي يأخذ القيمة 0 إذا كانت كل الكريات ليست سوداء.

(1) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

(2) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

(3) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ بدلالة α .

(4) حدد قيم α من أجل $|E(X) - 1| \leq 2$.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

- I. نعتبر المتتالية العددية u_n المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$ ولتكن المتتالية v_n المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$.
- (1) بين أن v_n متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.
 - (2) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
 - نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
 - (3) أحسب S_n بدلالة n ثم استنتج S'_n بدلالة n .
- II. نعرف المتتالية w_n بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ell_n(v_n)$ (حيث: ℓ_n اللوغاريتم النيبيري)
- (1) بين أن w_n متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.
 - (2) أحسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ استنتج النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} S''_n$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

- I. g دالة عددية معرفة على المجال $D =]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$.
- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (2) استنتج إشارة الدالة g .
- II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D =]0; +\infty[$ كالتالي: $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln(x)}{x}$.
- (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$.
- (1) أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0. فسر هندسيا النتيجة الثانية.
 - (2) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x + \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C).
 - (3) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (Δ) .
 - (4) تحقق أنه من أجل كل x ينتمي إلى D : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
 - (5) استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.
 - (6) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A(1; \frac{3}{2})$.
 - (7) أثبت أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[\frac{1}{2}; 1]$.
 - (8) ارسم المنحني (C) و المستقيمين (Δ) و (T) .
- III. نضع من أجل x ينتمي إلى D : $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$.
- (1) احسب $h'(x)$. ما ذا تستنتج؟
 - (2) أوجد بالسنتيمتر المربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها: $x = 1$; $x = e$; $y = 0$.