

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي:

$$\begin{cases} u_1 = \ln(2) \\ u_{n+1} = \ln(2 - e^{-u_n}) \end{cases}$$

1. أ، تحقق أن: $u_3 = \ln\left(\frac{4}{3}\right)$ و $u_2 = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$.

ب، برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n: u_n > 0$.

2. أ، بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $2 - e^{-u_n} - e^{u_n} = -e^{u_n} (e^{u_n} - 1)^2$ ثم استنتج أن: $2 - e^{-u_n} < e^{u_n}$.

ب، بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

3. برهن بالتراجع من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4. نعتبر الجداء P بحيث: $P = e^{u_1} \times e^{u_2} \times \dots \times e^{u_{2021}}$.

✓ بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $P = 2022$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1. نعتبر الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $u(x) = 1443 - 2022x$.

✓ الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

2. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = 2x \ln(x)$.

✓ الدالة الأصلية للدالة h والتي تنعدم عند العدد 1 هي الدالة H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $H(x) = x^2 \ln(x)$.

3. المتتالية العددية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $w_n = \frac{\ln(n)}{e^n}$ متقاربة.

4. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ: $g(x) = x - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$.

✓ الدالة g زوجية.

التمرين الثالث: 05 نقاط

يحتوي كيس على سبع كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها أربع كريات بيضاء و ثلاث كريات خضراء.

- أ. نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس.
 1. احسب احتمال كل من الحادثتين A و B بحيث A : عدد الكريات البيضاء المسحوبة أكبر من عدد الكريات الخضراء المسحوبة و B : الحصول على كريتين بالضبط من نفس اللون.
 2. احسب $P(A \cap B)$ ثم استنتج $P(A \cup B)$ و $P_A(B)$.
- إ. نسحب الآن ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات البيضاء المتبقية.
 1. عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X .
 2. احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، ثم استنتج $E(1743X - 1962)$.

التمرين الرابع: 07 نقاط

- أ. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = 2e^{x-1} - x - 1$.
 1. ادرس تغيرات الدالة g .
 2. أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما العدد 1 والآخر α بحيث $-0,6 < \alpha < -0,5$.
ب. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.
- إ. الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = 2x - 2 + (x + 2)e^{1-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 1. أ. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
ب. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^{1-x} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
ج. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f''(x) = xe^{1-x}$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها.
 2. بين أن $f(\alpha) = 2\alpha + \frac{2}{\alpha + 1}$ ، ثم اعط حصر $f(\alpha)$.
3. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .
ب. بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معادلته.
4. أ. أنشئ كلامن (Δ) ، (T) ثم مثل (C_f) . نقبل أن $f(\beta) = 0$ بحيث $-1,61 < \beta < -1,63$ ، يعطى $f(\alpha) \approx 3,73$.
ب. عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = 2(x - 1) + m$ حلين مختلفين في الإشارة.
5. أ. بين أن الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $H(x) = (-x - 3)e^{1-x}$ دالة أصلية للدالة $f(x) = 2(x - 1) + m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = 2(x - 1) + m$ حلين مختلفين في الإشارة.
ب. استنتج A مساحة الحيز المحدد بـ: (C_f) و (Δ) بين العددين -2 و 1.

الموضوع الثاني

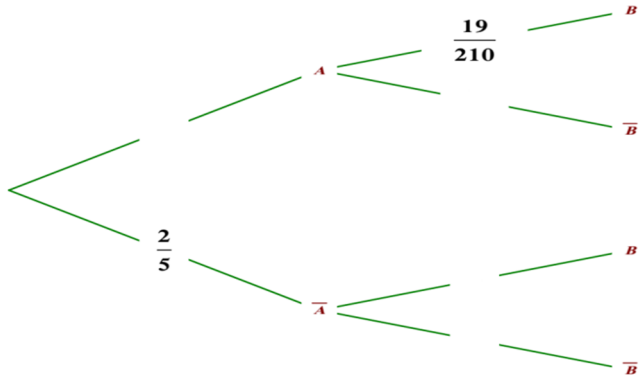
التمرين الأول: 5 نقاط

يحتوي وعاء U على 10 كريات منها خمس كريات حمراء مرقمة بـ: -2، -1، 0، 1، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -1، 0، 1 وكريتين سوداوين مرقمتين بـ: -1، 1 ويحتوي وعاء V على 9 كريات موزعة كما يلي: خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2، 2، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3، 2، 3 وكرية سوداء مرقمة بـ: -1، ويحتوي وعاء W على خمس كريات منها ثلاث كريات بيضاء وكريتين صفراوين.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كريات من أحد الوعاءين U أو V بالكيفية التالية:

نقوم بسحب كرية واحدة عشوائيا من الوعاء W ، إذا تحصلنا على كرية بيضاء نسحب الكريات الأربعة من U وإذا تحصلنا على كرية صفراء نسحب الكريات الأربعة من V .

نسمي A الحدث: الحصول على كرية بيضاء، ونسمي B الحدث الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم.



1. انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها موضحا طريقة الحساب.

2. استنتج $P(B)$ ثم احسب $P_{\bar{B}}(A)$.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

➤ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

1. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول: $u_0 = e^{-1}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n \sqrt{u_n}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 1$.

2. أ) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \ln(u_n)$.

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدها الأول.

2. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = e^{-\left(\frac{3}{2}\right)^n}$.

3. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث $S_n = \ln(u_0) + \ln(u_1) + \dots + \ln(u_n)$.

التمرين الثالث: 04 نقاط

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $D = [0; \ln 2]$ بـ: $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}$ ، $g(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ ، وليكن

(C_f) و (C_g) تمثيليهما البيانيين على الترتيب في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$\text{نضع } I = \int_0^{\ln 2} f(x) dx \text{ و } J = \int_0^{\ln 2} g(x) dx$$

1. بين أنه من أجل $x \in D$: $\frac{1}{3} \leq g(x) \leq \frac{1}{2}$ ، ثم أعط حصرًا للتكامل J .

2. أثبت أن $I - J = \int_0^{\ln 2} (e^x - 1) dx$ ، ثم استنتج مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و (C_g) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 0$ و $x = \ln 2$.

3. أ) تحقق أنه من أجل $x \in D$: $f(x) = e^x - \frac{e^x}{e^x + 1}$ ، ثم احسب التكامل I .
ب) استنتج قيمة التكامل J ، ثم فسر النتيجة هندسيًا.

التمرين الرابع: 07 نقاط

1. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - 1 - \ln x$.
1. ادرس تغيرات الدالة g .

2. احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. الدالة f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x + \frac{2 + \ln x}{x}$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

2. ليكن (P) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$.

أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيًا.

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (P) .

3. أ) بين أن (C_f) يقطع حامل محاور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α بحيث $0,17 < \alpha < 0,19$ ، ثم استنتج حسب

قيم x إشارة $f(x)$.

ب) ارسم (P) ثم ارسم (C_f) .

4. ادرس تغيرات الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = [f(x)]^2$ دون تعيين عبارتها.

انتهى الموضوع الثاني