

على المترشح أن يختار موضوع من الموضوعين
الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

- يحتوي صندوق U على 10 كرات : 3 منها بيضا و 7 سوداء و يحتوي صندوق V على 10 كرات : 7 منها بيضاء و 3 سوداء (الكرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس)
- (I) نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U : إذا كانت بيضاء نعيدها الى نفس الصندوق ونسحب منه عشوائيا 3 كرات في آن واحد أما إذا كانت سوداء فنضعها في الصندوق V ونسحب منه 3 كرات على التوالي وبدون إرجاع ونعتبر الحادثتين :
- A "الكرات الثلاثة المسحوبة بيضاء من الصندوق U "
- B "الكرات الثلاثة المسحوبة بيضاء من الصندوق V "
- 1) أحسب $P(A)$ و $P(B)$
 - 2) إستنتج إحتمال أن تكون الكرات المسحوبة بيضاء
 - 3) إذا علمت أن الكرات الثلاث المسحوبة بيضاء ما إحتمال أن تكون من الصندوق U
- (II) نفرغ محتوى الصندوقين U و V في كيس W ونضيف له n كرة حمراء ($n \geq 2$) ونسحب عشوائيا من الكيس كرتان على التوالي مع الإرجاع ونعتبر المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس
- 1) برر أن قيم المتغير العشوائي x هي : $\{n; n-1\}$
 - 2) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x
 - 3) نضع $n = 2$ أحسب الامل الرياضي والتباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي x

التمرين الثاني : (08 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$ كما يلي : $g(x) = \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$
- 1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = 0$ يمكن وضع $(t = -\frac{1}{x})$
 - 2) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR^* : $g'(x) = \left(\frac{-2x+1}{x^4} \right) e^{-\frac{1}{x}}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g
 - 3) بين أن المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا a حيث $-1; 5 < a \leq -1; 4$ ثم استنتج ان $g(x) - 1 \geq 0$ لما $a \leq x < 0$
- (II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[\cup]-\infty; 0[$ كما يلي : $f(x) = -x + 1 + e^{-\frac{1}{x}}$

- و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ فسر بيانيا النتيجة الأخيرة
- (2) بين أن المنحني (C) يقبل مستقيم مقاربا مائلا (D) يطلب تعيين معادلته
- (3) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR^* فإن: $f'(x) = g(x) - 1$ وأستنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f
- ب- بين أن المنحني (C) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها
- (4) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا b حيث $1; 5 < b \leq 6$ ثم إستنتج إشارة $f(x)$
- ب - بين أن $f(a) = a^2 - a + 1$ وإستنتج حصرا للعدد $f(a)$
- ج- أنشئ (C) و (D) و (C') حيث (C') المنحني البياني الممثل للدالة h المعرفة على IR^* كما يلي: $h(x) = f(-x)$ نعتبر $f(a) \approx 4,4$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على IN^* كما يلي: $u_1 = \frac{1}{\alpha}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم
- $$u_{n+1} = \frac{n+1}{\alpha n} u_n$$
- (1) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > 0$
- ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم إستنتج أنها متقاربة
- (2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $v_n = \frac{1}{\alpha n} u_n$
- أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{\alpha}$ وعين حدها الاول v_1 بدلالة α
- ب- جد عبارة الحد العام v_n بدلالة n و α ثم إستنتج عبارة u_n وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- (3) أ- أحسب بدلالة n و α المجموع s_n حيث $s_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \dots + \frac{1}{n}u_n$
- ب- عين قيمة α حتى تكون $\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{1}{2021}$

التمرين الرابع: (04 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على IR كما يلي: $f(x) = (2x-1)e^{-x}$
- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x) + 2f'(x) + f(x) = 0$
- (2) إستنتج دالة أصلية للدالة f حيث $F(0) = 1$
- (3) أ- ليكن α عدد حقيق موجب تماما أحسب التكامل $A(\alpha)$ حيث $A(\alpha) = \int_0^\alpha f(x)dx$
- ب- هل $A(\alpha)$ يمثل مساحة ؟ علل

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

لكل سؤال إقتراح واحد فقط صحيح حدد الإجابة الصحيحة مع التبرير
(1) إذا كانت الدالة f حلا للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ حيث $f(0) = 4$ فإن :

أ) $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$ ب) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ ج) $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$

(2) حلول المعادلة $e^{4x} - 5e^{2x} = -4$ في مجموعة الأعداد الحقيقية IR هي

أ) $s = \{-1; -2; 1; 2\}$ ب) $s = \{0; \ln 2\}$ ج) $s = \{-\ln 2; 0\}$

(3) النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$ تساوي :

أ) 0 ب) 1 ج) $+\infty$

(4) مجموعة حلول الجملة $\begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ \ln x + \ln y = \ln 60 \end{cases}$ في المجموعة IR^2 هي :

أ) $s = \{(60, 1); (1, 60)\}$ ب) $s = \{(5, 12); (12, 5)\}$ ج) $s = \{\}$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

(I) لنعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n$
(1) أحسب u_2 و u_3 .

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، أن المتتالية (u_n) موجبة تماما .

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

(II) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n}{n}$.

(1) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول .

(2) أكتب v_n ثم u_n بدلالة n .

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = e^{\ln(n) - n \ln(2)}$.

(4) استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بحيث :

U_1 يحتوي على خمسة كرات حمراء تحمل الأرقام 1, 1, 1, 2, 0 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 1, 1, 0

U_2 يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1, 1, 2 وكرتين خضراوين تحملان الرقمين 1, 0

كل الكرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس

(I) نختار عشوائيا احد الصندوقين إذا كان U_1 نسحب كرتين على التوالي وبدون إرجاع وإذا كان U_2

نسحب كرتين على التوالي و بالإرجاع

(1) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A "سحب كرتين من نفس اللون B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم " C " سحب كرة حمراء على الأقل "

(2) هل الحادثتان A ; B مستقلتان؟ علل

(3) إذا علمت أن الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين فما إحتمال أن تكونا من الصندوق U_1 ؟

(II) نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 ونضعها في صندوق واحد U_3 ثم نسحب منه عشوائيا كرتين

في آن واحد ونعتبر المتغير العشوائي x الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع الرقمين المحصل عليهما

(1) عين قيم المتغير العشوائي x

(2) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي x

التمرين الرابع : (08 نقاط)

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = x^2 + \ln(x)^2$
(1) أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.75 < \alpha < 0.76$.

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{2}{x}(\ln x + 1) - x + 1$ ونرمز ب (C_f)

الى تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) بين أن الستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي

ل (C_f) و (Δ) .

(3) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$.

(4) إستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

(6) أثبت أن $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصر ل $f(\alpha)$.

(7) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أنشئ (T) و (Δ) والمنحنى (C_f) .

(8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m$.

(9) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 ، أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت

التي معادلاتها : $x = 1$ ، $x = \lambda$ و $y = -x + 1$.

(10) عين قيمة λ بحيث يكون $A(\lambda) = \ln(\lambda)^3$