



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقط)

عين الإقتراح الصبح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير:

x_i	-2	0	1	3
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

1. قانون إحتمال المتغير العشوائي X معرف بالجدول المقابل:

الأمّل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X هو أ) $-\frac{1}{20}$ ب) $-\frac{1}{10}$ ج) $-\frac{3}{20}$

2. إذا كانت الأعداد $(1 - e^{-2})$ ، $(e^{-2} - e^{-4})$ ، α تشكل حدودا متتابعة لمتتالية هندسية، فإن α تساوي:

أ) $(1 - e^{-4})$ ب) $(e^{-4} - e^{-6})$ ج) $(e^{-2} - e^{-6})$

3. الدالة $F: x \rightarrow \ln(2x + 4)$ ، هي دالة أصلية على المجال $[0 : +\infty[$ للدالة f المعرفة بـ:

أ) $\frac{\ln(2x + 4)}{2}$ ب) $f(x) = \frac{1}{x + 2}$ ج) $f(x) = \frac{1}{2x + 4}$

التمرين الثاني: (04 نقط)

تحتوي علبة على مجموعة من القريصات، نصف القريصات سوداء (N) وثلاثها خضراء (V) وسدسها صفراء (J).
75% من القريصات السوداء و 50% من القريصات الخضراء و 25% من القريصات الصفراء شكلها دائري (O). أما بقية القريصات فشكلها مربع (S)
نسحب قريصة واحدة من العلبة.

(1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج الوضعية.

(2) احسب الاحتمالات التالية:

الحدث A : "القريصة المسحوبة خضراء دائرية"

الحدث B : "القريصة المسحوبة سوداء مربعة"

الحدث C : "القريصة المسحوبة دائرية"

(3) إذا سحبنا قريصة دائرية الشكل، فما هو احتمال أن تكون خضراء؟

4) نفرض أن مجموع القريصات في اللعبة هو 24 قريصة.
أ) أكمل الجدول التالي:

اللون الشكل	N	V	J	المجموع
O				
S				
المجموع				24

ب) نسحب في آن واحد ثلاث قريصات من اللعبة.

- احسب $P(E)$ احتمال ان تكون القريصات المسحوبة من نفس الشكل
- احسب $P(F)$ احتمال أن تكون القريصات المسحوبة من نفس اللون
- إذا كانت القريصات المسحوبة من نفس الشكل، فما هو احتمال أن تكون من نفس اللون؟

التمرين الثالث: (05 نقط)

المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بـ: $u_0 = 2$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$.

1. احسب u_1, u_2 و u_3 ثم خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq n + 3$

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

4. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - n$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ ، ثم أكتب v_n و u_n بدلالة n .

ب) استنتج $\lim u_n$

ج) احسب بدلالة n : $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_{n-1}^2$

التمرين الرابع: (07 نقط)

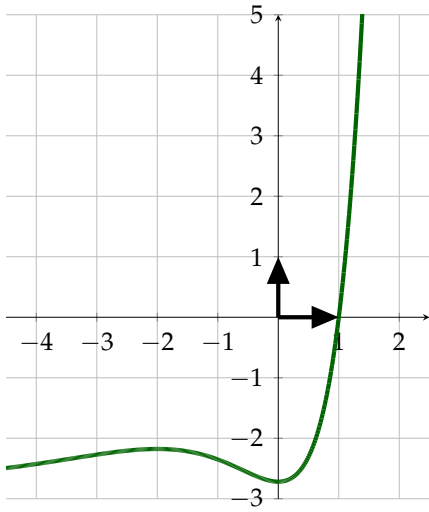
I) الدالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^2 e^x - e$

وليكن (C_g) التمثيل البياني لـ g في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1. احسب $g(1)$.

2. بقراءة بيانية، عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(-x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



1. احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسّر النتائج هندسياً.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$.

3. استنتج أن الدالة f متزايدة تماماً على المجالين $[-1; 0[$ و $]0; +\infty[$ ، و متناقصة تماماً على المجال $]-\infty; -1]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أن المنحنى (Y) ذو المعادلة $y = e^{-x} - 2$ و المنحنى (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي لهما.

5. بين كيف يمكن إنشاء (Y) انطلاقاً من منحنى الدالة $e^x \rightarrow x$ ، ثم أنشء كلا من (Y) و (C_f) في المعلم السابق.

III) احسب A ، مساحة الحيز المحدود ب (Y) و (C_f) والمستقيمت $x = e$ و $x = e^2$.

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

1. إذا كانت f حلاً للمعادلة التفاضلية $y' = -2y$ و (C_f) يقطع حامل محور الترتيب عند $\frac{3}{2}$ فإن مساحة الحيز المحدد

ب (C_f) والمستقيمت $y = 0$ و $x = 0$ و $x = \ln 3$ تساوي:

أ) $\frac{2}{3}u.a$ ب) $\frac{3}{2}u.a$ ج) $\frac{1}{3}u.a$

2. يتكون فريق عمل من 4 إناث و 3 ذكور ، يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء.

إحتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو :

أ) $\frac{6}{7}$ ب) $\frac{4}{7}$ ج) $\frac{1}{7}$

3. لتكن (u_n) متتالية هندسية أساسها e و حدها الأول u_0 ، حيث $u_0 = e^{-\frac{1}{2}}$. (e) أساس اللوغاريتم النيبيري

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = \ln(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)$

S_n يساوي:

أ) $\frac{n^2 - 1}{2}$ ب) $\frac{n^2 + 1}{2}$ ج) $\frac{n^2}{2}$

التمرين الثاني: (04 نقط)

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء تحمل الرقم α ، وثلاث كريات خضراء تحمل الرقم $\alpha - 1$ ، وكريتين بيضاويتين تحملان الرقم 1، حيث α عدد طبيعي فير معدوم. الكريات متماثلة ولا تفرق بينها باللمس، نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات في آن واحد.

1. أ) احسب احتمال الأحداث A, B, C ، حيث:

الحدث A : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر"

الحدث B : "الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس الرقم"

الحدث C : "الحصول على كريتين بالضبط تحملان الرقم $\alpha - 1$ "

ب) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني هو $\frac{2}{7}$.

2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة، مجموع الأرقام الظاهرة على الكريات المسحوبة الحمراء، و $X = 0$ إذا لم تسحب كرية حمراء.

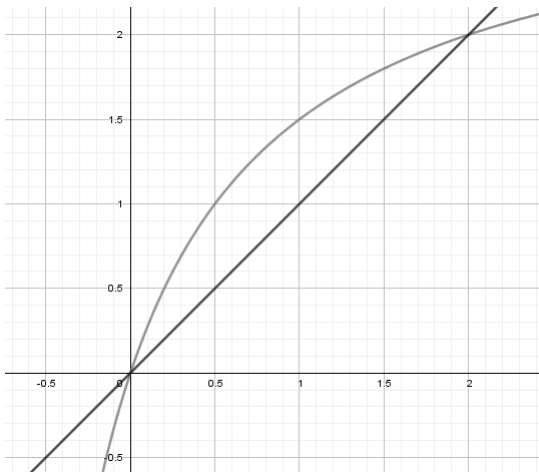
أ) برر أن مجموعة قيم X هي: $X = \{0, \alpha, 2\alpha, 3\alpha\}$

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ج) أحسب الأمل الرياضي بدلالة α ، ثم عين قيم α التي من أجلها $|E(X)| \leq 2$

التمرين الثالث: (05 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ ونسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما في الشكل أدناه:



I) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي:
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{u_n + 1} \end{cases}$$

1. أعد رسم الشكل على ورقتك، ثم باستعمال المنحنى (C_f)

والمستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، مثل على محور الفواصل الحدود

الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

(دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء)

2. ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n < 2$

4. أ) أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة، ثم استنتج أنها متقاربة.

ب) أوجد نهاية المتتالية (u_n)

II) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

1. برهن أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2. اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3. احسب $\lim u_n$.

4. اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{u_0}{u_0 - 2} + \frac{u_1}{u_1 - 2} + \frac{u_2}{u_2 - 2} + \dots + \frac{u_n}{u_n - 2}$

التمرين الرابع: (07 نقط)

I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2\ln x - 1 - \frac{1}{x^2}$

1. بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$

2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.89 < \alpha < 1.9$

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $g(x)$

II) الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \frac{1}{\alpha}]$ ، ومتناقصة تماما على المجال $[\frac{1}{\alpha}; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (-x - 2)$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يطلب كتابة معادلته.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4. أ) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1

ب) اكتب معادلة المماس ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

5. ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) ، (نأخذ $\frac{1}{\alpha} \approx 0.53$ و $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx 0.73$)

III) بين أن $A = 2\text{cm}^2$ ، حيث A هي مساحة الحيز المستوي المحدد ب (C_f) و (Δ) و المستقيمين ذي المعادلتين $x = 1$ و $x = e^{-1}$.

إنتهى الموضوع الثاني

إذ أنت لم تزرع و أبصرت حاصدا ❖❖ ندمت على التفريط في زمن البذر

بالتوفيق في شهادة البكالوريا ❖ أستاذة المادة: تشوك.هـ