



2 046260 812018

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
ولاية المنية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبي

دورة : ماي 2022

الشعبة : تقني رياضي

المدة : 04 سا و 30 د

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل.

(1) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n العدد الحقيقي $a : a = \ln(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^{2022} + \ln(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})^{2022}$

(أ) $a = 2022$ (ب) $a = 0$ (ج) $a = n$

(2) نعتبر المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^{2n} - 4$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما ،

قيم α حتى تكون (v_n) متقاربة.

(أ) $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ (ب) $]-1; 1[$ (ج) $\left[0; \frac{2}{3}\right]$

(3) نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\log(x^2 + 11x - 2) = 1 + \log(x)$ حلول المعادلة :

(أ) $\{0; 1; 10\}$ (ب) $\{0; -1; -10\}$ (ج) $\{1\}$

(4) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

(أ) $f(2-x) = f(x)$ (ب) $f(-2-x) = f(x)$ (ج) $f(-x) = f(x)$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{2}e$

(1) (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 2e$

(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{u_n - 2\alpha}$

- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية وأساسها $q = \frac{4}{3}$

(3) (أ) نضع $\alpha = e$ ، أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = e \left[2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \right]$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع $S'_n = e^{-1}u_0 + e^{-1}u_1 + \dots + e^{-1}u_n$

(أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S'_n = 2n - 2 + 4\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}$

ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2021S'_n}{2n + 1442}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- 1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10.
- 2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $1263^{359} - 23^{4n} + 5137^{1814} + 3949^{2n+1} \equiv 4[10]$.
- 3) أ) عين باقي القسمة الأقليدية للعدد A على 10 حيث: $A = 1493^{123} + 1443^{25} + 2023^{639} + 63^{72}$.
ب) إستنتج رقم أحاد العدد A .
- 4) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $(n+3)A - 3^{134}n \equiv 0[10]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- 1) أ) دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ ب: $g(x) = x - 1 - \ln x$.
احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g ، و شكل جدول تغيراتها.
2) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$.
3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $\ln\left(\frac{x}{2}\right) \leq \frac{x}{2} - 1$.
II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = -x^2 + 2 + 2x \ln x & ; x > 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ماذا تستنتج.
ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2}{x} = -\infty$ ماذا تستنتج، فسر النتيجة بيانيا.
ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x : $f'(x) = -2g(x)$.
ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على $]0, +\infty[$ ثم استنتج اتجاه تغيرات الدالة f مستنتجا أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف $A(1; 1)$.

3) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

- 4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f(x) + 2(1 - \ln 2)x - 2 = 2x \left[-\frac{x}{2} + 1 + \ln\left(\frac{x}{2}\right) \right]$.
ثم إستنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

- 5) أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]2.7; 2.8[$.
ب) أنشئ (Δ) و (C_f) .

6) دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases} h(x) = -x^2 + 2 + 2|x| \ln(|x|) & ; x \neq 0 \\ h(0) = 2 \end{cases}$$

(C_h) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ) بين أن h دالة زوجية.

(ب) أنشئ (C_h) انطلاقاً من (C_f) في نفس المعلم السابق .

(7) (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $I = \int_1^2 2x \ln x dx$.

(ب) A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذان

معادلتيهما $x = 1$ و $x = 2$.

-أحسب المساحة A .

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التبرير .

(1) المعادلة $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$ يقبل في $\mathbb{R}$:

(أ) حل واحد (ب) حلين متمايزين (ج) لا تقبل حلول

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x+1) - \ln(x+2)]$ تساوي :

(أ) 1 (ب) $+\infty$ (ج) 0

(3) (v_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$: $q = 2$ و $v_0 = -\ln 3$ حيث $v_n = \ln\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$

$S_n = \left(\frac{1-u_0}{u_0}\right) \times \left(\frac{1-u_1}{u_1}\right) \times \dots \times \left(\frac{1-u_n}{u_n}\right)$ تساوي :

(أ) $S_n = e^{(2^{n+1}-1)\ln(\frac{1}{3})}$ (ب) $S_n = e^{2^{n+1}\ln(\frac{4}{3})}$ (ج) $S_n = e^{(2^{n+1}-1)\ln 3}$

(4) $I = \int_2^4 \frac{x^2 - 2x + 3}{x-1} dx$ يساوي :

(أ) $I = -4 - 2\ln 3$ (ب) $I = -4 + 2\ln 3$ (ج) $I = 4 + 2\ln 3$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$\ln(u_{n+1}) = -1 + \ln(u_n)$

(أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = e^{-1}u_n$

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

(ج) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) لتكن (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 2 + \ln(\sqrt{u_n})$

(أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0

(ب) عبر عن (v_n) بدلالة n .

(3) (أ) أكتب P_n بدلالة n حيث: $P_n = (v_1 + \frac{1}{2})^1 \times (v_2 + 1)^2 \times \dots \times (v_n + \frac{n}{2})^n$

(ب) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = e^{2(v_0-2)} + e^{2(v_1-2)} + \dots + e^{2(v_n-2)}$

بين من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = e^{\left(\frac{e^{-(n+1)} - 1}{1 - e}\right)}$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} (e-1)S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(1) عين مجموعة الأعداد الصحيحة x بحيث $4x \equiv 33[5]$

(2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$ حيث x, y عدنان صحيحان: $4x - 5y = 33 \dots (E)$

(أ) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) . (يمكن استعمال نتيجة السؤال 1).

(ب) ماذا تمثل مجموعة حلول المعادلة (E) هندسيا.

(3) n عدد طبيعي بحيث $n \geq 5$ نضع: $a = n^3 - n^2 - 12n$ ، $b = 2n^2 - 7n - 4$.

(ا) بين أن a ، b قابلان للقسمة على $(n - 4)$.

نضع: $d = PGCD(2n + 1; n + 3)$

(ب) بين أن d يقسم 5.

(4) بين أن $2n + 1$ ، n أوليان فيما بينهما.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(ا) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g'(x) = 4(2x + 1)e^{2x}$

(2) استنتج اتجاه تغير الدالة g .

(3) بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

(1) بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (ا) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(3) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته .

(ب) أدرس الوضع النسبي بالنسبة للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(4) (ا) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند الفاصلة المعدومة .

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها .

(5) أحسب $f(1)$ ثم أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .

(6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + \ln(m)$.

(7) (ا) باستخدام المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$.

(ب) لتكن A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T) والمستقيمين اللذين معادلتهما

$$x = \frac{1}{2} \text{ و } x = 0$$

بين أن: $A = (6 - 2e)cm^2$