

التمرين الأول:

لتكن f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f .

2- ادرس حسب قيم x إشارة $f(x) - x$.

- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $u_0 = e+1$ $u_{n+1} = f(u_n)$

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e$

4- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

- احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

5- لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - e}$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها r وحدها الأول v_0 .

ب- اكتب u_n و v_n بدلالة n .

6- احسب S_n و S'_n : $S_n = v_0 u_0 + v_1 u_1 + \dots + v_n u_n$ $S' = e^{\frac{u_0}{u_0 - e}} \times e^{\frac{u_1}{u_1 - e}} \times \dots \times e^{\frac{u_n}{u_n - e}}$

التمرين الثاني:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1}$ ، نسمي (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f

في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{i} , \vec{j})$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

2- عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$

4- أنشئ كلا من المماس (T) والمنحنى (C_f) .

5- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + m$

6- λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$. احسب $S(\lambda)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلتها $y = 0$

و $x = -1$ و $x = \lambda$ ثم عين $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$

I. نعرف الدالة g على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(x) + e^{-x-1}$

نسمي g' ، g'' ، ، $g^{(n)}$ الدوال المشتقة النونية للدالة g حيث n عدد طبيعي غير معدوم

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{\frac{x+1}{2}}$

التمرين الثالث:

(I) الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ ما يلي: $g(x) = 2x - 1 + 2x \ln(2x)$

1- ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2- احسب $g\left(\frac{1}{2}\right)$. استنتج إشارة $g(x)$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x - 1 - \ln(2x)}{2x + 1}$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1- احسب النهايات الدالة f واستنتج المستقيمين المقاربين.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- عين نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل.

5- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C) والمستقيم $y = 1$.

6- أنشئ المستقيم المقارب و المنحنى (C)

- الدالة العددية h المعرفة على R^* بحيث: $h(x) = f(|x|)$

1- بين أن h دالة زوجية.

ب- أنشئ المنحنى (Γ) للدالة h انطلاقا من المنحنى (C).

- الدالة العددية k المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $k(x) = \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$. تمثيلها البياني.

7- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (γ) .

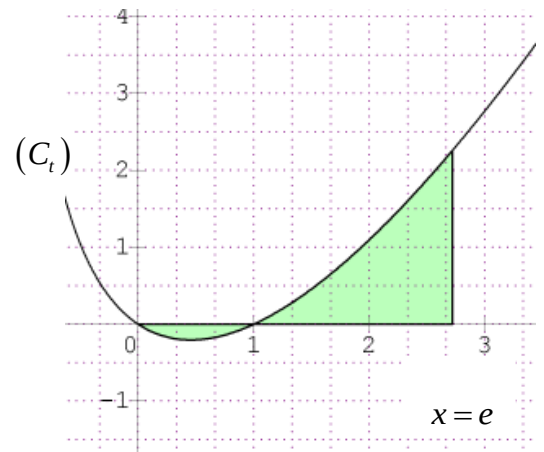
8- احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (γ)

والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = \lambda$, $x = 1$ (λ عدد حقيقي و $\lambda > 1$).

ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$

سؤال إضافي: باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $\int_0^e t(x) dx = \int_0^e (x-1) \ln(x+1) dx$

حيث (C_t) منحنى الدالة t أنظر الشكل



اتمحي بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صلي

ننوق عن المحاولة ننوق عن الابداع

الحل النموذجي للاختبار التجريبي رقم 4 للفصل الثاني

سنوات الثالثة الشعب العلمية



الأستاذ: قشار صلي

التمرين الأول:

$$f \text{ دالة معرفة على }]-1; +\infty[\text{ بـ: } f(x) = \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1}$$

1- دراسة اتجاه تغير الدالة f

حساب المشتقة:

$$f'(x) = \frac{(1+2e)(x+1) - (1+2e)x + e^2}{(x+1)^2} = \frac{1+2e+e^2}{(x+1)^2}$$

$$\text{ومنه } f'(x) = \frac{(1+e)^2}{(x+1)^2}$$

بما أن $f'(x) > 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$

- دراسة إشارة $f(x) - x$

$$\begin{aligned} f(x) - x &= \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1} - x = \frac{(1+2e)x - e^2 - x^2 - x}{x+1} \\ &= \frac{-x^2 - e^2 + 2ex}{x+1} = -\frac{(x-e)^2}{x+1} \end{aligned}$$

ومنه $f(x) - x < 0$

2- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = e+1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

الخاصية $P(n) \dots u_n > e$

التحقق من صحة $P(0)$ لدينا $u_0 = e+1$ ومنه $u_0 > e$ ومنه $P(0)$ محققة.

نفرض صحة $P(n)$ و نبرهن صحة $P(n+1)$

لدينا من الفرضية $u_n > e$

ولدينا الدالة f المرفقة متزايدة تماما ومنه $f(u_n) > f(e)$

ومنه $u_{n+1} > e$ ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع

فإنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e$

3- استنتاج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتاج أنها متقاربة

لدينا $f(x) - x < 0$ يكافئ $u_{n+1} - u_n < 0$

المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

بما أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها

متقاربة

- حساب النهاية: لدينا $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = l$

$$\text{ومنه } l^2 + l = (1+2e)l - e^2 \text{ ومنه } l = \frac{(1+2e)l - e^2}{l+1}$$

$$\text{ومنه } l^2 + l - (1+2e)l + e^2 = 0$$

$$\text{ومنه } l^2 - 2el + e^2 = 0 \text{ ومنه } (l-e)^2 = 0 \text{ ومنه } l = e$$

$$\text{ومنه } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = e$$

$$4- (v_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } N \text{ بـ: } v_n = \frac{1}{u_n - e}$$

أ- تبيان أن المتتالية (v_n) متتالية حسابية مع تعيين أساسها و v_0

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1} - e} = \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2}{u_n + 1} - e}$$

$$= \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2 - eu_n - e}{u_n + 1}} = \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2 - eu_n - e}{u_n + 1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(1+e)u_n - (1+e)e}{u_n + 1}} = \frac{u_n + 1}{(1+e)u_n - (1+e)e}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{u_n + 1}{(1+e)u_n - (1+e)e} - \frac{1+e}{(1+e)(u_n - e)}$$

$$= \frac{u_n - e}{(1+e)(u_n - e)} = \frac{1}{1+e}$$

$$\text{ومنه } (v_n) \text{ متتالية حسابية أساسها } r = \frac{1}{1+e} \text{ وحدها}$$

الأول $v_0 = 1$

ب- كتابة v_n و u_n بدلالة n .

$$v_n = v_0 + nr = 1 + \frac{n}{1+e}$$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } u_n - e = \frac{1}{v_n} \text{ ومنه}$$

$$u_n = \frac{1}{v_n} + e$$

$$\text{ومنه } u_n = \frac{1}{1 + \frac{n}{1+e}} + e = \frac{1+e}{1+e+n} + e$$

$$\text{حساب } S_n \text{ و } S'_n: S_n = v_0 u_0 + v_1 u_1 + \dots + v_n u_n$$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } v_n(u_n - e) = 1 \text{ ومنه } u_n v_n = e v_n$$

ومنه

$$S_n = e v_0 + e v_1 + \dots + e v_n = e(v_0 + v_1 + \dots + v_n)$$

$$\text{ومنه } S_n = e \left[\frac{n+1}{2} \left(2 + \frac{n}{1+e} \right) \right]$$

$$\text{حساب } S' = e^{\frac{u_0}{u_0-e}} \times e^{\frac{u_1}{u_1-e}} \times \dots \times e^{\frac{u_n}{u_n-e}}$$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } u_n v_n = e v_n$$

$$S' = e^{u_0 v_0} \times e^{u_1 v_1} \times \dots \times e^{u_n v_n} = e^{u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n}$$

ومنه $S' = e^{S_n}$ ومنه $S'_n = e^{\left[\frac{n+1}{2} \left(2 + \frac{n}{1+e} \right) \right]}$

التمرين الثاني:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1}$

نسمي (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و تبيان أن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left(\frac{e^{\frac{x+1}{2}}}{e^{-x-1}} - 1 \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left(e^{\frac{x+1}{2} + x+1} - 1 \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left(e^{\frac{3x+3}{2}} - 1 \right) = -\infty$$

2- تعيين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها:

حساب المشتقة:

$$f'(x) = -\frac{1}{2} e^{\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} = \frac{1}{2} e^{-x-1} \left(-e^{\frac{x+1}{2}} + 2 \right)$$

$$\ln 2 = \frac{x+1}{2} \text{ ومنه } -e^{\frac{x+1}{2}} + 2 = 0 \text{ ومنه } \frac{1}{2} e^{-x-1} > 0 \text{ لدينا}$$

$$\ln 4 - 1 = x \text{ ومنه}$$

x	$-\infty$	$\ln(4)-1$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $[-\infty; \ln 4 - 1]$ ومتناقصة تماما على

$[\ln 4 - 1; +\infty[$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$\ln(4)-1$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	0

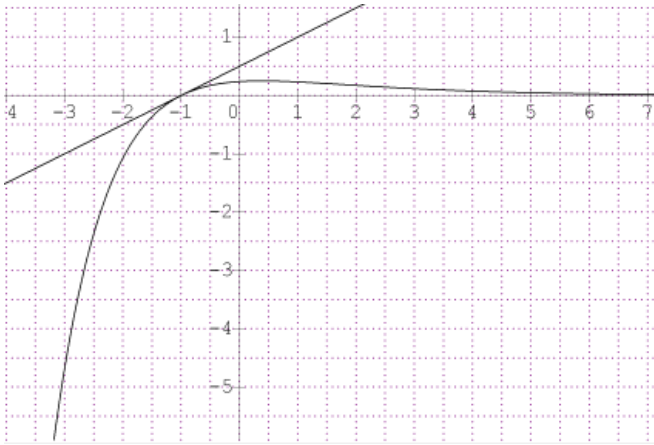
3- تعيين معادلة (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات

$$x_0 = -1 \text{ الفاصلة}$$

$$y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = \frac{1}{2}(x+1) + 0$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \text{ هي } (T) \text{ ومنه معادلة المماس}$$

4- إنشاء (T) و (C_f)



5- المناقشة بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول

$$f(x) = mx + m \text{ المعادلة}$$

المستقيم $y = mx + m$ يشمل نقطة ثابتة هي

$$0 = m(x+1) - y \text{ ومنه } 0 = mx + m - y$$

$$y = 0 \text{ و } x = -1 \text{ ومنه}$$

ومنه المستقيمات $y = mx + m$ تشمل $(-1; 0)$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات

$$y = mx + m$$

$$m \in]-\infty; 0] \text{ للمعادلة حل وحيد.}$$

$$m \in \left] 0; \frac{1}{2} \right[\text{ للمعادلة حلين متمايزين.}$$

$$m = \frac{1}{2} \text{ من أجل للمعادلة حل مضاعف.}$$

$$m \in \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[\text{ من أجل للمعادلة حلين متمايزين.}$$

6- λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$.

حساب $S(\lambda)$ المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى

(C_f) و المستقيمات التي معادلتها $y = 0$ و $x = -1$ و

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) \text{ ثم تعيين } x = \lambda$$

$$S(\lambda) = \int_{-1}^{\lambda} f(x) dx = [F(x)]_{-1}^{\lambda}$$

$$= \left[-2e^{\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} \right]_{-1}^{\lambda} = -2e^{\frac{\lambda+1}{2}} + e^{-\lambda-1} + 1 \text{ ua}$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = 1 \text{ ومنه}$$

1. نعرف الدالة g على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(x) + e^{-x-1}$

نسمي g' ، g'' ،، $g^{(n)}$ الدوال المشتقة النونية

للدالة g حيث n عدد طبيعي غير معدوم

جدول التغيرات:

x	0	$\frac{1}{2e^2}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	-1	$-1-e^{-2}$	$+\infty$

2- حساب $g\left(\frac{1}{2}\right)$. استنتاج إشارة $g(x)$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ ومنه}$$

استنتاج إشارة الدالة g

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II) الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1- حساب النهايات الدالة f وستنتاج المستقيمين المقاربين.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x \left(1 - \frac{1}{2x} - \frac{\ln(2x)}{2x} \right)}{2x \left(1 + \frac{1}{2x} \right)} = 1$$

للمنحنى مستقيمين مقاربين $x=0$ و $y=1$

$$2- \text{بين أنه: } f'(x) = \frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\left(2 - \frac{1}{x}\right)(2x+1) - 2(2x-1-\ln(2x))}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{-\frac{1}{x} + 2 + 2\ln(2x)}{(2x+1)^2} = \frac{-1 + 2x + 2x\ln(2x)}{x(2x+1)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$$

3- استنتاج اتجاه تغير الدالة f

لدينا $x(2x+1)^2 > 0$ ومنه إشارة الدالة f من إشارة $g(x)$

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+

- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم :

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}} \dots P(n) \text{ الخاصية}$$

التحقق من أجل $P(1)$ أي

$$g^{(1)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-\frac{x+1}{2}} \dots P(1)$$

$$\text{لدينا } f'(x) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1}$$

$$g'(x) = f'(x) - e^{-x-1} = f'(x)$$

$$= -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} - e^{-x-1} = -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه $P(1)$ محققة

نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي

$$g^{(n+1)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

$$(g^{(n)}(x))' = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \times \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-\frac{x+1}{2}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه حسب مبدأ البرهان بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

التمرين الثالث:

(I) الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ ما يلي:

$$g(x) = 2x - 1 + 2x \ln(2x)$$

1- دراسة تغيرات الدالة g :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - 1 + 2x \ln(2x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x - 1 + \underbrace{2x \ln(2x)}_0 = -1$$

حساب المشتقة: $g'(x) = 2 + 2 \ln(2x) + 2 = 4 + 2 \ln(2x)$

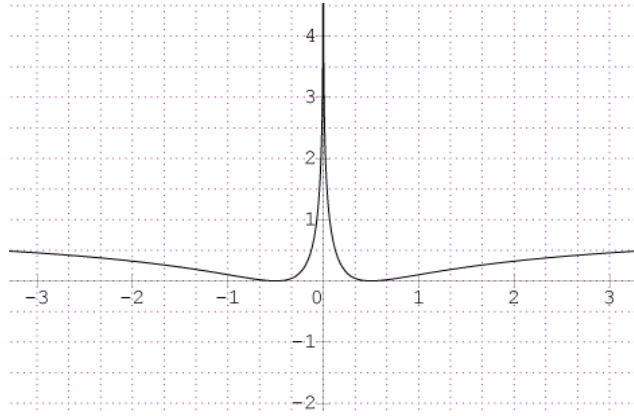
$$x = \frac{e^{-2}}{2} \text{ ومنه } \ln(2x) = -2 \text{ ومنه } 4 + 2 \ln(2x) = 0$$

x	0	$\frac{1}{2e^2}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{2e^2}; +\infty\right[$

ومتناقصة تماما على $\left]-\infty; \frac{1}{2e^2}\right]$

ت- انشاء المنحنى (Γ) للدالة h انطلاقا من المنحنى (C)
من أجل $x > 0$ المنحنى (Γ) و (C) متطابقان.
وبما أن الدالة h زوجية فإن المنحنى (Γ) متناظر بالنسبة لمحور الترتيب



الدالة العددية k المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $k(x) = \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$

(γ) تمثيلها البياني.

7- دراسة الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (γ)

$$f(x) - k(x) = \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} - \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$f(x) - k(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$$

ومن أجل $x \in]0; \frac{1}{2}[$ المنحنى (C) تحت المنحنى (γ) .

من أجل $x = \frac{1}{2}$ المنحنى (C) يقطع المنحنى (γ) عند $(\frac{1}{2}; 0)$.

ومن أجل $x \in]\frac{1}{2}; +\infty[$ المنحنى (C) فوق المنحنى (γ) .

8- حساب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و (γ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = \lambda$ ، $x = 1$

$$\begin{aligned} S(\lambda) &= \int_1^\lambda f(x) - k(x) dx = \int_1^\lambda \frac{2x-1}{2x+1} dx \\ &= \int_1^\lambda \frac{2x+1-2}{2x+1} dx = \int_1^\lambda 1 - \frac{2}{2x+1} dx \\ &= [x - \ln(2x+1)]_1^\lambda = \lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3) \\ S(\lambda) &= [\lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3)] \times 4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

حساب

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} 4[\lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3)]$$

$$= \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} 4(2\lambda+1) \left[\frac{\lambda}{2\lambda+1} - \underbrace{\frac{\ln(2\lambda+1)}{2\lambda+1}}_0 + \underbrace{\frac{\ln(3)}{2\lambda+1}}_0 \right]$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = +\infty$$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $[\frac{1}{2}; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty; \frac{1}{2}]$

تشكل جدول تغيرات الدالة f

x	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	0	1

4- تعيين نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل:

نحل المعادلة $f(x) = 0$ ومنه $2x-1-\ln(2x) = 0$

ومنه $2x-1=0$ و $\ln(2x)=0$

$$s = \left\{ \frac{1}{2} \right\} \text{ ومنه}$$

5- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C) والمستقيم $y=1$

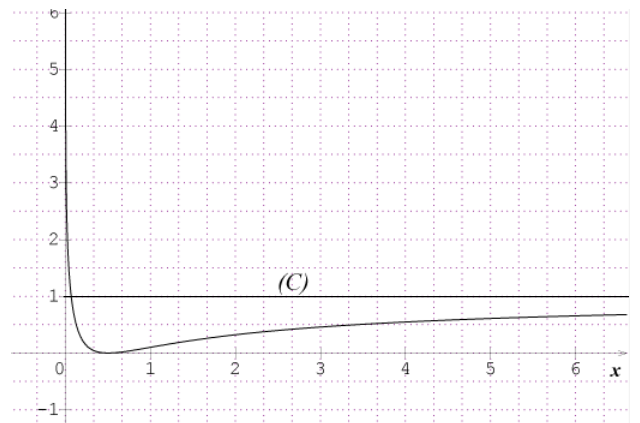
$$\begin{aligned} f(x) - 1 &= \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} - 1 \\ &= \frac{-2+\ln(2x)}{2x+1} \end{aligned}$$

ومنه $2x = e^{-2}$ ومنه $\ln(2x) = -2$ ومنه $-2 - \ln(2x) = 0$

$$x = \frac{e^{-2}}{2} \text{ ومنه}$$

x	0	$\frac{e^{-2}}{2}$	$+\infty$
$2x+1$	+	+	+
$-2+\ln(2x)$	-	0	+
$f(x)-1$	-	0	+

6- انشاء المستقيم المقارب و المنحنى (C) :



- الدالة العددية h بحيث: $h(x) = f(|x|)$

1- تبين أن h دالة زوجية:

لدينا $D_h = \mathbb{R}^*$ ومنه متناظرة بالنسبة للمبدأ.

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

$$\begin{aligned}
s_2 &= \left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2} x^2 - x \right) \right]_1^e \\
&\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} x^2 - 3x + 3 \ln(x+1) \right]_1^e \\
&= \ln(e+1) \left(\frac{1}{2} e^2 - e \right) + \frac{\ln 2}{2} \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} e^2 - 3e + 3 \ln(e+1) \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{-5}{2} + 3 \ln 2 \right) \\
s_2 &= \ln(e+1) \left(\frac{1}{2} e^2 - e \right) + \\
&\quad \frac{8 \ln 2 - e^2 + 6e - 6 \ln(e+1) - 5}{4}
\end{aligned}$$

ومنه

$$\int_0^e t(x) dx = s_1 + s_2 = 0,136 + 1,679 = 1,815 \text{ ua}$$

اتحى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صالح

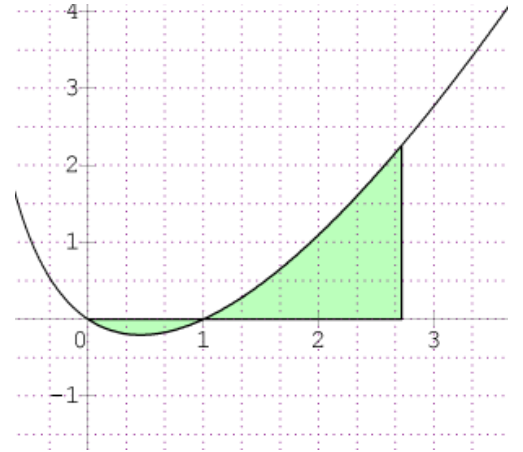
ثقوق عن المحاولة ثقوق عن الوداع



بالك 2022

السؤال الإضافي: باستعمال التكامل بالتجزئة حساب

$$\int_0^e t(x) dx = \int_0^1 t(x) dx + \int_1^e t(x) dx$$



$$\begin{cases} u(x) = \ln(x+1) \\ v(x) = x-1 \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x+1} \\ v(x) = \frac{1}{2} x^2 - x \end{cases}$$

$$\int_0^e t(x) dx = \underbrace{-\int_0^1 t(x) dx}_{s_1} + \underbrace{\int_1^e t(x) dx}_{s_2}$$

ومنه

$$\begin{aligned}
s_1 &= -\int_0^1 t(x) dx = -\left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2} x^2 - x \right) \right]_0^1 \\
&\quad + \int_0^1 \frac{1}{x+1} \left(\frac{1}{2} x^2 - x \right) dx \\
&= -\left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2} x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 - 2x}{x+1} dx \\
&= -\left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2} x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 x - 3 + \frac{3}{x+1} dx \\
&= -\left[\ln(x+1) \left(\frac{1}{2} x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} x^2 - 3x + 3 \ln(x+1) \right]_0^1 \\
&= \frac{\ln 2}{2} - \frac{5}{4} + \frac{3 \ln 2}{2} \\
s_1 &= \frac{8 \ln(2) - 5}{4}
\end{aligned}$$