ثانوية مليكة قايد – سطيف-	اختبار الفصل الأول في	السنة الثالثة تقني رياضي
2021 - 2022	الرياضيات	المدة : 02 ساعة

التمرين الأول 12ن :

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

و (C_f)المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1-عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا:

$$f(x)=ax+\frac{b}{3(e^x-1)}$$

2- أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا

3- بين أن الدالة f متزايدة تماما عند كل مجال من مجالي مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها

4- $(D);(D')$ المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$

بين أن $(D);(D')$مقاربان للمنحني (C_f)ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما

5- أ) أحسب من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x)+f(-x)$ وفسر النتيجة هندسيا

ب) أحسب $f(\ln 3)$ ثم استنتج $f(-\ln 3)$ [تعطى قيم مضبوطة]

ج) بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث :

$$0,9<\alpha<0,91 \quad \text{و} \quad -1,66<\beta<-1,65$$

د) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 2 في نقطة فاصلتها x_0 حيث $x_0>0$

هـ) أكتب معادلة ديكارتية لـ (T)

و) أنشئ كلا من (T) ؛$(D');(D)$ و(C_f)

ي) m عدد حقيقي ، ناقش حسب قيم mعدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=f(m)$

6- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ كالتالي : $g(x)=f(\ln x)$

أدرس تغيرات الدالة g دون حساب عبارة $g(x)$ و شكل جدول تغيراتها

التمرين الثاني 08 ن :

1. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+x+2\ln x$

أ-ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب- احسب $g(1)$ ثم عين إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

جـ- استنتج أن: إذا كان $0<x<1$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)>0$ و إذا كان $x>1$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)<0$

2. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x \ ; \ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

نرمز بـ $(\mathcal{C})$ إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الأطوال $2cm$.

أ- احسب $f'(x)$ و تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x: $f'(x)=x\,g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب- شكل جدول تغيرات f

جـ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث $1,76<\alpha<1,77$

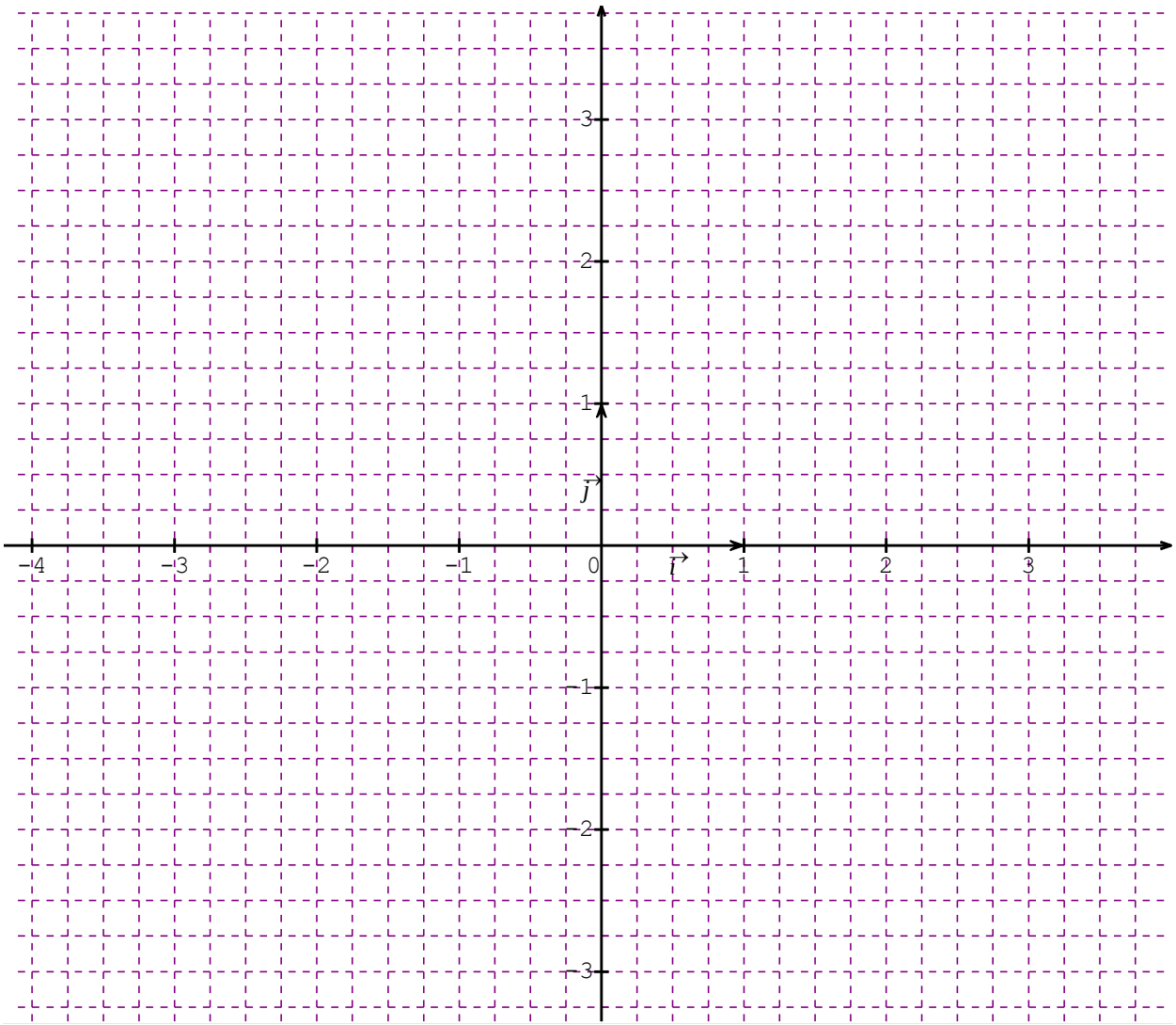
3. ا- نقبل أن معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathcal{C})$ في النقطة O هي : $y=x$

ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ(Δ).

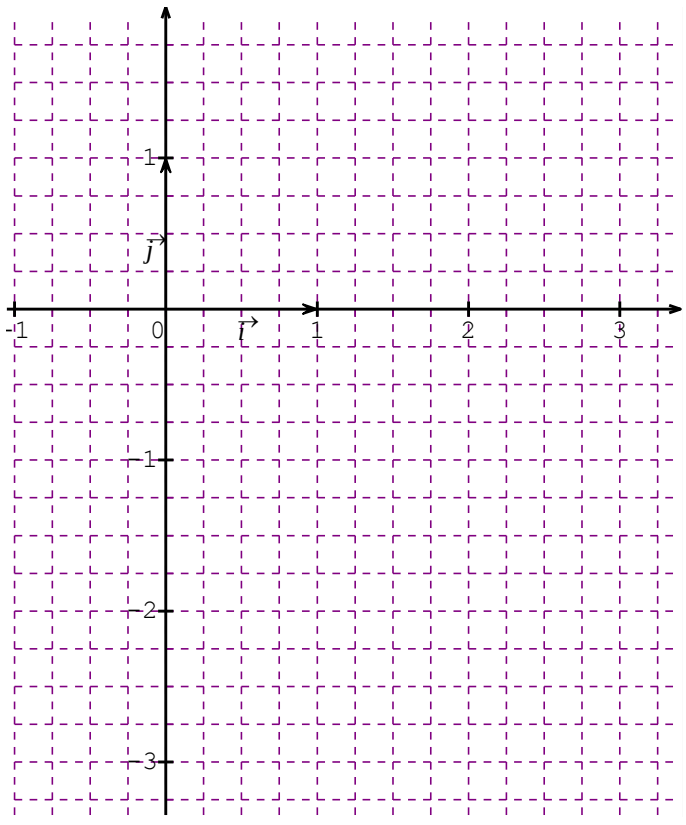
ب- ارسم (Δ) و $(\mathcal{C})$.

اللقب و الاسم : **قسم 3 تقني رياضي**

التمرين الأول:



التمرين الثاني:



ترجع الوثيقة مع ورقة الاجابة

تصحيح اختبار الفصل الأول في الرياضيات – 3 ث ر –

التمرين الأول (ن 12)

$f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$ $D_f=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$

1) تعيين a و b بحيث: $f(x)=x+\dfrac{b}{3(e^x-1)}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

$f(x)=\dfrac{3x(e^x-1)}{3(e^x-1)}-\dfrac{4}{3(e^x-1)}=x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}$

$a=1$ $\quad b=-4$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ / $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ – استنتاج

$\lim\limits_{\substack{x\to0\\ x<0}} f(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ – تفسير هندسي

3) $f'(x)=1+\dfrac{4e^x}{3(e^x-1)^2}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

$f'(x)>0$ من أجل كل x من $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$ ، ومنه f متزايدة تماما على كل من $]-\infty,0[$ و $]0,+\infty[$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	‖	↗	$+\infty$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-4}{3(e^x-1)}=0$

بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$ فإن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+\dfrac{4}{3})]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4}{3(e^x-1)}-\dfrac{4}{3}=0$

المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=x+\dfrac{4}{3}$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$3(e^x-1)$		$-$	‖	$+$	
$\dfrac{-4}{3(e^x-1)}$		$+$	‖	$-$	

(C_f) يقع فوق (Δ') على $]-\infty,0[$ و يقع تحت (Δ') على $]0,+\infty[$

(C_f) يقطع (D) في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-1,66<\alpha<-1,65$

$f(-1,65)=0,00026$ $\quad f(-1,66)=-0,13$

$f(-1,65)\times f(-1,66)<0$ و f مستمرة ورتيبة تماما على $[-1,66;-1,65]$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة

$f(x)=0$ يقبل حلا وحيدا α حيث $-1,66<\alpha<-1,65$

$M_1(\alpha,0)$ و $M_2(\beta,0)$ نقطتا تقاطع (C_f) مع (D) و (C_f) مع (T)

$f'(x)=2$ معناه $1+\dfrac{4e^x}{3(e^x-1)^2}=2$

$3e^{2x}-10e^x+3=0$ ، $X=e^x$ نضع $X>0$

$\Delta=64$ / $3X^2-10X+3=0$ ، $X_1=\dfrac{1}{3}$ و $X_2=3$

$e^x=\dfrac{1}{3}$ أي $x=-\ln 3$ أي $X_1=\dfrac{1}{3}$

$e^x=3$ أي $x=\ln 3$ أي $X_2=3$

(C_f) يقطع (D) في نقطتين فاصلتاهما $-\ln 3$ و $\ln 3$

(C_f) فوق (D) على $]-\infty,-\ln 3[$ و (C_f) تحت (D) على $]0,+\infty[$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$3(e^x-1)$		$-$	‖	$+$	
$\dfrac{-4}{3e^x-1}$		$+$	‖	$-$	

5) $f(x)+f(-x)=\left[x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}\right]+\left[-x-\dfrac{4}{3(e^{-x}-1)}\times\dfrac{e^x}{e^x}\right]$

$=\dfrac{-4}{3(e^x-1)}+\dfrac{4e^x}{3(e^x-1)}=\dfrac{4}{3}$

النقطة $\Omega(0,\dfrac{2}{3})$ تنتمي إلى (C_f) لأن $f(-x)=\dfrac{4}{3}-f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}^*$

6) $f(\ln 3)=\ln 3-\dfrac{2}{3}$ ، $f(-\ln 3)=\dfrac{4}{3}-\ln 3+\dfrac{2}{3}=2-\ln 3$

7) f مستمرة ورتيبة تماما على $[0,9;0,91]$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة

$f(0,91)=0,0117$ $\quad f(0,9)=-0,013$

$f(x)=0$ يقبل حلا وحيدا α حيث $f(0,9)\times f(0,91)<0$

$0,9<\alpha<0,91$ ، أي $f(\alpha)=0$

8) (C_f) و (Δ) و (Δ') في الشكل المقابل

9) $A(1,1)$ نقطة من (C_f) ، (T) مماس لـ (C_f) في A

(T) يقطع (Δ) في $O(0,0)$

$=0,5$ ن

التمرين الثاني (ن 08)

$D_g=]0,+\infty[$ $\quad g(x)=-1+x+2\ln x$ ①

$g'(x)=1+\dfrac{2}{x}$: $]0,+\infty[$ من x لكل ② g قابلة للاشتقاق على

$]0,+\infty[$ على g متزايدة تماما $g'(x)>0$

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

$g(1)=0$ ، g متزايدة تماما على $]0,+\infty[$ ، $g(\dfrac{1}{x})$ من نفس إشارة $x-1$

$x\in]1,+\infty[$ معناه $0<\dfrac{1}{x}<1$ حيث $g(\dfrac{1}{x})<0$

$0<x<1$ معناه $\dfrac{1}{x}>1$ حيث $g(\dfrac{1}{x})>0$ (متعاكسان)

$g(\dfrac{1}{1})=g(1)=0$

$\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x\ ;\ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ ②

$D=[0,+\infty[$

$f'(x)=1-2x\ln x-x=]0,+\infty[$ من x لكل ③ f قابلة للاشتقاق على

$x_0=\ln 3$ حيث $n\geq 0$ من أجل كل

(C_f) معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة

$y=f'(\ln 3)(x-\ln 3)+f(\ln 3)$

$y=2x-\ln 3-\dfrac{2}{3}$

(C_f) و (T) في الشكل المقابل

$f(x)=f(m)$ المعادلة ذات المجهول x من $]0,+\infty[$ تقبل حلين متمايزين

من أجل كل $m\in\mathbb{R}^*$

$g(x)=f(\ln x)$ $\quad D_g=]0,1[\cup]1,+\infty[$

$g'(x)=\dfrac{1}{x}f'(\ln x)$

$g'(x)$ من إشارة $f'(\ln x)$ لأن $\dfrac{1}{x}>0$ على D_g

x	0		1		$+\infty$
$f'(\ln x)$		$+$	‖	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	‖	↗	$+\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to0\\ x>0}} g(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{\substack{x\to1\\ x<1}} g(x)=+\infty$ / $\lim\limits_{\substack{x\to1\\ x>1}} g(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

التمرين الثالث (ن 08)

$D_f=]0,+\infty[$ $\quad f(x)=\dfrac{x}{\ln x}-x$

1) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ x>0}} f(x)=0$ – تفسير هندسي

$\lim\limits_{\substack{x\to1\\ x>1}} f(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{\substack{x\to1\\ x<1}} f(x)=+\infty$ – تفسير هندسي

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

2) $f'(x)=\dfrac{\ln x-1}{(\ln x)^2}-1=\dfrac{-x(\ln x)^2+\ln x-1}{(\ln x)^2}$

$f'(x)$ من إشارة $-x(\ln x)^2+\ln x-1$ لأن $(\ln x)^2>0$ على D_f

$g(x)=-x(\ln x)^2+\ln x-1$: $]0,+\infty[$ من x لكل g

$g'(x)=-(\ln x)^2-2\ln x+\dfrac{1}{x}$

$g'(x)=\dfrac{-x(\ln x)^2-2x\ln x+1}{x}$

$g'(x)$ من إشارة $-x(\ln x)^2-2x\ln x+1$ لأن $x>0$ على $]0,+\infty[$

$h(x)=-x(\ln x)^2-2x\ln x+1$: $]0,+\infty[$ من x لكل h

$h'(x)=-(\ln x)^2-2\ln x-2\ln x-2$

$h'(x)=-(\ln x)^2-4\ln x-2$

$h'(x)$ من إشارة $-(\ln x)^2-4\ln x-2$ لأن $-1<0$ على $]0,+\infty[$

$X=\ln x$ نضع $-X^2-4X-2=0$

$\Delta'=6$ / $X_1=-2-\sqrt{6}$ و $X_2=-2+\sqrt{6}$

$\ln x=-2-\sqrt{6}$ أي $x=e^{-2-\sqrt{6}}$ أي $X_1=-2-\sqrt{6}$

$\ln x=-2+\sqrt{6}$ أي $x=e^{-2+\sqrt{6}}$ أي $X_2=-2+\sqrt{6}$

$h(e^{-2-\sqrt{6}})=0$ و $h(e^{-2+\sqrt{6}})=0$

$h(x)>0$ على $]e^{-2-\sqrt{6}};e^{-2+\sqrt{6}}[$

$h(x)<0$ على $]0,e^{-2-\sqrt{6}}[\cup]e^{-2+\sqrt{6}},+\infty[$

$h(1)=1$ و $h(e)=-3$

x	0		$e^{-2-\sqrt{6}}$		1		$e^{-2+\sqrt{6}}$		$+\infty$
$h(x)$	‖	$-$	0	$+$	1	$+$	0	$-$	
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	$\dfrac{1}{x}$	$+$	0	$-$	
$g(x)$	‖	↘	0	↗	-1	↗	0	↘	$-\infty$

$g(x)<0$ على $]0,e^{-2-\sqrt{6}}[\cup]e^{-2+\sqrt{6}},+\infty[$

$g(x)>0$ على $]e^{-2-\sqrt{6}};e^{-2+\sqrt{6}}[$

$g(x)=0$ يقبل حلين متمايزين α و β حيث $e^{-2-\sqrt{6}}<\alpha<e^{-2+\sqrt{6}}<\beta<1$

$f'(x)$ من إشارة $g(x)$ لأن $(\ln x)^2>0$ على D_f

x	0		α		1		β		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$f(\beta)$	↘	$-\infty$

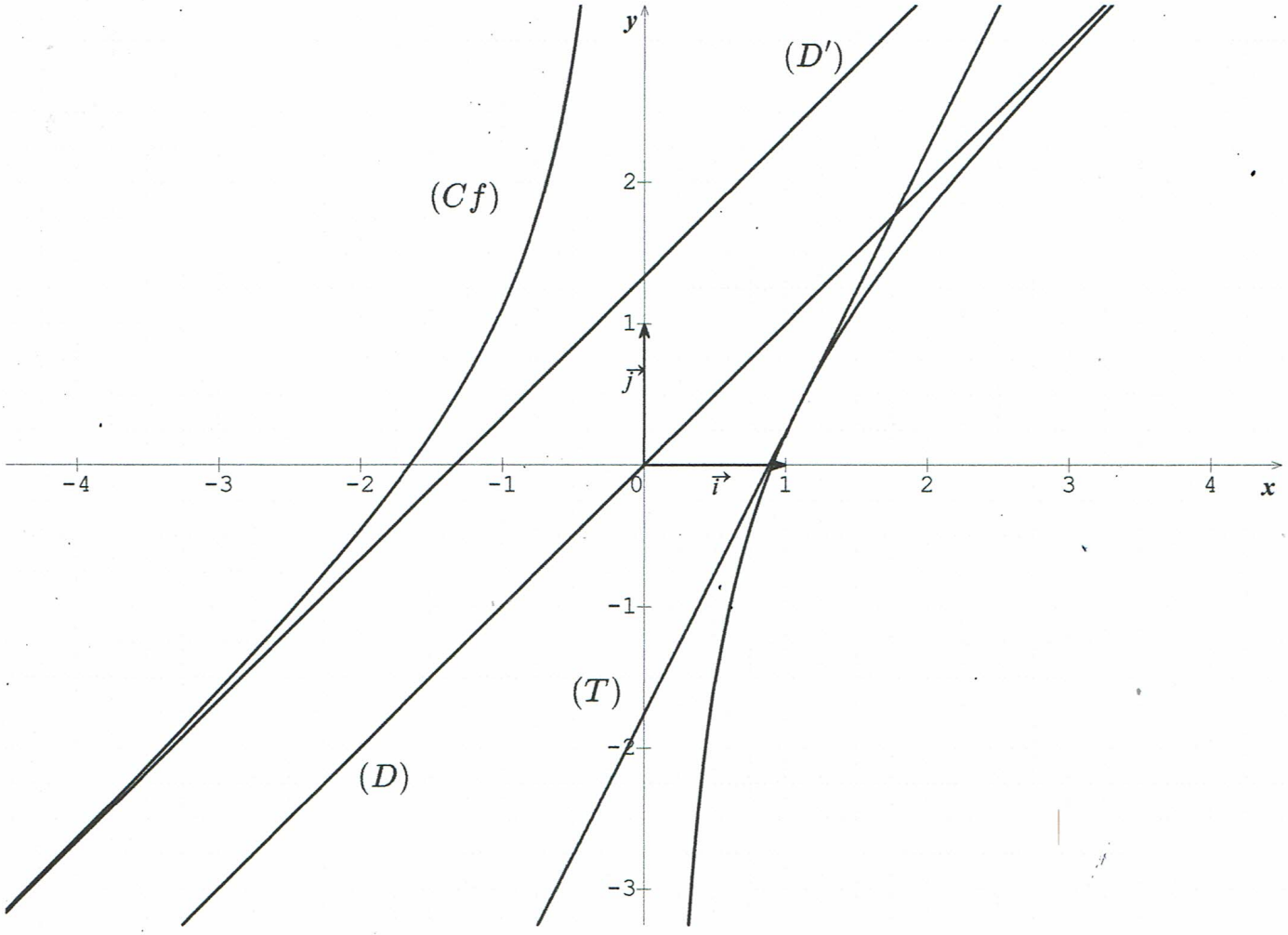
$f(\alpha)<0$ و $f(\beta)>0$

$f(x)=0$ يقبل حلا وحيدا x_0 حيث $\alpha<x_0<1$

$f(x)>0$ على $]0,x_0[$ و $f(x)<0$ على $]x_0,+\infty[$

(C_f) و (Δ) في الشكل المقابل

التمرين الأول:



التمرين الثاني: