

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:**  
**الموضوع الأول**

**التمرين الأول: ( 06 نقاط )**

نعتبر عدداً صحيحان  $a$  و  $b$  حيث :  $a \equiv 5[7]$  و  $b \equiv 6[7]$

1. أ. جد باقي القسمة الاقليدية للعددين  $a-3b$  و  $a+3b$  على 7 .
- ب. استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد  $a^2-9b^2$  على 7 .
2. تحقق ان  $b \equiv -1[7]$  ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعددين  $b^{2022}$  و  $b^{1443}$  على 7 .
3. بين ان  $A \equiv 0[7]$  حيث :  $A = b^{2022} - b^{1443} + 33$
4. عين قيم العدد الطبيعي  $n$  الاصغر من او يساوي 22 بحيث :  $(a+b^{2n})^3 + n \equiv 0[7]$

**التمرين الثاني: ( 06 نقاط )**

$(v_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماماً, أساسها  $q$  و حدها الأول  $v_0$  حيث:  $v_0 \times v_2 = 256$  و  $v_0 + v_1 = 24$

- 1) بين ان  $v_1 = 16$  ثم استنتج قيمة  $v_0$  .
- 2) بين ان  $q = 2$  ثم اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  .
- 3) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_{n+1} - v_n = (2)^{n+3}$  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(v_n)$  .
- 4) هل العدد 128 حد من حدود المتتالية  $(v_n)$  ؟ اذا كان الجواب نعم عين رتبته
- 5) نضع من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_{n+1}$
- أ) أثبت أن :  $S_n = -16 + 2^{n+5}$
- ب) احسب  $2^{12}$  ثم استنتج قيمة  $n$  بحيث :  $S_n = 4080$

**التمرين الثالث: ( 08 نقاط )**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = -x^3 + 2x^2$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة  $f$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$  .

2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = x(-3x+4)$  ثم أدرس إشارتها .
3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها
4. أحسب المشتقة الثانية وادرس إشارتها ثم استنتج أن منحنى الدالة  $f$  يقبل نقطة انعطاف .
5. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ثم عين نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيات.
6.  $a$  عدد حقيقي . و  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = -4x + a$  .  
عين  $a$  حتي يكون  $(\Delta)$  مماسا للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 2
7. أ. انشئ  $(C_f)$  والمماس  $(\Delta)$  .  
ب. حل في  $\mathbb{R}$  بيانيا المتراجحتين :  $x(-3x^2 + 2x) \geq 0$  و  $f(x) < 0$

**التمرين الأول : (06 ن)**

1. عين بواقي القسمة الاقليدية للعدد  $3^n$  على 5 حسب قيم  $n$  الطبيعية.
2. عين باقي القسمة الاقليدية للعدد  $1443^{2022}$  على 5 .
3. بين أن العدد  $A$  يقبل القسمة على 5 حيث :  $A = 4 \times 2021^{2009} + 1961$
4. أ.  $b$  عدد طبيعي حيث :  $2022 = 5b - 3$  . عين قيمة  $b$  ثم جد باقي القسمة الاقليدية للعدد 2022 على 5  
ب. عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حيث :  $1443^{2022} + b + n \equiv 0[5]$

**التمرين الثاني : (05 نقاط)**

- $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  ب :  $u_n = 2 - n$
1. أ) بين أن المتتالية  $(u_n)$  حسابية يطلب تحديد أساسها ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  .  
ب) هل يوجد حد في المتتالية  $(u_n)$  قيمته -418 ؟ ان وجد مارتبته؟  
ج) احسب قيمة الحد الرابع و الحد الواحد والعشرون.

2. احسب المجموع  $S_1$  حيث :  $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_{420}$
3. لتكن  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $v_n = 4 \times 3^{1-u_n}$  .  
أ) بين ان  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول.  
ب) احسب المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  .

**التمرين الثالث : (09 نقاط)**

- $f$  دالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 5$  . حيث  $a$  عدد طبيعي
- $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$
1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .
  2. عين قيمة  $a$  حتي تكون  $B(1;0)$  نقطة من المنحنى  $(C_f)$
  3. نضع  $a = 3$  . أ. بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = 6x(x+1)$  ثم أدرس إشارتها على  $\mathbb{R}$  .  
ب. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها
  4. أ. تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$   
ب. عين احداثيي نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيتين.
  5. بين ان  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $A$  فاصلتها  $\frac{-1}{2}$  ثم اكتب معادلة  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في  $A$
  6. أ. انشئ  $(C_f)$  والمماس  $(\Delta)$  .  
ب. حل في  $\mathbb{R}$  بيانيا المتراجحة :  $f(x) < 0$

تصحيح البكالوريا التجريبي لمادة الرياضيات 2022 شعبة الاداب (الاستاذ بلعباس محمد)

| العلامة | التصحيح المفصل للموضوع الاول                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | رقم |                |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|----------------|
|         | <p><b>حل التمرين الاول :</b> نعتبر عدنان صحيحان <math>a</math> و <math>b</math> حيث : <math>a \equiv 5[7]</math> و <math>b \equiv 6[7]</math></p> <p>5. أ. ايجاد باقي القسمة الاقليدية للعددين <math>a-3b</math> و <math>a+3b</math> على 7.</p> <p>لدينا <math>b \equiv 6[7]</math> معناه <math>\begin{cases} 3b \equiv 18[7] \\ 18 \equiv 4[7] \end{cases}</math> و <math>3b \equiv 4[7]</math> وبما ان <math>\begin{cases} 3b \equiv 4[7] \\ a \equiv 5[7] \end{cases}</math> فان</p> <p><math>a+3b \equiv 9[7]</math> اذن <math>a+3b \equiv 2[7]</math> لان <math>9 \equiv 2[7]</math></p> <p>وبنفس الطريقة <math>\begin{cases} 3b \equiv 4[7] \\ a \equiv 5[7] \end{cases}</math> معناه <math>a-3b \equiv 1[7]</math></p> <p>ب. استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد <math>a^2-9b^2</math> على 7 .</p> <p>لدينا <math>\begin{cases} a+3b \equiv 2[7] \\ a-3b \equiv 1[7] \end{cases}</math> معناه <math>(a+3b)(a-3b) \equiv (2 \times 1)[7]</math> اذن <math>a^2-9b^2 \equiv 2[7]</math></p> <p>باقي القسمة الاقليدية للعددين <math>a^2-9b^2</math> على 7 هو 2</p> | 1   |                |
|         | <p>التحقق ان <math>b \equiv -1[7]</math> ثم استنتاج باقي القسمة الاقليدية للعددين <math>b^{1443}</math> و <math>b^{2022}</math> على 7 .</p> <p>لدينا <math>\begin{cases} b \equiv 6[7] \\ 6 \equiv -1[7] \end{cases}</math> معناه <math>b \equiv -1[7]</math> وبالتالي : <math>\begin{cases} b^{2022} \equiv (-1)^{2022}[7] \\ b^{1443} \equiv (-1)^{1443}[7] \end{cases}</math> اذن <math>b^{2022} \equiv 1[7]</math></p> <p>و <math>b^{1443} \equiv -1[7]</math> مايعني ان <math>b^{1443} \equiv 6[7]</math> اذن :</p> <p>باقي القسمة الاقليدية للعددين <math>b^{1443}</math> و <math>b^{2022}</math> على 7 هما علي الترتيب 6 و 1</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 2   | التمرين الاول  |
|         | <p>1. اثبات ان <math>A \equiv 0[7]</math> حيث : <math>A = b^{2022} - b^{1443} + 33</math></p> <p>لدينا <math>b^{2022} - b^{1443} + 33 \equiv 1 - 6 + 33[7]</math> اذن <math>b^{2022} - b^{1443} + 33 \equiv 0[7]</math> لان <math>28 \equiv 0[7]</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 3   |                |
|         | <p>4. تعيين قيم العدد الطبيعي <math>n</math> الاصغر من او يساوي 22 بحيث : <math>(a+b^{2n})^3 + n \equiv 0[7]</math></p> <p>لدينا <math>(a+b^{2n})^3 + n \equiv (5+(-1)^{2n})^3 + n[7]</math> اذن <math>(a+b^{2n})^3 + n \equiv (-1)^3 + n \equiv 0[7]</math></p> <p>اذن <math>-1+n \equiv 0[7]</math> مايعني ان <math>n = 7k+1</math></p> <p>ولدينا <math>0 \leq n \leq 22 \Leftrightarrow 0 \leq 7k+1 \leq 22 \Leftrightarrow -1 \leq 7k \leq 21 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq 3</math></p> <p>وبالتالي <math>k \in \{0;1;2;3\}</math> اذن <math>n = 7 \times 0 + 1 = 1 \vee n = 7 \times 1 + 1 = 8 \vee n = 7 \times 2 + 1 = 15 \vee n = 7 \times 3 + 1 = 22</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 4   |                |
|         | <p><b>حل التمرين الثاني</b></p> <p><math>(v_n)</math> متتالية هندسية حدودها موجبة تماما: <math>v_0 + v_1 = 24</math> و <math>v_0 \times v_2 = 256</math></p> <p>6) اثبات ان <math>v_1 = 16</math> ثم استنتج قيمة <math>v_0</math>.</p> <p>من قانون الوسط الهندسي نجد <math>v_0 \times v_2 = v_1^2 = 256</math> اذن <math>v_1 = \sqrt{256} = 16</math> لان كل الحدود موجبة تماما</p> <p>وبالتعويض في العلاقة <math>v_0 + v_1 = 24</math> نجد <math>v_0 + 16 = 24</math> اي ان <math>v_0 = 24 - 16 = 8</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 1   | التمرين الثاني |

|         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |            |           |            |          |            |           |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|------------|----------|------------|-----------|---|---|---|---|---|-----|-----------|---|-------|-----------|---------|---|---|---|---|---|--------|-----------|------------|---|------------|----------|------------|-----------|
| 2       | <p>اثبات ان <math>q=2</math> ثم اكتب عبارة الحد العام <math>v_n</math> بدلالة <math>n</math>.</p> <p>نعلم ان <math>q = \frac{v_1}{v_0} = \frac{16}{8} = 2</math> اذن : <math>v_n = v_0 \times q^n = 8 \times 2^n = 2^3 \times 2^n = 2^{n+3}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |            |           |            |          |            |           |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |
| 3       | <p>اثبات أنه من اجل كل عدد طبيعي <math>n</math> : <math>v_{n+1} - v_n = (2)^{n+3}</math> ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية <math>(v_n)</math>.</p> <p><math>v_{n+1} - v_n = (2)^{n+4} - (2)^{n+3} = (2)^{n+3} \times (2-1) = (2)^{n+3} &gt; 0</math></p> <p>اذن المتتالية <math>(v_n)</math> متزايدة تماما</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |            |           |            |          |            |           |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |
| 4       | <p>هل العدد 128 حد من حدود المتتالية <math>(v_n)</math> ؟ اذا كان الجواب نعم عين رتبته</p> <p><math>n+3=7</math> معناه <math>v_n = 128 = 2^7 \Leftrightarrow 2^{n+3} = 2^7</math> اي <math>n = 7-3=4</math></p> <p>اذن 128 حد من حدود المتتالية ورتبته هي 5</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |            |           |            |          |            |           |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |
| 4       | <p>نضع من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> : <math>S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_{n+1}</math></p> <p>1. اثبات أن : <math>S_n = -16 + 2^{n+5}</math> لاحظ ان <math>16 = 2^4</math></p> <p><math>S_n = v_1 \left( \frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = 16 \left( \frac{2^n - 1}{2 - 1} \right) = 16(2^{n+1} - 1) = 2^{n+5} - 16</math></p> <p>ب) احسب <math>2^{12}</math> ثم استنتج قيمة <math>n</math> بحيث : <math>S_n = 4080</math></p> <p>لدينا <math>2^{12} = 4096</math></p> <p>ولدينا <math>S_n = 4080</math> يكافئ <math>2^{n+5} = 4096 = 2^{12} \Leftrightarrow 2^{n+5} - 16 = 4080</math> اذن</p> <p><math>n+5=12</math> أي ان <math>n=7</math></p> <p><b>حل التمرين الثالث: ( 08 نقاط )</b> نعتبر الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ : <math>f(x) = -x^3 + 2x^2</math></p> <p>2. حساب نهاية الدالة <math>f</math> عند كل من <math>+\infty</math> و <math>-\infty</math>.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 2x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = +\infty</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3) = -\infty</math></p> <p>3. اثبات انه من اجل كل عدد حقيقي <math>x</math> : <math>f'(x) = x(-3x+4)</math> ثم دراسة إشارتها .</p> <p>4. الدالة <math>f</math> معرفة وقابلة للاشتقاق على <math>\mathbb{R}</math> ولدينا :</p> <p><math>f'(x) = (-x^3 + 2x^2)' = -3x^2 + 4x = x(-3x+4)</math></p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>4/3</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table> <p>اشارة المشتقة</p> <p>استنتاج اتجاه تغير الدالة <math>f</math> وتشكيل جدول تغيراتها</p> <p>اذن <math>f</math> متناقصة تماما على <math>]-\infty; 0]</math> و <math>[\frac{4}{3}; +\infty[</math> ومتزايدة تماما على <math>[0; \frac{4}{3}]</math></p> <p>ونستخلص جدول التغيرات</p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>4/3</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td>0</td> <td><math>\nearrow</math></td> <td><math>f(4/3)</math></td> <td><math>\searrow</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table> | $x$        | $-\infty$ | 0          | $4/3$    | $+\infty$  | $f'(x)$   | - | 0 | + | 0 | - | $x$ | $-\infty$ | 0 | $4/3$ | $+\infty$ | $f'(x)$ | - | 0 | + | 0 | - | $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | 0 | $\nearrow$ | $f(4/3)$ | $\searrow$ | $-\infty$ |
| $x$     | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0          | $4/3$     | $+\infty$  |          |            |           |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |
| $f'(x)$ | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0          | +         | 0          | -        |            |           |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |
| $x$     | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0          | $4/3$     | $+\infty$  |          |            |           |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |
| $f'(x)$ | -                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0          | +         | 0          | -        |            |           |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |
| $f(x)$  | $+\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $\searrow$ | 0         | $\nearrow$ | $f(4/3)$ | $\searrow$ | $-\infty$ |   |   |   |   |   |     |           |   |       |           |         |   |   |   |   |   |        |           |            |   |            |          |            |           |

لدينا  $f''(x) = (-3x^2 + 4x)' = -6x + 4$  ندرس اشارة المشتقة الثانية فنجد

|        |           |       |           |
|--------|-----------|-------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $2/3$ | $+\infty$ |
| $f(x)$ | +         | 0     | -         |

المشتقة الثانية تنعدم وتغير اشارتها عند النقطة التي فاصلتها  $\frac{2}{3}$  اذن

هذه النقطة هي نقطة انعطاف للمنحني  $(C_f)$

6. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ثم عين نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيات.

• التقاطع (مع محور الترتيب) لدينا  $f(0) = 0$  اذن  $(C_f) \cap (yy') = \{(0;0)\}$

• التقاطع مع محور الفواصل لدينا  $f(x) = 0$  يكافئ  $-x^3 + 2x^2 = 0$  معناه  $x(-x^2 + 2x) = 0$

اذن  $(C_f) \cap (xx') = \{(0;0); (2;0)\}$   $\begin{cases} x=0 \\ -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(-x + 2) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ و } x=2 \end{cases}$

7.  $a$  عدد حقيقي . و  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = -4x + a$

تعين  $a$  حتي يكون  $(\Delta)$  مماسا للمنحني  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 2

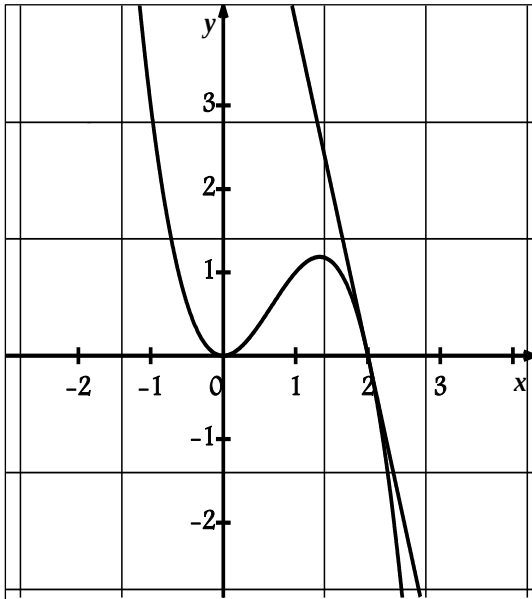
$$(\Delta): y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$(\Delta): y = -4(x-2) + 0 = -4x + 8 = -4x + a$$

$$a = 8 \text{ بالمطابقة نجد}$$

8. أ. انشئ  $(C_f)$  والمماس  $(\Delta)$

المناقشة البيانية  $f(x) = m$



| المناقشة                             | m                              |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| حل وحيد موجب تماما                   | $m \in ]-\infty; 0[$           |
| حليين احدهما موجب تماما والآخر معدوم | $m = 0$                        |
| 3 حلول 2 موجبان والآخر سالب          | $m \in ]0; \frac{4}{3}[$       |
| حل مضاعف موجب تماما وحل سالب تماما   | $m = \frac{4}{3}$              |
| حل وحيد سالب تماما                   | $m \in ]\frac{4}{3}; +\infty[$ |

| العلامة | رقم | التصحيح المفصل للموضوع الثاني                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|         | 1   | <p><b>حل التمرين الاول</b></p> <p>تعيين بواقي القسمة الاقليدية للعدد <math>3^n</math> على 5 حسب قيم <math>n</math> الطبيعية:</p> $3^0 \equiv 1[5] \quad , \quad 3^1 \equiv 3[5] \quad , \quad 3^2 \equiv 4[5] \quad , \quad 3^3 \equiv 2[5] \quad , \quad 3^4 \equiv 1[5]$ <p>ومنه مهما يكن العدد الطبيعي <math>n</math> يكتب على أحد الأشكال : <math>4k</math> أو <math>4k+1</math> أو <math>4k+2</math> أو <math>4k+3</math> حيث <math>k</math> عدد طبيعي. أي أن:</p> $3^{4k} \equiv 1[5] \quad , \quad 3^{4k+1} \equiv 3[5] \quad , \quad 3^{4k+2} \equiv 4[5] \quad , \quad 3^{4k+3} \equiv 2[5]$                                                                                                                               |
|         | 2   | <p>5. تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد <math>1443^{2022}</math> على 5 .</p> <p>لدينا <math>1443 \equiv 3[5]</math> معناه <math>1443^{2022} \equiv 3^{2022}[5]</math> لكن <math>3^{2022} \equiv 3^{4 \times 505 + 2}[5]</math> معناه <math>1443^{2022} \equiv 4[5]</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|         | 3   | <p>اثبات أن العدد <math>A = 4 \times 2021^{2009} + 1961</math> يقبل القسمة على 5 :</p> <p>لدينا <math>2021 \equiv 1[5]</math> معناه <math>2021^{2009} \equiv 1^{2009}[5]</math> معناه <math>2021^{2009} \equiv 1[5]</math> معناه <math>4 \times 2021^{2009} \equiv 4[5]</math> ولدينا <math>1961 \equiv 1[5]</math> اذن <math>4 \times 2021^{2009} + 1961 \equiv 1 + 4[5]</math> وبالتالي العدد <math>A = 4 \times 2021^{2009} + 1961</math> يقبل القسمة على 5</p>                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|         | 4   | <p>أ. تعيين قيمة <math>b</math> . لدينا <math>2022 = 5b - 3</math> ولدينا <math>2022 = 5 \times 505 - 3</math> معناه <math>b = 505</math></p> <p>ايجاد باقي القسمة الاقليدية للعدد 2022 على 5</p> $2022 = 5 \times 504 + 2$ <p>ب. تعيين قيم العدد الطبيعي <math>n</math> حيث : <math>1443^{2022} + b + n \equiv 0[5]</math></p> <p>لدينا من الجواب 2 : <math>1443^{2022} \equiv 4[5]</math> ولدينا <math>b = 505 = 5 \times 101</math> معناه <math>b \equiv 0[5]</math> اذن <math>1443^{2022} + b + n \equiv 0[5]</math> يكافئ <math>4 + n \equiv 0[5]</math> اذن <math>4 + n = 5k</math> وبالتالي <math>n = 5k - 4</math> مع <math>k \in \mathbb{N}^*</math></p>                                                                   |
|         | 1   | <p><math>(u_n)</math> متتالية عددية معرفة على <math>\mathbb{N}</math> ب : <math>u_n = 2 - n</math></p> <p>a. اثبات أن المتتالية <math>(u_n)</math> حسابية يطلب تحديد أساسها ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية <math>(u_n)</math>.</p> <p>اذن <math>u_{n+1} - u_n = 2 - (n+1) - (2 - n) = 2 - n - 1 - 2 + n = -1</math> ومنه نستنتج ان المتتالية <math>(u_n)</math> متناقصة تماما لان <math>u_{n+1} - u_n = -1 &lt; 0</math></p> <p>ب) هل يوجد حد في المتتالية <math>(u_n)</math> قيمته -418 ؟ ان وجد ما رتبته؟</p> <p>لدينا <math>u_n = 2 - n = -418</math> يكافئ ان <math>-n = -418 - 2 = -520</math> اذن <math>n = 520</math></p> <p>اذن يوجد حد قيمته -418 ورتبته 521</p> <p>ج) احسب قيمة الحد الرابع و الحد الواحد والعشرون.</p> |

الحد الرابع  $u_3 = 2 - 3 = -1$  والحد الواحد والعشرون هو  $u_{20} = 2 - 20 = -18$

4. حساب المجموع  $S_1$  حيث :  $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_{420}$   

$$S_1 = \frac{(420 - 1 + 1)(u_0 + u_{420})}{2} = \frac{420(2 - 418)}{2} = \boxed{-87360}$$

2. لتكن  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $v_n = 4 \times 3^{1-u_n}$ .

أ) اثبات ان  $(v_n)$  متتالية هندسية و تعيين اساسها وحدها الاول.

لدينا  $v_n = 4 \times 3^{1-(2-n)} = 4 \times 3^{n-1} = \frac{4}{3}(3)^n$  اذن  $v_n = 4 \times 3^{1-(2-n)} = 4 \times 3^{n-1} = \frac{4}{3}(3)^n$   

$$v_{n+1} = \frac{4}{3}(3)^{n+1} = \frac{4}{3}(3)^n \cdot (3)^1 = \boxed{3v_n}$$

اذن  $(v_n)$  متتالية هندسية اساسها 3 وحدها الاول هو  $v_0 = \frac{4}{3}(3)^0 = \boxed{\frac{4}{3}}$

ب) احسب المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$S_n = v_0 \left( \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \right) = \frac{4}{3} \left( \frac{3^{n+1} - 1}{3 - 1} \right) = \boxed{\frac{2}{3}(2^{n+1} - 1)}$$

$f$  دالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 5$  . حيث  $a$  عدد طبيعي

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

6. حساب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + ax^2 - 5) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 + ax^2 - 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3) = +\infty$$

7. تعيين قيمة  $a$  حتي تكون  $B(1;0)$  نقطة من المنحنى  $(C_f)$

$B(1;0)$  نقطة من المنحنى  $(C_f)$  تعني ان  $f(1) = 2(1)^3 + a(1)^2 - 5 = 0$  اذن  $\boxed{a=3}$

1. نضع  $a=3$  .

أ. اثبات انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = 6x(x+1)$  ثم دراسة إشارتها على  $\mathbb{R}$  .

الدالة  $f$  معرفة وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ولدينا :  $f'(x) = (2x^3 + 3x^2 - 5)' = 6x^2 + 6x = 6x(x+1)$

ب. استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  وتشكيل جدول تغيراتها

|         |           |      |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |

اولا اشارة المشتقة

اذن  $f$  متزايدة تماما على  $]-\infty; -1]$  و  $[0; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[-1; 0]$

ونستخلص جدول التغيرات

|         |           |      |      |           |     |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $-4$ | $-5$ | $+\infty$ |     |

2. أ. التحقق انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 5)$

$$(x-1)(2x^2 + 5x + 5) = 2x^3 + 5x^2 + 5x - 2x^2 - 5x - 5 = 2x^3 + 3x^2 - 5 = f(x)$$

ب. عين احداثيي نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع محوري الإحداثيتين.

$$(C_f) \cap (yy') = \{(0; -5)\}$$

• (مع محور الترتيب) لدينا  $f(0) = -5$

• مع محور الفواصل لدينا

$$(C_f) \cap (xx') = \{(1; 0)\} \quad \text{اذن} \quad f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ 2x^2 + 5x + 5 = 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac = -15 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow S = \{1\}$$

5. بين ان  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $A$  فاصلتها  $\frac{-1}{2}$  ثم اكتب معادلة  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في  $A$

|          |           |        |           |
|----------|-----------|--------|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $-0.5$ | $+\infty$ |
| $f''(x)$ | $-$       | $0$    | $+$       |

لدينا  $f''(x) = (6x^2 + 6x)' = 12x + 6$  ندرس اشارة المشتقة الثانية فنجد

المشتقة الثانية تتعدم وتغير اشارتها عند النقطة التي فاصلتها  $-0.5$  اذن

تلك النقطة هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$

1. ايجاد معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  ذات الفاصلة  $\frac{-1}{2}$ .

$$f'\left(\frac{-1}{2}\right) = 6\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2} + 1\right) = \frac{-3}{2} \quad \text{لدينا}$$

$$\text{و} \quad f\left(\frac{-1}{2}\right) = 2\left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 5 = -\frac{9}{2} \quad \text{اذن}$$

$$(\Delta): y = f'\left(\frac{-1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{-1}{2}\right)$$

$$(\Delta): y = \frac{-3}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{9}{2}$$

$$(\Delta): y = \frac{-3}{2}x - \frac{21}{4}$$

7. أ. انشئ  $(C_f)$  والمماس  $(\Delta)$ .

ب. حل في  $\mathbb{R}$  بيانيا المتراجحة :  $f(x) < 0$

حلول المتراجحة  $f(x) < 0$  هي ايجاد فواصل النقط من  $(C_f)$

الواقعة اسفل محور الفواصل ومن خلال البيان نجد ان :

$$S = ]-\infty; 1[$$

