

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4ن)

يحتوي وعاء على 7 كريات لا نفرق بينها باللمس، منها ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 . نسحب عشوائيا من الوعاء ثلاث كريات في آن واحد.
1. احسب احتمال الحوادث التالية:

A : " مجموع الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة يساوي 7 "

B : " الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة تشكل حدود متعاقبة لمتتالية هندسية "

C : " الكريات المسحوبة من نفس اللون "

2. احسب كلا من: $P(A \cap C)$ و $P(A \cup C)$

3. X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الوعاء.

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب $P(X^2 - 4X + 3 = 0)$

التمرين الثاني: (5ن)

(I) f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{12x-9}{4x}$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$

2. بين أن: من أجل كل $x \in \left[\frac{3}{2}; 3\right]$ فإن $f(x) \in \left[\frac{3}{2}; 3\right]$

(II) (u_n) المتتالية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

1. أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{2} < u_n \leq 3$

ب/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{2}{2u_n - 3}$

أ/ أثبت أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها و حددها الأول.

ب/ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

ج/ احسب المجموع S حيث: $S = v_0 + v_2 + v_4 + \dots + v_{2020}$

التمرين الثالث: (4ن)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. A ، B ، C نقط من المستوي

$$z_C = 1 - \sqrt{3}i \quad , \quad z_B = 1 + \sqrt{3}i \quad , \quad z_A = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$$

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة في كل حالة مما يلي مع تبرير الاجابة :

الاجابة 3	الاجابة 2	الاجابة 1	
$1 + \sqrt{3}i$ و $1 - \sqrt{3}i$	$2 - \sqrt{3}i$ و $2 + \sqrt{3}i$	$-2 - \sqrt{3}i$ و $-2 + \sqrt{3}i$	حلول المعادلة $\frac{7}{z^2} - \frac{4}{z} + 1 = 0$ في المجموعة $\mathbb{C}$ هي:
$\theta = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$	$\theta = \frac{-\pi}{4} + 2k\pi$	$\theta = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$	عمدة العدد z_A تكون على الشكل:
$e^{\frac{-7\pi}{12}i}$	$e^{\frac{\pi}{12}i}$	$e^{\frac{5\pi}{12}i}$	الشكل الأسّي لـ $\frac{z_A}{z_B}$ هو:
متساوي الساقين	متقايس الأضلاع	قائم	المثلث OAB
القطعة المستقيمة $[AB]$ ماعدا A	محور القطعة المستقيمة $[AB]$	الدائرة التي قطرها $[AB]$ ماعدا A	مجموعة النقط $(z) \in M$ من المستوي بحيث $\left \frac{\bar{z} - 1 + \sqrt{3}i}{z - z_A} \right = 1$ هي :

التمرين الرابع: (7ن)

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - xe^{-x}$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .
2. استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) > 0$

(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+1)e^{-x} + x + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ، شكل جدول تغيرات الدالة f .
3. أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
ب/ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)
4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف
6. ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.
7. اوجد قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x + 1 - me^x = 0$ حلان مختلفان في الإشارة .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4ن)

صندوق يحتوي على 2 كرات حمراء و 2 كرات خضراء و 3 كرات سوداء ، بحيث كل الكرات غير متمايزة عند اللمس . نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون ارجاع.

(1) أحسب احتمال الحوادث:

A " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

B " الحصول على كرة سوداء واحدة فقط "

C " الحصول على كرة سوداء على الأقل "

(2) ليكن α عدد حقيقي ولتكن اللعبة التالية:

تمنح لكل كرة حمراء أو خضراء العلامة α ولكل كرة سوداء العلامة (-1) وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقط المحصل عليها.

أ/ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

ب/ اوجد قيمة العدد α حتى تكون اللعبة مربحة .

التمرين الثاني: (4ن)

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C, D ذات اللاحقات

$$z_A = \sqrt{3} - i ; z_B = \sqrt{3} + i ; z_C = 2i ; z_D = -\sqrt{3} - i \text{ على الترتيب .}$$

(1) أ/ اكتب العددين z_A و z_B على الشكل الأسّي .

ب/ اوجد قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقيا سالبا .

(2) أ/ بين أن النقط A, B, C تنتمي إلى دائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

ب/ علم النقط A, B, C

(3) تحقق أن $z_D - z_C = -\sqrt{3}i (z_B - z_C)$ ثم استنتج نوع المثلث BCD .

(4) لتكن M نقطة من المستوي لاحققتها Z ، عين وأنشئ (C) مجموعة النقط M بحيث :

$$\arg(z_D - z) - \arg(z_B - z) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

التمرين الثالث: (5 ن)

$$(u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة بـ : } u_0 = \frac{3}{2} \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5}$$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 0$

2. أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$

ب/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 < u_n \leq \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$3. (v_n) \text{ المتتالية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي : } v_n = \frac{4u_n}{2u_n + 3}$$

أ/ بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب/ اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

$$ج/ احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{6}{2u_1 + 3} + \frac{6}{2u_2 + 3} + \dots + \frac{6}{2u_n + 3}$$$

التمرين الرابع: (7 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2x - 1 - x \ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $6,3 < \alpha < 6,4$.

(2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x - x}{x - 1}$. (C_f) تمثيلها البياني

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x-1)^2}$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -1$.

(4) بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha} - 1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

(5) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f)

(6) اوجد بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلين متميزين.