

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية



ثانوية عبد الحق بن حمودة + بن سخرية الطيب
إمتحانات بكالوريا تجريبية

الشعبة : علوم تجريبية
دورة ماي 2021

المدة: 03 سا و 30 د

إختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = -3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 3n - 1$ / 1
أحسب u_1, u_2, u_3 .

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 3$: $u_n > 0$.

(ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 4$: $u_n > 3n - 4$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

/ 2 لتكن المتتالية العددية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي : $v_n = u_n - 9n + 30$.

(أ) برهن أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

(ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

/ 3 (أ) أحسب بدلالة n الجداء : $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1+1} \times e^{v_2+2} \times \dots \times e^{v_n+n}$.

(ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام 0,0,0,1,2,3,4 و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام -1,3,-4 نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

/ 1 أحسب احتمال الحادث التالية :

A : الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون .

B : الحصول على كرية حمراء على الأقل تحمل عددا سالبا .

C : الحصول على ثلاث كريات جداء أعدادها معدوم .

/ 2 نعيد الصندوق إلى وضعيته الأولى و نسحب منه كرتين على التوالي دون إرجاع .

(أ) أحسب احتمال الحدثين D و E حيث D : الحصول على كرتين مختلفتين في اللون ، E : الحصول على كرتين جداء رقميهما عدد سالب تماما .

(ب) نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد e^a حيث a يساوي أكبر العددين الذين تحملهما الكرتين المسحوبتين إذا كانا مختلفين و يساوي نفس العدد الظاهر على الكرتين المسحوبتين اللتين تحملان نفس العدد .

< عيّن قيم X عيّن قانون احتمال X ، ثم أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

< أحسب $P(\ln X > 4)$.

التمرين الثالث: (04 نقطة)

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_C = \bar{z}_A$ و $z_B = iz_A$ ، $z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

1/ أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الجبري و الأسّي .

2/ أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $\dots(E) \quad \frac{1+i-z}{-1+i-z} = 2e^{i\pi}$.
 ب) استنتج أنّ النقطة A هي صورة النقطة B بالتشابه S الذي مركزه Ω ذات اللاحقة z_Ω (z_Ω هو حل المعادلة (E)) يطلب تعيين نسبته و زاويته .

3/ عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا تماما .

4/ أ) عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z = z_C - k\frac{z_A}{z_C}$ ، لما k يسمح $\mathbb{R}_+^*$.

ب) عيّن (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\arg \left[\left(\frac{z_A - z}{z_B - z} \right)^2 \right] = \pi + 2\pi k$.

التمرين الرابع: (08 نقطة)

I) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = -x + 1 + e^{-x}$.

1/ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

2/ أدرس اتجاه تغير g و شكل جدول تغيراتها .

3/ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.27 < \alpha < 1.28$ ، ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = (2-x)(e^x - 1)$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1/ أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = -2$ ، ثمّ استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له .

ج) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x - 2$.

2/ أ) أدرس اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها .

ب) بيّن أنّ $f(\alpha) = \frac{(2-\alpha)^2}{\alpha-1}$.

ج) أنشئ (C_f) و (Δ) (نأخذ : $f(\alpha) = 1.9$) .

3/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = f(m)$.

4/ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = 1 + (e^{|x|+1} - 1)(1 - |x|)$.

أ) بيّن أنّ h زوجية .

ب) تأكد أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $h(x) = f(x+1) + 1$.

ج) أنشئ (C_h) منحنى الدالة h إنطلاقا من (C_f) مع الشرح .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقطة)

- لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$.
- 1/ برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $0 < u_n < \frac{1}{2}$.
 - 2/ أثبت (u_n) متزايدة و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 - 2/ لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n - 1}$.
 أ) أثبت أنّ (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
 ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ من جديد .
 - ج) أحسب بدلالة n كلا من S_n و P_n حيث : $S_n = \frac{u_0}{2u_0 - 1} + \frac{u_1}{2u_1 - 1} + \dots + \frac{u_n}{2u_n - 1}$.
 $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1 + 1} \times e^{v_2 + 2} \times \dots \times e^{v_n + n}$.

التمرين الثاني: (04 نقطة)

- 1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(iz + 2i - 2\sqrt{3})(z^2 - 4z + 16) = 0$.
- 2/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقتها على الترتيب $z_A = -2 - 2i\sqrt{3}$ ، $z_B = 2 - 2i\sqrt{3}$ ، و $z_C = 2 + 2i\sqrt{3}$.
 أ) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي .
 ب) عيّن الشكل الأسّي للعدد المركب Z حيث : $Z = \frac{z_B}{z_C^4}$ ، ثمّ استنتج شكله الجبري .
 ج) بيّن أنّ : $\left(\frac{z_A}{4}\right)^{2020} + \left(\frac{z_C}{4}\right)^{1442} = -1$.
- 3/ هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتى يكون : $\left(\frac{z_A}{4}\right)^n \times \left(\frac{z_B}{4}\right)^n \times \left(\frac{z_C}{4}\right)^n$ حقيقي سالب ؟ .
- 4/ أ) عيّن طولية و عمدة العدد المركب L حيث : $L = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ ، ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC .
 ب) عيّن مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\arg(z + 2 + 2i\sqrt{3}) + \arg(\bar{z} - 2 + 2i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

التمرين الثالث: (04 نقطة)

- يحتوي صندوق على 5 كريات حمراء تحمل الأعداد $2, 2, 2, 3, -2$ و أربع كريات خضراء تحمل الأعداد $3, 3, 3, -2$ و كرية زرقاء تحمل العدد -1 ، كل الكريات متماثلة و لا نفرق بينها عند المس ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .
- 1/ أ) أحسب إحتمال الحدثين A و B حيث : A : الحصول على كرتين من نفس اللون ، B : الحصول على كرتين تحملان عددين جداء هما عدد سالب .
 ب) أحسب الإحتمالين : $P(A \cap B)$ و $P(\overline{A \cup B})$.
 - 2/ نعتبر المتغير العشوائي X المعروف كما يلي :
 إذا كانت الكرتين المسحوبتين تحملان نفس العدد فإنّ X يأخذ العدد نفسه ، و إذا كانت الكرتين المسحوبتين تحملان عددين مختلفين فإنّ X يأخذ العدد الأكبر فيهما .
 أ) عيّن القيم الممكنة لـ X .

- ب) عيّن قانون إحتمال X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي $E(X)$.
ج) أحسب $P(C_5^x = 10)$.

التمرين الرابع: (08 نقطة)

- I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$.
1/ أدرس تغيرات الدالة g (حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف مطلوب) .
2/ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.4 < \alpha < 0.5$.
3/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$.
II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$ ، ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ، ثمّ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2/ أ) أدرس إتجاه تغير f و شكّل جدول تغيراتها .
ب) بيّن أنّ $f(\alpha) = 4 - \alpha - \frac{4}{\alpha+1}$ ، ثمّ استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (هو حل المعادلة $g(x) = 0$) .
3/ بيّن أنّه يوجد مماسان (T_a) ، (T_b) للمنحنى (C_f) يشملان النقطة $A(1;0)$ ، يطلب تعيين معادلتيهما .
4/ أنشئ (C_f) ، (T_a) و (T_b) .
5/ m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة $m + (x-1)\ln(x+1) = mx - 1$.
6/ نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(x^2)$.
أدرس تغيرات الدالة h دون حساب $h'(x)$.

بالتوفيق في إمتحان شهادة البكالوريا إن شاء الله