



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ولاية تلمسان

امتحان بكالوريا تجريبي

شعبة: علوم تجريبية

دورة: جوان 2021

المدة: 3 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

(U_n) متتالية عددية معرفة: $U_0 = 1$, ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{4U_n + 3}{6}$

1- برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \leq \frac{3}{2}$

2- بين أن المتتالية (U_n) متزايدة, ثم استنتج أن (U_n) متقاربة

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$: $V_n = 2U_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي

أ- عين α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية.

ب- اكتب V_n بدلالة n ثم عبر عن U_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (U_n)

د- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = U_0 + \frac{U_1}{2} + \frac{U_2}{2^2} + \dots + \frac{U_n}{2^n}$ عبر عن S_n بدلالة n

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على $n+8$ كرية لا نفرق بينهما باللمس، 8 كريات بيضاء و n كرية سوداء (n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2)

1..نسحب على التوالي كرتين بدون ارجاع الكرية المسحوبة في كل مرة الى الكيس بحيث نربح دينارا من أجل كل كرية بيضاء مسحوبة و نخسر دينارين من أجل كل كرية سوداء مسحوبة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب قيمة الربح الجبري .

أ- ماهي قيم المتغير العشوائي الممكنة.

ب- اكتب بدلالة n قانون احتماله.

ج- احسب أمله الرياضيائي.

د- هل توجد قيمة للعدد n تجعل الأمل الرياضيائي معدوما؟ أحسبها.

2. نفرض أننا سحبنا كرتين على التوالي من دون ارجاع، ليكن A_n حادث الحصول على كرتين من نفس اللون . B_n حادث الحصول على كرتين من لونين مختلفين.

أ- احسب $p(A_n)$ بدلالة n ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} p(A_n)$ ، فسر هذه النتيجة.

ب- احسب $p(B_n)$ بدلالة n ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} p(B_n)$ ، فسر هذه النتيجة.

التمرين الثالث: 05 نقاط

أ- احسب $P(-2)$ ثم جد العددين المركبين α و β بحيث من أجل كل z من $\mathbb{C}$: $P(z) = (z+2)(z^2 + \alpha z + \beta)$
 ب- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z) = 0$.

2. المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

A, B, C نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب: $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -2$

أ- أكتب كلا من z_B, z_A و z_C على الشكل الأسّي

ب- أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي

ج- استنتج طبيعة المثلث ABC ثم تحقق أن النقطة O هي مركز ثقل هذا المثلث.

3. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $(z_A)^n = (z_B)^n$

4. عين ثم أنشئ (E) مجموعة النقط ذات اللاحقة z حيث: $|2 - z| = |1 + i\sqrt{3} - z|$

التمرين الرابع: 07 نقاط

الجزء الأول: لتكن الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\varphi(x) = (x^2 + x + 1)e^{-x} - 1$.

1. أ- عين نهايتي الدالة φ عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة φ ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

2. بين أن المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل حلين α و β أحدهما معدوم و $\alpha \in [1; +\infty[$ يطلب تعيين حصر للعدد α سعتة 10^{-1} .

3. استنتج حسب قيم x إشارة $\varphi(x)$.

الجزء الثاني: f و g دالتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بتمثيليهما البيانيين (C_f) و (C_g) على الترتيب كما يلي:

$$f(x) = (2x+1)e^{-x} \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$$

1.. بين أن المنحنيين (C_f) و (C_g) يمران بالنقطة $A(0;1)$ و لهما نفس معادلة المماس عند النقطة A

2. أ- بين ان من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - g(x) = \frac{(2x+1)\varphi(x)}{x^2+x+1}$

ب- حسب قيم x عين إشارة $f(x) - g(x)$ على $\mathbb{R}$.

ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 04 نقاط

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة م الحالات التالية، مع التبرير:

1. النهاية التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - e^{\frac{1}{x}}\right)$ تساوي: (ارشاد: ضع $t = \frac{1}{x}$)

أ- 1 ب- 1- ج- 0.

2. لتكن (u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_n = 1 + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، المتتالية (u_n) :

أ- متزايدة تماما ب- متناقصة تماما ج- غير رتيبة

3. الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$ ، تمثيلها البياني (C_f) يقبل نقطة انعطاف I احداثياتها هي:

أ- $I(0; 2)$ ب- $I(0; 3)$ ج- $I(-2; 2)$

4. الجدول التالي يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية:

x_i	-2	-1	α	3
$p(X = x_i)$	0.12	0.50	β	0.30

قيمتا α و β حتى يكون الامل الرياضي للمتغير العشوائي X يساوي 0.32 هما:

أ- $\alpha = 1$ و $\beta = 0.08$ ب- $\alpha = 2$ و $\beta = 0.03$ ج- $\alpha = 2$ و $\beta = 0.08$

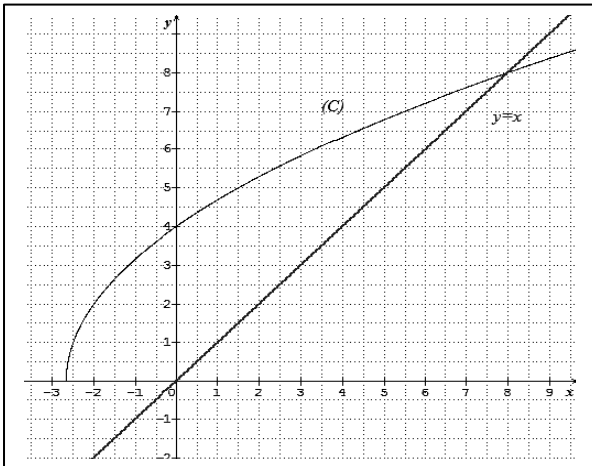
التمرين الثاني: 05 نقاط

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحده الأول: $u_0 = 0$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$

1. الدالة المعرفة على $\left[-\frac{8}{3}; +\infty\right]$ بما يلي: $h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و (C) تمثيلها المباني في المستوى المنسوب إلى

معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (انظر الشكل المقابل)

(أ) اعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الانشاء)



(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها

2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 8$

(أ) بين انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16} + u_n}$

(ب) استنتج اتجاه تغير (u_n) .

3. (أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: 04 نقاط

يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 .
نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الكيس .

- 1- أحسب احتمال الحصول على :
أ- ثلاث كرات من نفس اللون .
ب- ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .
ج- ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
- 2- ليكن المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1
أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي
ب- أحسب الامل الرياضي ج- أحسب التباين والانحراف المعياري.

التمرين الرابع: 07 نقاط

- (I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$
 (1) ادرس تغيّرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
 (2) استنتج أنه، من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.
- (II) f الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - \frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$
 و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)
 (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$. فسّر النتيجة بيانياً.
 ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 (2) أ) بيّن أنه، من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f .
 ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
 ج) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1; +\infty[$ ، ثمّ تحقق أن $0 < \alpha < 0,5$.
 (3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.
 ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
 (4) نقبل أن المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0 .
 أ) احسب x_0 .
 ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (T) ثم المنحنى (C_f) .
 ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين متمايزين.

انتهى الموضوع الثاني