



Yes  
we can!

الدورة: 2021

عبدالرحمن



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

نانوية هارون الرئيس بشار الجريد

امتحان بكالوريا تجريبي

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:



الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

(1)  $(v_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول  $v_0$  و أساسها  $q$  حيث:

$$v_0 + v_1 = 30 \quad \text{و} \quad v_0 \times v_2 = 576$$

(P)  $v_{n+1} - v_n$  يساوي:

(أ)  $18 \times 4^n$  (ب)  $3 \times 4^n$  (ج)  $3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$

(B) المجموع  $S_n = \ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right) + \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \dots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)$  يساوي :

(أ)  $n \ln 4$  (ب)  $\ln(3 \times 4^n)$  (ج)  $\ln\left(\frac{1-n^2}{2}\right)$

(2)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $[0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = (\ln x)^2 + 2 \ln x - 3$ .

(P) على المجال  $[0; +\infty[$  الدالة  $f$ :

(أ) متناقصة تماما (ب) متزايدة تماما (ج) ليست رتيبة

(B) مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \leq 0$  هي:

(أ)  $[\ln 2; e]$  (ب)  $[e^{-3}; e]$  (ج)  $[-3; 1[$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n \\ u_1 = 1 \quad \text{و} \quad u_0 = 0 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي:

(1) نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$  و  $w_n = 5^n u_n$ .

بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هندسية أساسها  $\frac{1}{5}$  ثم أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ .

بين أن المتتالية  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  حسابية أساسها 5.

(2) أكتب  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم أن:  $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ .

(4) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم أن:  $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ ; ثم أحسب النهاية:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

الإستاذ ل. عبد الرحمن  
الاستاذ ل. عبد الرحمن



## التمرين الثالث: (05 نقاط)

يتكون مكتب للدراسات من 20 مهندسا ومهندسة يتوزعون حسب الجنس والتخصص كما هو مبين في الجدول أسفله .

| التخصص          | الذكور | الإناث |
|-----------------|--------|--------|
| الإعلاميات      | 5      | 3      |
| الهندسة المدنية | 8      | 4      |

تم اختيار ثلاثة عناصر من هذا المكتب عشوائيا وفي آن واحد للمشاركة في إحدى الدورات التكوينية.

نعتبر الحادثتين  $A$ : " العناصر التي وقع عليها الاختيار كلها من الإناث " .

و  $B$ : " العناصر التي وقع عليها الاختيار كلها من نفس التخصص " .

(1) بيّن أن:  $P(A) = \frac{7}{228}$  ثم احسب:  $P(B)$  و  $P(A \cap B)$  .

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد تخصصات العناصر التي وقع عليها الاختيار.

(أ) بين أن  $p(X=1) = \frac{69}{285}$  ثم استنتج قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .

(ب) احسب  $E(X)$  الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$  .

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (x+3)e^x - 1$

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $-0,8 < \alpha < -0,7$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

(II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$

و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = g(x)$  ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(3) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$  ثم استنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاريا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  .

ج) اكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  الموازي للمستقيم  $(\Delta)$  .

(4) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  على المجال  $]-\infty; 1]$  ( يعطى  $f(\alpha) \approx -0,7$  )

(5)  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = |x|(e^{|x|-2} - 1) + 1$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أن الدالة  $h$  زوجية .

ب) تأكد أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $[0; +\infty[$  فإن :  $h(x) = f(x-2) + 1$  .

ج) اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_f)$  ثم ارسم  $(C_h)$  على المجال  $[-3; 3]$  .

بالنوفيق

انتهى الموضوع الأول

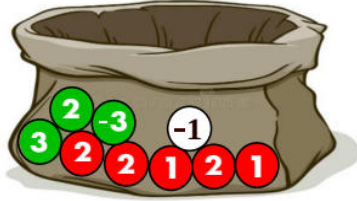




## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:  
خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1, 1, 2, 2, 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -3, 2, 3 وكريه بيضاء مرقمة بـ: -1  
نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.



(1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون".

B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر".

C : "الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم".

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب أكبر الأرقام المحصل عليها.

(أ) عيّن قيم المتغير العشوائي  $X$  ثم عرّف قانون احتماله .

(ب) احسب الأمل الرياضي  $E(X)$  للمتغير العشوائي  $X$ .

(ج) احسب احتمال الحادثة: " $X^2 - X > 0$ ".

### التمرين الثاني: (05 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  الآتية:  $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$ .

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقط  $A, B, C$  و  $D$  التي لواحقها:  $z_A = -1 + \sqrt{3}$ ,  $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ ,  $z_C = \bar{z}_B$  و  $z_D = 4i$ .

(1) (أ) اكتب  $z_D$  و  $z_B$  على الشكل الأسّي ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد  $z_C$ .

(ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون  $(z_C - z_B)^n$  عددا حقيقيا.

(2) (أ) بين أن  $z_B - z_A = i(z_C - z_A)$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  واحسب مساحته.

(ب) استنتج أن:  $B$  هي صورة  $C$  بدوران  $r$  يطلب تعيين عناصره المميزة.

(3) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب  $L$  حيث  $L = \frac{z_C - z_A}{z_C}$ .

(4) بين أن:  $L = \frac{\sqrt{6}}{2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$

(5)  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي، ذات اللاحقة  $z$  حيث:  $\arg(z+4) = \frac{\pi}{4}$ .

- تحقق أن النقطة  $D$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$ ، ثم عيّن المجموعة  $(\Gamma)$ .

الإستاذ ل. عبد الرحمن  
مدرسة ابن خلدون  
بجدة

## التمرين الثالث: (04 نقاط)

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بعدها الأول  $u_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3}$$

ولتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$$

(1) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_0$  .

(2) عبر بدلالة  $n$  عن عبارة الحد العام  $v_n$  .

(3) استنتج عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  ، ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .

(3) احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  .

(3) تحقق أن:  $\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$  وذلك من أجل كل عدد طبيعي  $n$  .

(3) استنتج بدلالة  $n$  المجموع:  $S'_n = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + \dots + \frac{1}{u_n + 2}$  .

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x + 1 - x \ln x$  .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  .

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $3,5 < \alpha < 3,6$  .

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$  .  $(C_f)$  تمثيلها البياني

(1) بين أن  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما  $x = 0$  و  $y = 0$  .

(2) أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$  .

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج- اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د- احسب  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$  ، فسّر النتيجة هندسياً.

(3) بين أن:  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$  ، ثم ارسم  $(C_f)$  .

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماماً  $x$  و  $m$  وسيط حقيقي:

$$x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots (E)$$

أ- تحقق أن المعادلة  $(E)$  يؤول حلها إلى حل المعادلة:  $f(x) = \frac{1}{2}x - m$  .

ب- عيّن بيانياً قيم  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $(E)$  حلين متميزين.

(5)  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$  و  $(C_h)$  منحناها البياني في المستوي.

أ- بين أن الدالة  $h$  زوجية.

ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى  $(C_h)$  مستعينا بالمنحنى  $(C_f)$  .

بالنوفيق

انتهى الموضوع الثاني