



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط):

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z - 2)(z^2 + 6z + 34) = 0$

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقتها

على الترتيب $z_A = 2$ ، $z_B = -3 + 5i$ ، $z_C = \overline{z_B}$.

(1 أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم على الشكل الأسّي .

(ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

(ج) عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع ثم حدد بدقة طبيعته .

(2) عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $|z - 2| = |\bar{z} - z_B|$.

التمرين الثاني (4 نقاط):

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها 4 كريات تحمل الرقم 2 و 3 كريات تحمل الرقم 1 و

كريتان تحملان الرقم -1 و كرية واحدة تحمل الرقم -2 .

نسحب عشوائيا ثلاث كريات وفي آن واحد من الصندوق .

(1) احسب احتمال الحدثين التاليين :

A : مجموع أرقام الكريات المسحوبة معدوم .

B : جداء أرقام الكريات المسحوبة يساوي 4 .

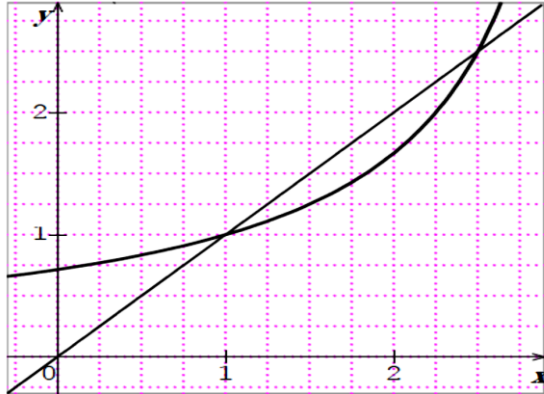
(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب أصغر الأرقام .

(أ) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي .

(ب) احسب احتمال الحدث " $e^x > 1$ " .

التمرين الثالث (5 نقاط):

في الشكل المقابل (C) التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $\left[0; \frac{5}{2}\right]$ بـ : $f(x) = \frac{-5}{2x-7}$ والمنصف الأول. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{-5}{2u_n-7}$



(1) أ) أنقل الشكل المقابل، ثم مثل على محور

الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 (دون حسابها) وموضحا خطوط الإنشاء).

ب) خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(1) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن:

$$1 \leq u_n \leq 2$$

(2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \frac{2u_n-2}{2u_n-5}$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .

ب) أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n .

(4) أ) أثبت من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - 1 \leq \frac{4}{5}(u_n - 1)$

ب) تحقق من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n - 1 \leq \left(\frac{4}{5}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الرابع (7 نقاط):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = (x-1)^2 - 2\ln(x-1)$

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) حدد إشارة $g(x)$ على المجال $]1; +\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x-1}{2} + \frac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(4) بين أنه توجد نقطة وحيدة B يقبل فيها المنحنى (C_f) مماس (T) يوازي المستقيم (Δ) ثم أكتب معادلة للمماس (T) .

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.34 < \alpha < 1.35$.

(6) أ) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $\frac{-1+m}{2} + \frac{1+\ln(x-1)}{x-1} = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4 نقاط):

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

(1) A و B حدثان .

إذا كان : $P(A) = 0.42$ و $P(B) = 0.39$ و $P(\overline{A \cup B}) = 0.41$ فإن :

(أ) $P(A \cap B) = 0.4$ (ب) $P(A \cap B) = 0.59$ (ج) $P(A \cap B) = 0.22$

(2) (u_n) المتتالية العددية حدها الأول $U_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \ln(3e^{u_n})$

(أ) (u_n) متتالية حسابية (ب) (u_n) متتالية هندسية (ج) (u_n) متتالية لا حسابية ولا هندسية .

(3) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2x + 4 \ln\left(\frac{x-3}{x+3}\right)$

(أ) الدالة g زوجية (ب) الدالة g فردية (ج) الدالة g لا زوجية ولا فردية

التمرين الثاني (4 نقاط):

يحتوي صندوق على 8 كريات، من بينها 3 كريات حمراء و 3 كريات خضراء وكريتين بيضاوين، كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا كرتين على التوالي دون إعادة الكرة المسحوبة إلى الكيس.

(1) أحسب احتمال الحدثين التاليين :

A : الحصول على كرتين من لونين مختلفين.

B : الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط في السحبة الثانية.

(2) نسحب الآن عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق .

(أ) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها.

- بين أن $P(X = 2) = \frac{36}{56}$ ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

(ب) يدفع اللاعب 50 DA (DA يعني دينار جزائري) قبل إجراء عملية السحب ويكسب 25 DA لكل لون من الألوان المحصل عليها .

- هل اللعبة في صالح اللاعب ؟ برر إجابتك.

التمرين الثالث (5 نقاط):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3}$

(1) أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 3}$

ب) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

ج) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ثم استنتج انها متقاربة .

(2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين اساسها وحددها الأول .

ب) عبر بدلالة n عن v_n و u_n و احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب المجموع : $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \dots + e^{v_n}$.

التمرين الرابع (7 نقاط):

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2 + (x - 2)e^{-x+2}$.

(1) أدرس تغيرات الدالة g .

(2) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ وتحقق أن : $1.14 < \alpha < 1.15$.

(3) حدد إشارة g على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x - 1 - (x - 1)e^{-x+2}$.

نسمة (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

(2) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(4) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له .

(5) أثبت أن : $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$ ، واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

(6) أ) أحسب $f(0)$ ، ثم أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $2m - 1 - (x - 1)e^{-x+2} = 0$