

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : 07 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$u_0 = \alpha \text{ و } u_{n+1} = -4 + \frac{40}{9 - u_n} \text{ حيث } \alpha \text{ عدد حقيقي}$$

و نعتبر الدالة العددية f المرفقة بالمتتالية التراجعية (u_n) و المعرفة على المجال $[1,4]$

$$1. \text{ أ) تحقق أن للدالة } f \text{ عبارة من الشكل : } f(x) = \frac{4x+4}{9-x}$$

ب) ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[1,4]$, ثم شكل جدول تغيراتها

ج) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1,4]$ فإن : $f(x) \in [1,4]$

2. أ) حدد الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ و المنحنى (C_f) بيان الدالة f

ب) استنتج قيم α التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة

3. في كل ما يأتي نأخذ $u_0 = 2$:

أ) انشئ المنحنى (C_f) بيان الدالة f و المستقيم (Δ) , ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود

* وحدة الرسم 2 cm

u_4 و u_3, u_2, u_1, u_0 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي $n : 1 < u_n < 4$

$$\text{ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 4)}{9 - u_n}$$

ثم ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة

$$4. \text{ نعتبر المتتالية العددية } (v_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي : } v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 4}$$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0

ب) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n , ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n

5. ليكن المجموعين S_n و S'_n المعرفين كما يلي :

$$S_n = v_0 + 8v_1 + 8^2v_2 + \dots + 8^n v_n \text{ و } S'_n = \frac{3}{u_0 - 4} + \frac{3}{u_1 - 4} + \frac{3}{u_2 - 4} + \dots + \frac{3}{u_n - 4}$$

احسب أحد المجموعين S_n أو S'_n , ثم حدد نهايته

التمرين الثاني : 06 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2-x)e^{-x}$

و ليكن (C) منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل على ما يلي :

1. من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ فإن $f(x) > 2-x$

2. المستقيم ذا المعادلة $y = 0$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

3. الدالة f تقبل قيمة حدية عند $x_0 = 3$

4. من أجل كل وسيط حقيقي m حيث $m \geq e^{-3}$ فإن المعادلة : $f(x) = m$ تقبل حلين مختلفين

5. الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2-x)e^{-|x|}$ تقبل الاشتقاق عند 0

6. الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 5e^{-x}$

التمرين الثالث : 07 نقاط

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ كما يلي : $f(x) = x + 2 - \ln(2x+1)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها ثم استنتج معادلة للمستقيم العمودي المقارب لـ (C_f)

2. ادرس اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3. بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) ميله -3 يطلب كتابة معادلة له

4. احسب احداثي نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = x$

5. بين أن (C_f) بيان الدالة f يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $-1,3 < x_0 < -1,2$

6. احسب $f(-1)$, $f(0)$ ثم انشئ المماس (T) و المنحنى (C_f)

7. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $4x + 2 - \ln(2x+1)^2 = m$

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ كما يلي : $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - \ln(2x+1)^2$

1. احسب المقدار $g(-1-x) - g(x)$, ثم فسر النتيجة هندسيا

2. أكتب عبارة $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة , ثم استنتج أن $f(x) = g(x)$ على مجال يطلب تحديده

3. اشرح كيف يمكن انشاء (C_g) بيان الدالة g انطلاقا من (C_f) بيان الدالة f , ثم أنشئ (C_g) في نفس

المعلم السابق بلون مختلف

عن أساتذة المارة

بالتوفيق للجميع