



فيفري 2021

المستوى: الثالث علوم تجريبية

المدة: 2 سا

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6 ن):

1- لتكن  $(U_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $N$  كما يلي :  $u_0 = 4$  و  $u_{n+1} = \frac{9u_n - 49}{u_n - 5}$

أ- احسب الحدود :  $u_3, u_2, u_1$

ب- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n : u_n \neq 7$

2- نعتبر المتتالية العددية  $(V_n)$  المعرفة على  $N$  كما يلي :  $V_n = \frac{1}{u_n - 7}$

أ- بين أن  $(V_n)$  متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب كلا من  $V_n$  و  $U_n$  بدلالة  $n$ .

ج- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

د- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $P_n$  حيث :  $P_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$

التمرين الثاني (14 ن):

I) دالة معرفة على المجال  $]0, +\infty[$  ب :  $g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$

(2) استنتج إشارة  $g(x)$

II) دالة معرفة على المجال  $]0, +\infty[$  ب :  $f(x) = x - 1 + \frac{2 \ln x}{x}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(\vec{0}, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) ا- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة :  $y = x - 1$

(3) ا- بين أن من اجل كل  $x$  من  $]0, +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا للمستقيم  $(\Delta)$  عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها. اكتب معادلة  $(T)$ .

(5) احسب  $f(1)$ , أنشئ كلا من  $(\Delta)$  و  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة :

$$2 \ln x - x(m+1) = 0$$

**\*\*بالتوفيق\*\***

## التصحيح النموذجي

### التمرين الأول (6 ن):

$$u_1 = 13, u_2 = \frac{17}{2}, u_3 = \frac{55}{7} \quad \text{أ-}$$

ب- البرهان بالتراجع

$$2 - \text{أ- } (V_n) \text{ متتالية حسابية أساسها } r = \frac{1}{2} \text{ و حدها الأول } V_0 = -\frac{1}{3}$$

$$\text{ب- } u_n = \frac{1}{\frac{1}{2}n - \frac{1}{3}} + 7, \quad V_n = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2}n$$

$$\text{ج- } S_n = \frac{n+1}{2} \left( \frac{1}{2}n - \frac{2}{3} \right) \text{ و } P_n = n+1 + \frac{7(n+1) \left( \frac{1}{2}n - \frac{2}{3} \right)}{2}$$

### التمرين الثاني (14 ن):

أ-

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$$

$$g'(x) = \frac{2x^2 - 2}{x} \quad \text{من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R}$$

الدالة  $g$  متناقصة تماما على المجال  $]0,1[$  و متزايدة تماما على المجال  $[1, +\infty[$ .

$$(2) \text{ إشارة } g(x) : g(x) > 0$$

$$(1. \text{ II}) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty \quad \text{المنحنى } (c_f) \text{ يقبل محور الترتيب } (y=0)$$

كمستقيم مقارب له

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1) = 0$$

المنحنى  $(c_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  معادلته  $y = x - 1$  بجوار  $(+\infty)$

ب- لما  $(c_f): x \in ]0, 1[$  يقع تحت  $(\Delta)$

لما  $(c_f): x \in ]1; +\infty[$  يقع فوق  $(\Delta)$ .

لما  $x = 1$  :  $(c_f) \cap (\Delta) = \{A(1.0)\}$ .

3  $f'(x) > 0$  فالدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $]0, +\infty[$

$$(4) \quad (T)y = x - 1 + \frac{2}{e} \text{ و } x_0 = e$$

$$(6) \quad f(x) = x + m$$

لما  $m \in ]-\infty, -1]$  يوجد حل وحيد

لما  $m \in ]-1, -1 + \frac{2}{e}[$  يوجد حلان

لما  $m = -1 + \frac{2}{e}$  يوجد حل هو  $e$

لما  $m \in ]-1 + \frac{2}{e}, +\infty[$  لا يوجد حلول