

ثانوية النور بنات، غرداية		جمعية النور، آت بنور
الأستاذ: عيسى مصطفى		الاختبار الأول في مادة الرياضيات
المدة: 03 ساعة 22 فيفري 2021		السنة الثالثة ثانوي علوم

التمرين الأول:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_n = \sqrt{6u_n + 16} \end{cases}$$

h الدالة المعرفة على المجال $\left[-\frac{8}{3}; +\infty\right]$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، انظر الشكل الوثيقة المرفقة.

(1) - أ- مثل على محور الفواصل الحدود: u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)
 ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها.

(2) - أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq u_n < 8$$

 ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(8-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{6u_n+16}+u_n}$$

ج- استنتج اتجاه تغير (u_n) .
 (3) - أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$$

 ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 < 8 - u_n \leq 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

 ج- ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثاني:

كيس يحوي 9 كرات لا نفرق بينها بالمس موزعة كمايلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ 1، 1، 2، 2، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ -3، 2، 3 و كرية بيضاء مرقمة 1 .
 نسحب عشوائيا 4 كرات في آن واحد.

(1) - أحسب احتمال الحوادث التالية:

A: الحصول على أربع كرات من نفس اللون.

B: الحصول على كرتين حمراوين.

C: الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم.

(2) - ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

أ- عين قيم المتغير X العشوائي ثم عرف قانون احتماله.

ب- أحسب الامل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

ج- أحسب احتمال الحادثة: $(X^2 - X > 0)$.

I) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 + 2\ln(x)$

(1)- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

(2)- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3)- احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(4)- استنتج أنه من أجل $x > 1$ فإن: $\ln(x) > \frac{1-x^3}{2}$.

II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1)- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

(2)- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3)- أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ثم استنتج أن بين (C_f) يقبل مستقيما مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(4)- بين أن (C_f) يقبل مماس وحيد (D) يوازي المستقيم (Δ) ، ثم بين أن معادلته تكتب من الشكل $y = x - 1 - \frac{1}{2e^1}$.

(5)- ارسم كلا من (Δ) ، (D) والمنحنى (C_f) (وحدة الرسم 2 cm).

ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $-\frac{\ln x}{x^2} = -m + 1$.

III) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = -f(|x|)$

(1)- بين أن h الدالة زوجية.

(2)- بين كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ، (دون رسم (C_h)).

