



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الوادي

امتحان تجريبي لباكوريا التعليم الثانوي

الشعبة: 3 ع تج / تر / ر

دورة: جوان 2020

الأستاذ: محمد حاقّة

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = -1$ ؛ $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

(1) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها، وحدّها الأول v_0

(2) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n

(3) احسب ، بدلالة n ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$

أ/ احسب w_0 ، ثم بيّن أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

ب/ اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ، ثم عيّّن أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق : $e^{w_n} > 2020$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

في محل تجاري نظمت لعبة حظ كالتالي: يرمي الزبون نردا مكعبا، متوازنا له وجه يحمل الحرف G ووجهان يحملان الحرف R ، وثلاثة أوجه تحمل الحرف D

إذا ظهر الحرف G يتحصل الزبون على مبلغ $100DA$ ، ويتوقف اللعب (DA تعني دينار جزائري)

إذا ظهر الحرف R لا يتحصل الزبون على شيء. ويتوقف اللعب

إذا ظهر الحرف D يطالب الزبون برمي النرد مرة ثانية فإذا ظهر الحرف G يتحصل على مبلغ $50DA$ ويتوقف

اللعب، أما إذا ظهر أحد الحرفين R أو D فإنه لا يتحصل على شيء ويتوقف اللعب

نعتبر الحوادث التالية:

G_1 : " يتحصل الزبون على مبلغ $100DA$ " G_2 : " يتحصل الزبون على مبلغ $50DA$ "

(1) أ/ احسب $P(G_1)$ ، احتمال الحادثة G_1

ب/ بيّن أن: $P(G_2) = \frac{1}{12}$

ج/ استنتج أن احتمال أن يتحصل الزبون على مبلغ غير معدوم يساوي 0,25

(2) نرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يمثل المبلغ الذي يتحصل عليه الزبون عند مشاركته في اللعبة
أ/ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب/ احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ تعطى النقط A, B, C, D التي لواحقها $z_A = -2$
 $z_D = 1 - 3i, z_C = -1 + i, z_B = 2$

(1) أثبت أن D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 5); (B, 3); (C, -6)\}$

(2) عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $|\bar{z} + 2| = |\bar{z} + 1 + i|$

(3) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الآسي، ثم استنتج طبيعة المثلث BCD

(4) أ/ أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الآسي.

ب/ استنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة

ج/ استنتج $|z_A - z_{B'}|$ حيث B' هي صورة B بالتحويل، f ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB'

(5) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = -\frac{1}{2}$ عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يأتي: $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أدرس تغيرات الدالة f

(2) أ/ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (d) معادلته: $y = x$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (d)

(3) أ/ بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1,3 < x_0 < 1,4$

ب/ عيّن معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب

ج/ أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم

(4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = |f(x)|$ ، (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق

أ/ بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f)

ب/ ارسمه في نفس المعلم السابق

ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $g(x) = m^2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

(A) ، (B) صندوقان . الصندوق (A) يحوي 5 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء أما الصندوق (B) فيحوي 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء ، كل الكرات متماثلة. نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق (A) و نسجل لونها و نعيدها الى الصندوق (B) الذي نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها أيضا .

(1) احسب $P(E)$ احتمال الحصول على كرتين بيضاوين

(2) احسب $P(F)$ احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

(3) X متغير عشوائي يرفق كل كرة بيضاء بالعلامة $(\alpha+)$ و كل كرة سوداء بالعلامة $(\alpha-)$.

أ/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

ب/ عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $E(X) = 1$

4- نضيف الى الصندوق (B) ، $n-3$ كرة سوداء و نعيد عملية السحب المبينة أعلاه .

أ/ ما احتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟

ب/ كم من كرة سوداء ينبغي إضافتها الى الصندوق (B) حتى يكون احتمال سحب كرتين بيضاوين هو 0,25

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 4e^3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$

(1) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 4$

ب/ أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$: $v_n = \ln u_n - 2 \ln 2$

أ/ أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول

ب/ أكتب v_n بدلالة n ثم بين أن : $u_n = 4e^{\frac{3}{2^n}}$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

ج/ عين العدد الطبيعي n الذي يحقق : $v_0 + v_1 + \dots + v_n = 6(1 - e^{-2021 \ln 2})$

(3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$P(z) = z^3 - (4+2i)z^2 + 8(1+i)z - 16i$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث ؛

أ/ بين أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلاً تخيلياً صرفاً z_0 يطلب تعيينه

ب/ نضع : $f(z) = z^2 + \alpha z + \beta$

جد العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - 2i)f(z)$

ج/ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة: $P(z) = 0$

II- المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B و C لواحقتها على الترتيب

$$z_C = 2 - 2i \text{ و } z_B = 2 + 2i , z_A = 2i$$

(1) أكتب : z_A ، z_B و z_C على الشكل الآسي

$$(2) \text{ بّنى أن: } \left(\frac{z_A}{2}\right)^{2020} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{1954} - \left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{1962} = 1$$

(3) أ/ أحسب العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب/ استنتج أن C هي صورة A بالتشابه المباشر S الذي مركزه B ، يطلب تعيين نسبته وزاويته

(4) أكتب الصيغة المركبة للتشابه المباشر S

(5) عّين المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $|f(z) - 4| = 3$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

(1) أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

(2) أ/ بّنى أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0,6 < \alpha < 0,7$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{3x}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وفسر النتيجة الأخيرة هندسيا

(2) بّنى أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

(4) بّنى أن : $f(\alpha) = \frac{\alpha}{6} + \frac{1}{2\alpha}$ ، ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$

(5) أنشئ المنحنى (C_f)

(6) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m + 1$

محبكم في الله الأستاذ محمد حاقّة