الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض **ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة**

المستوى: الثالثة علوم تجريبية **يـــوم: 2020.03.02**

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

المدة : ثلاث ساعات و نصف

على الطالب ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول(20ن) :

التمرين الأول(04ن) :

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$.
2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب :
$z_A=-1+\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_B}$.
أ- بين ان : $z_B-z_A=i(z_C-z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC و أحسب مساحته .
ب- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب L حيث : $L=\frac{z_C-z_A}{z_C}$
ج- بين أن : $L=\frac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ ثم استنتج قيمة $\tan\frac{\pi}{12}$.
3. نعتبر التحويل النقطي S الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z' و المعرف بـ:
$z'=(z-z_B)L+z_B$.
أ- بين ان S تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة .
ب- لتكن النقط C' ، B' ، A' صور النقط C ، B ، A أحسب مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمرين الثاني (04ن):

يحتوي كيس على ستة كرات حمراء أربع منها تحمل الرقم 1 و اثنتان تحملان الرقم 2 و ثمان كرات خضراء خمسة منها تحمل الرقم 1 و ثلاثة تحمل الرقم 2 الكرات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في ان واحد .

نعتبر الحدثان A : " سحب كرتين من نفس اللون " B:"سحب كرتين من نفس الرقم "

1. بين أن : $P(A)=\frac{43}{91}$ ثم أحسب $P(B)$.
2. أ- علما ان الكرتان المسحوبتان من نفس اللون ، ماهو احتمال ان تحملان نفس الرقم ؟
ب- استنتج $P(A\cap B)$.
3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
أ- عين القيم الممكنة لـ X ثم عرف قانون احتماله .
ب-أحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث(05ن):

لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين معرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي : $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{2v_n + u_n}{3} \end{cases}$ و $\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = \frac{v_n + 2u_n}{3} \end{cases}$.

1. من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (L_n) بحيث : $L_n = u_n - v_n$.
   أ- أثبت ان (L_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
   ب- أوجد عبارة L_n بدلالة n . هل (L_n) متقاربة ؟
2. أدرس اتجاه تغير المتتاليتين (u_n) و (v_n) .
3. بين أن (u_n) و (v_n) متجاورتان و لهما نفس النهاية التي نرمز لها بالرمز l .
4. استنتج بدلالة n المجموع S_n المعرف بـ : $S"_n = S'_n + S_n$ علما أن:
   $S'_n = v_0u_0 - v_0^2 + v_1u_1 - {v_1}^2 + \cdots + v_nu_n - v_n^2$.
   $S"_n = u_0^2 - u_0v_0 + u_1^2 - u_1v_1 + \cdots + u_n^2 - u_nv_n$
5. من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (w_n) بحيث : $w_n = u_n + v_n$.
   - أثبت ان (w_n) ثابتة ثم استنتج قيمة l

التمرين الرابع(07ن) :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

1. أ – أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$
   ب- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f)
   ج- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (D) .
2. أ- أثبت أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$.
   ب- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$،
   ج- بين ان المستقيم (D') الذي معادلته $y = -x + \ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f)
   د-أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (D')
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4. أرسم (C_f) و المقاربات (D) ، (D')
5. لتكن (Δ_m) المستقيمات التي معادلاتها من الشكل $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$ حيث m وسيط حقيقي .
   أ- تحقق أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة $A\left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 2}{2}\right)$.
   ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$.
6. hدالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(x^2)$ دون حساب عبارة الدالة h أدرس اتجاه تغيراتها .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني(20ن)

التمرين الأول (04ن):

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية : $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$.

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e^2$.
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة ؟
3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n) - 2$.
   أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
   ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .
   ج- ماهي نهاية كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .
4. أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$

التمرين الثاني(04ن):

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، كل الكرات متماثلة لا نفرق بينهم عند اللمس .

1. نسحب من الكيس عشوائيا و في ان واحد 3 كرات .
   أ- أحسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية :
   A:" الكرات المسحوبة كلها حمراء" B:" توجد كرة حمراء واحدة فقط في السحب"
   C:" توجد على الأقل كرية واحدة فقط بيضاء في السحب " D:"الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة "
2. ننزع من الكيس الكرات البيضاء و نضع مكانها n كرة سوداء حيث $n \geq 2$ ثم نسحب على التوالي كرتين دون إرجاع .
   - نفرض أن سحب كرية حمراء يساوي (-10) نقطة و سحب كرية سوداء يساوي $(+5)$ نقطة و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع المحصل عليها .
   أ- أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي E(X) .
   ب- عين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة .
   ج- كيف نختار عدد الكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة ؟

التمرين الثالث (05ن):

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z^2+4)(z^2-6z+10) = 0$.
2. المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C ، D ، E لواحقها على الترتيب :
   $z_A = 2i$ ، $z_B = -2i$ ، $z_C = 3-i$ ، $z_D = 3+i$ ، $z_E = 2-2i$
   - نضع : $L = \frac{z_C - z_A}{z_D - z_A}$.
   أ- أحسب طويلة و عمدة العدد المركب L ثم فسر النتيجة هندسيا .
   ب- استنتج أنه يوجد دوران وحيد R يحول B إلى A و D إلى C يطلب إيجاد زاويته .
3. نسمي (T_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z و التي تحقق : $\arg(iz+1-3i) = \frac{-\pi}{4}$.
   - بين أن B تنتمي الى (T_1) ثم عين (T_1) .
4. نرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' بالدوران R .
   أ- أكتب العبارة المركبة للدوران R ، ثم عين سابقة النقطة O بالدوران R .
   ب- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|-iz+2+2i| = |z_A|$
   أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\frac{z-z_B}{z-z_D}$ ثم استنتج مجموعة النقط بحيث يكون العدد $\frac{z-z_B}{z-z_D}$ حقيقيا سالبا .

التمرين الرابع (07ن):

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = 1 - (1 + 2x)e^{2x}$

1. أحسب نهاية الدالةg عند$-\infty$ و $+\infty$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
3. أحسب g(0) ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II . نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب نهاية الدالة f عند$-\infty$ و $+\infty$.
2. أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

3. أ- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4. أ- بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين تقبل α و β حيث : $-3.5 < \alpha < -3$ و $0.75 < \beta < 0.8$

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) .يطلب تعيين معادلة له .

5. أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .
6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$
7. h دالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة : $h(x) = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

أ- بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $h(x) = f(\frac{1}{x})$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها (دون حساب عبارة h)

انتهى المـــــــوضوع الثاني

مع تمنيات أستاذة المادة لكم بالنجاح :"مباركي ف "