

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$

(1) الجدول التالي يعطي قيم تقريبية لبعض حدود المتتالية (u_n)

n	1	5	10	15	20
u_n	1,4142	1,9571	1,9986	1,9999	1,9999

• ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

(2)

أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$

ج) برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \ln(u_n) - \ln 2$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عين حدها الأول.

ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n

ج) عين نهاية المتتالية: (u_n)

ح) أحسب بدلالة n المجموع s_n حيث: $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تحتوي علبة على 7 كرات لا نفرق بينها باللمس 4 منها تحمل الرقم 1 و كرتان تحملان الرقم 2 و كرة واحدة تحمل الرقم 0 . نسحب ثلاث كرات في آن واحد

(1) أحسب احتمال الحوادث التالية

أ) A : "الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم"

ب) B : "يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0"

ت) C : "مجموع الأرقام المسحوبة يساوي 3"

(2) X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بعملية السحب مجموع الأرقام المسحوبة

أ) أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

(3) نسحب الآن من الكيس ثلاث كرات على التوالي و دون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الكيس و نسجل بالأرقام عددا طبيعيا رقم أحاده هو الرقم المسحوب ثالثا و رقم عشراته هو الرقم المسحوب ثانيا و رقم مئاته هو الرقم المسحوب أولا.

(أ) أحسب احتمال الحصول على رقم زوجي. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

(ب) أحسب احتمال الحصول على رقم يقبل القسمة على 5

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I. في الشكل المقابل () هو المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (ax + b)e^x + c$

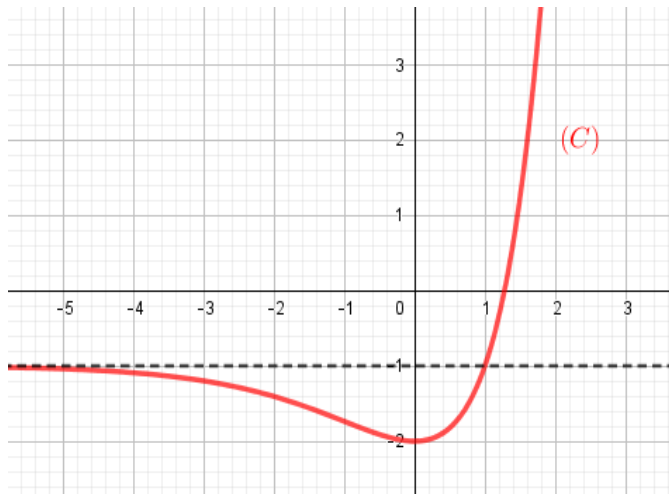
حيث: a و b و c أعداد حقيقية

(1) بقراءة بيانية:

(أ) عين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم استنتج قيمة c

(ب) عين نهاية الدالة g عند $+\infty$

(ت) عين كلا من $g(0)$ و $g'(0)$ ثم استنتج قيمتي كلا من a و b



(2) نفرض فيما يأتي: $g(x) = (x - 1)e^x - 1$

(أ) شكل جدول تغيرات الدالة g

(ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

محصور بين 1,2 و 1,3 ثم استنتج إشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x}{x+1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل لـ: (C_f) بجوار $+\infty$. ثم

ادرس الوضعية النسبية بين (C_f) و (Δ)

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها (لاحظ أن: $f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^x + 1)^2}$)

(4) بين أن: $f(\alpha) = \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا لـ: $f(\alpha)$

(5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(6) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = f(m)$

التمرين الرابع: (04 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط $D; C; B; A$ التي لواحقتها على الترتيب: $Z_A = \sqrt{3} + i$ و $Z_B = -\sqrt{3} - i$ و $Z_C = 2i$ و $Z_D = -1 + \sqrt{3}i$

(1) أنشئ في المعلم $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط $D; C; B; A$ مع شرح كيفية الإنشاء

(2) عين I لاحقة النقطة I منتصف قطعة المستقيم $[BA]$

(3) عين E لاحقة النقطة E مركز الدائرة المحيطة بالمثلث CAB

(4) عين مجموعة النقط $\mathcal{M}$ ذات اللاحقة Z في كل حالة:

$$\bullet |iZ + 2| = |Z - i - \sqrt{3}|$$

$$\bullet |Z + \sqrt{3} + i| = \sqrt{3}$$

(5) أكتب العدد المركب $\frac{Z_B}{Z_C}$ على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث COB

(6) أحسب $(Z_D)^{2015}$ (تعطى النتيجة على الشكل الجبري)

(7) أعط تفسيراً لطويلة و عمدة العدد المركب: $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$