ثانوية عبد الحق بن حمودة - سيرات- مستغانم — السنة الدراسية : 2020/2019

المستوى: 3 تقني رياضي — المدة : 120 دقيقة

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول

نعتبر المعادلة (E_n) ذات المجهولين الصحيحين x و y الآتية : $645x-195y=13^n-54n-1$ حيث $n\in\mathbb{N}$.

1- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 15.

2- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها المعادلة (E_n) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

3- جد الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E_2) بحيث $x_0+y_0=4$ ثم حل المعادلة (E_2).

4- A عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}^{6}$ في النظام ذي الأساس 6 و يكتب $\overline{\beta 0\gamma\gamma\gamma}^{5}$ في النظام ذي الأساس 5.

- عين قيمة الأعداد الطبيعية α، β و γ ثم أكتب العدد A في النظام العشري.

التمرين الثاني

1- يحتوي صندوق على 4 كرات خضراء ثلاثة منها تحمل الرقم 1 و واحدة تحمل الرقم 2 وكرتين حمراوين تحملان الرقمين 0 و -1 ، كل الكرات متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس.

✍ نسحب من الصندوق عشوائيا **كرتين على التوالي بالارجاع**

- ما احتمال الحصول على كرتين جداء رقميهما سالب تماما.
- ما احتمال الحصول على كرة حمراء في السحب الثاني.

2- نقوم الآن باستبدال الكرات الحمراء بـ n كرة بيضاء تحمل الرقم 2 حيث $n>1$ و نسحب من الصندوق عشوائيا **كرتين على التوالي و بدون إرجاع.**

✍ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المسجلين على الكرتين.

- عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله.
- بين أن الأمل الرياضياتي $E(X)=\dfrac{4n^2+22n+30}{(n+3)(n+4)}$.

التمرين الثالث

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^3+8=0$

تذكير: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

II. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B و D التي لواحقها $z_A=-2$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z}_B$.

1-أ) أكتب العدد $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABD.

ب)أكتب معادلة الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABD.

ج) عين قيم العدد الصحيح n حتى يكون $\left(\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\right)^n$ حقيقي موجب.

2- لتكن النقطة C مرجح الجملة $\{(A;-1),(B;1),(D;1)\}$.

أ) عين z_C لاحقة النقطة C ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

ب) أحسب قيس الزاوية الموجهة $(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DO})$ ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (DC) و الدائرة (C).

3- أ) العبارة المركبة للدوران R :

لدينا العبارة المركبة للدوران هي $z' = az + b$

$a = \dfrac{z_B - z_D}{z_A - z_D} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ لأن المثلث ABD متقايس الأضلاع

أي $\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DB}\right) = \dfrac{\pi}{3}$ لأنها في الاتجاه المباشر أو يمكن التحقق حسابيا.

$z_D = \dfrac{b}{1-a}$ أي $b = z_D(1-a) = \left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-\left(\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = 2$

اذن العبارة المركبة للدوران R هي $z' = e^{i\frac{\pi}{3}}z + 2$ أو

$z' = \left(\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z + 2$.

ب) تحقق أن $R(B) = C$:

$$z' = \left(1+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z_B + 2 = \left(1+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right) + 2 = 4 = z_C$$

اذن C صورة B بالدوران R أي $R(B) = C$.

- **استنتاج صورة المثلث ABD بالدوران R :**

لدينا $\begin{cases} R(D) = D \\ R(B) = C \\ R(A) = B \end{cases}$ اذن صورة المثلث ABD بالدوران R هو المثلث BCD.

4- تعيين (Γ) : لدينا $arg\left(\overline{z} + 2\right) = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$

يكافئ $arg\left(\overline{z+2}\right) = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ يكافئ $-arg\left(z-(-2)\right) = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$

يكافئ $arg\left(z - z_A\right) = -\dfrac{\pi}{6} - 2k\pi$ ومنه مجموعة النقط (Γ) هي نصف مستقيم مبدؤه النقطة A باستثناء النقطة A.