

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

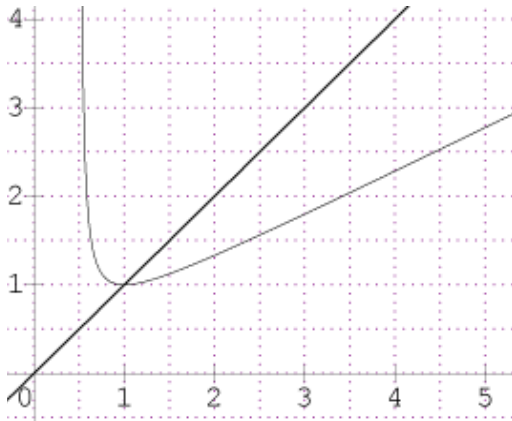
المدة: 3 ساعات

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

التمرين الأول: 5 نقاط

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}$

f دالة معرفة على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$ بـ: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$, (C_f) تمثيلها البياني و (Δ) مستقيم معادلته $y = x$



في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) (أنظر الشكل)

1- أ- أعد رسم الشكل المقابل على الورقة ثم مثل على محور

الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 مع توضيح الخطوط.

ب- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

3- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة ; احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

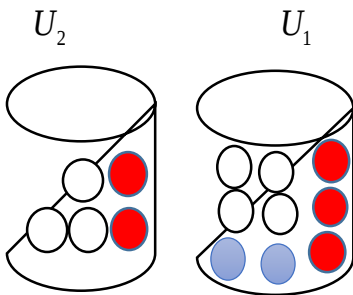
4- (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \ln\left(1 - \frac{1}{u_n}\right)$

أ- يبين أن المتتالية (v_n) هندسية وأساسها $q = 2$ ثم احسب v_0 .

ب- اكتب بدلالة n .

ج- اكتب بدلالة u_n , v_n ثم استنتج أن: $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$

5- احسب S_n و S'_n : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$; $S'_n = \left(1 - \frac{1}{u_0}\right) \times \left(1 - \frac{1}{u_1}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{u_n}\right)$



التمرين الثاني: 4 نقاط

نعتبر صندوقين U_1 و U_2 . الصندوق U_1 يحتوي على 3 كرات حمراء و 4 كرات بيضاء و 2 زرقاء.

الصندوق U_2 يحتوي: كرتين حمراوين و 3 كرات بيضاء; لا نفرق بين الكرات باللمس.

I- نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 .

- احسب احتمال سحب: A: "كرتان من نفس اللون". B: "كرتين مختلفتا اللون".

II- نعتبر سحب 3 كرات بالكيفية التالية: كرتان في آن واحد من من الصندوق U_1 وكرة واحدة من الصندوق U_2

- احسب احتمال الأحداث التالية:

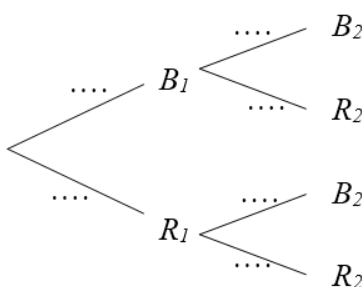
C: "الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون". D: "سحب كرتين حمراوين على الأقل"

E: "الكرات المسحوبة تعطينا ثلاثي الألوان"

III- نضيف للصندوق U_2 n كرة بيضاء حيث ($1 \leq n$) ثم نسحب كرتين على التوالي

دون إرجاع من نفس الصندوق U_2 . نعتبر P_n "سحب كرتين من نفس اللون"

- اكمل شجرة الاحتمالات, ثم يبين أن: $P_n = \frac{n^2 + 5n + 8}{(n+5)(n+4)}$



التمرين الثالث: 4 نقاط

- $P(z) = z^3 - 5z^2 + 12z - 8$ - I كثير حدود للمتغير المركب z حيث: $P(1) = 0$ احسب $P(z)$ ثم عين العددين a و b الحقيقيين حتى يكون $P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$
- ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.
- II في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط A, B, C و z_E لواحقتها على الترتيب
- $$z_E = 4 \times \frac{1-i}{1+\sqrt{3}i} \quad ; z_C = \overline{z_B} \quad ; z_B = 2+2i \quad z_A = 1$$

- 1- اكتب كلا من z_B و z_C على الشكل الأسّي، ثم يبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{8n} = 2$
- 2- اكتب العدد المركب z_E على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي.
- 3- اكتب على الشكل الأسّي العدد المركب $\frac{z_B}{z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OBC .
- 4- عين لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع، ثم حدد طبيعته.
- 5- عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A, |z_A|); (z_B, |z_B|); (z_C, |z_C|)\}$
- 6- عين (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $\left|\frac{z-2-2i}{z-1}\right| = 1$

التمرين الرابع: 7 نقاط

- $f(x) = \frac{x+1}{1-e^{-x}}$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ:
- (C_f) المنحنى البياني للدالة في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- 1- أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 - ب- يبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = \frac{e^x(x+1)}{e^x - 1}$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 - 2- يبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$; ثم استنتج مستقيمات مقاربة أخرى إن وجدت.
 - 3- أ- يبين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^2}$ حيث g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ يطلب تعيينها.
 - ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 - ج- يبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-1,8 < \alpha < -1,9$ و $1,1 < \beta < 1,2$.
 - د- استنتج إشارة $g(x)$.
 - و- استنتج إشارة $f'(x)$ واتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - 4- ادرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) مع المنحنى (C_f) .
 - 5- يبين أن: $f(\alpha) = \alpha + 2$ ثم استنتج حصراً لكل من $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.
 - 6- أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .
 - 7- يبين أن المستقيمات $y = mx + 1$: (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيينها.
 - ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + 1$.

مع تحيات

انتهى بالتوفيق للجميع

الحل النموذجي للإخبار الثاني ثالثة علوم

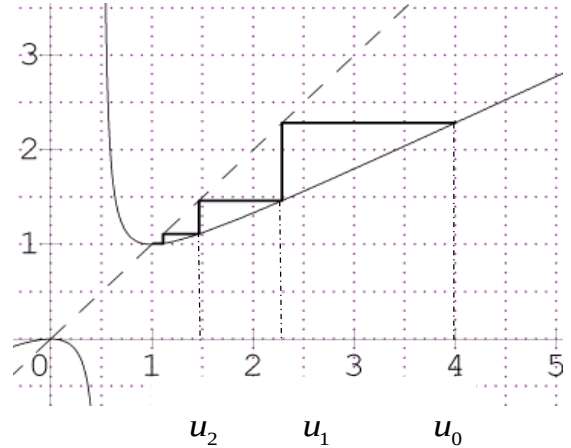
التمرين الأول: 5 نقاط

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 4$: $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}$

f دالة معرفة على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$ بـ: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$, (C_f) تمثيلها

البياني و (Δ) مستقيم معادلته $y = x$

1- تمثل على محور الحدود u_0, u_1, u_2



ب- بما أن $u_2 < u_1 < u_0$ فإن المتتالية متناقصة تماما ومتقاربة نحو 1.

2- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

الدالة المرفقة للمتتالية (u_n) هي: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$ ومنه المشتقة

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 2x}{(2x-1)^2} \quad f \text{ متزايدة تماما على } [1; +\infty[$$

- التحقق من أجل $n=0$ و $u_0 = 4$ ومنه $u_0 \geq 1$ ومنه الخاصية محققة.

- نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ أي $u_n \geq 1$

- نبرهن صحة الخاصية من أجل الرتبة $n+1$ أي $u_{n+1} \geq 1$

لدينا من الفرضية $u_n \geq 1$ ومنه $f(u_n) \geq f(1)$ ومنه $u_{n+1} \geq 1$

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنه $u_n \geq 1 \quad n \in \mathbb{N}$

3- دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n^2}{2u_n - 1} - u_n = \frac{-u_n^2 + u_n}{2u_n - 1} = \frac{u_n(-u_n + 1)}{2u_n - 1}$$

لدينا $u_n \geq 1$ ومنه $-u_n + 1 \leq 0$ و $2u_n - 1 \geq 1$ ومنه $u_{n+1} - u_n < 0$

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

بما أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها متقاربة.

حساب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ لدينا $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1} = l$ ومنه

$$\frac{l^2}{2l-1} = l \quad \text{ومنه } -l^2 + l = 0 \quad \text{ومنه } l = 0 \text{ أو } l = 1 \text{ بما أن } u_n \geq 1$$

فإن $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$

4- (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \ln\left(1 - \frac{1}{u_n}\right)$

أ- بيان أن المتتالية (v_n) هندسية وأساسها $q = 2$

$$v_{n+1} = \ln\left(1 - \frac{1}{u_{n+1}}\right) = \ln\left(1 - \frac{1}{\frac{u_n^2}{2u_n - 1}}\right) = \ln\left(1 - \frac{2u_n - 1}{u_n^2}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{u_n^2 - 2u_n + 1}{u_n^2}\right) = \ln\left[\left(\frac{u_n - 1}{u_n}\right)^2\right] = 2 \ln\left(\frac{u_n - 1}{u_n}\right) = 2v_n$$

ومنه المتتالية (v_n) هندسية وأساسها $q = 2$ و $v_0 = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$

ب- كتابة v_n بدلالة n : $v_n = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \times 2^n$

ج- كتاب u_n بدلالة v_n , $v_n = \ln\left(1 - \frac{1}{u_n}\right)$ ومنه $e^{v_n} = 1 - \frac{1}{u_n}$ ومنه

$$u_n = \frac{1}{1 - e^{v_n}} = \frac{1}{1 - e^{2^n \times \ln(3/4)}} = \frac{1}{1 - e^{\ln(3/4)^{2^n}}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$$

5- حساب S_n و S'_n : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

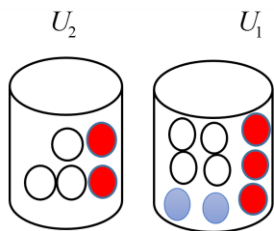
$$S_n = \ln\left(\frac{3}{4}\right) [2^{n+1} - 1]$$

$$S'_n = \left(1 - \frac{1}{u_0}\right) \times \left(1 - \frac{1}{u_1}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{u_n}\right)$$

$$= e^{v_0} \times e^{v_1} \times \dots \times e^{v_n} = e^{v_0 + v_1 + \dots + v_n}$$

$$= e^{S_n} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2^{n+1} - 1}$$

التمرين الثاني: 4 ز



I. نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1

$$P(A) = \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_9^2} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$P(B) = \frac{C_4^1 C_2^1 + C_4^1 C_3^1 + C_3^1 C_2^1}{C_9^2} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

II. سحب كرتين في آن واحد من U_1 وكرية من U_2

$$P(C) = \frac{C_4^2}{C_9^2} \times \frac{3}{5} + \frac{C_3^2}{C_9^2} \times \frac{2}{5} \quad \text{"الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون"}$$

- اثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{8n} = 2$

$$\left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{8n} = \left(\frac{2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2}}\right)^{8n} + \left(\frac{2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2}}\right)^{8n}$$

$$= \left(e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)^{8n} + \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{8n} = \left(e^{-i\frac{8n\pi}{4}}\right) + \left(e^{i\frac{8n\pi}{4}}\right)$$

$$= (e^{-i2n\pi}) + (e^{i2n\pi}) = 1 + 1 = 2$$

2- كتابة العدد المركب z_E على الشكل الجبري:

$$z_E = 4 \times \frac{1-i}{1+\sqrt{3}i} = 4 \frac{(1-i)(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)} = 1 - \sqrt{3} + i(-1 - \sqrt{3})$$

$$|z_E| = 4 \frac{|1-i|}{|1+\sqrt{3}i|} = 2\sqrt{2} \quad \text{ومنه}$$

$$\arg(z_E) = \arg\left(\frac{4-4i}{1+\sqrt{3}i}\right) = \arg(4-4i) - \arg(1+\sqrt{3}i)$$

$$= -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{12}$$

$$z_E = 2\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right) \right) \quad \text{ومنه الشكل المثلثي}$$

3- كتابة على الشكل الأسّي العدد $\frac{z_B}{z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OBC .

$$\left(\overline{OC}; \overline{OB}\right) = \frac{\pi}{2} \text{ و } \frac{OB}{OC} = 1 \text{ ومنه } \frac{z_B}{z_C} = \frac{2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}} = e^{i\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right]} = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

ومنه المثلث OBC قائم في O ومتساوي ساقيين.

4- تعيين لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع

$$\text{يكافئ: } \overline{Z_{AB}} = \overline{Z_{CD}} \text{ ومنه } z_B - z_A = z_D - z_C \text{ ومنه}$$

$$z_D = 3 \text{ ومنه } z_D = 2 - i2 - 1 + 2 + 2i = 3$$

$$\frac{z_B - z_C}{z_D - z_A} = \frac{2 + 2i - 2 + 2i}{2} = 2i \text{ طبيعة المتوازي الاضلاع:}$$

$$\text{ومنه } \frac{CB}{AD} = 2 \text{ و } \left(\overline{CB}; \overline{AD}\right) = \frac{\pi}{2} \text{ ومنه الرباعي } ABDC \text{ معين.}$$

5- تعيين لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A; |z_A|); (z_B; |z_B|); (z_C; |z_C|)\}$

$$\text{يكافئ } G \text{ مرجح الجملة } \{(A; 1), (B; 2\sqrt{2}), (C; 2\sqrt{2})\}$$

ومنه

$$z_G = \frac{z_A + 2\sqrt{2}z_B + 2\sqrt{2}z_C}{1 + 4\sqrt{2}} = \frac{1 + 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i}{1 + 4\sqrt{2}}$$

$$z_G = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{1 + 4\sqrt{2}}$$

- "سحب كرتين حمراء على الأقل"

$$P(D) = \frac{C_3^2}{36} \times \frac{3}{5} + \frac{C_3^1 C_6^1}{36} \times \frac{2}{5} + \frac{C_3^2}{36} \times \frac{2}{5} = \frac{51}{180}$$

"الكرات المسحوبة تعطينا ثلاثي الألوان"

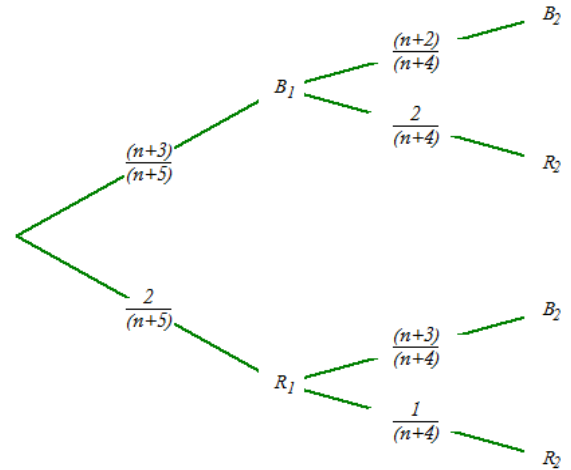
$$P(E) = \frac{C_2^1 C_3^1}{36} \times \frac{3}{5} + \frac{C_2^1 C_4^1}{36} \times \frac{2}{5} = \frac{34}{180}$$

III- نضيف لل صندوق U_2 n كرية بيضاء حيث $(1 \leq n)$ ثم

نسحب كرتين على التوالي

دون إرجاع من نفس الصندوق U_2 . نعتبر P_n "سحب كرتين من

نفس اللون"



$$P_n = \frac{n+3}{n+5} \times \frac{n+2}{n+4} + \frac{2}{n+5} \times \frac{1}{n+4} = \frac{n^2 + 5n + 8}{(n+5)(n+4)} \quad \text{ومنه}$$

التمرين الثالث: 4

I - $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث:

$$P(z) = z^3 - 5z^2 + 12z - 8$$

أ- حساب $P(1)$ ثم تعيين العددين a و b الحقيقيين حتى يكون

$$P(z) = (z-1)(z^2 + az + b)$$

$$P(1) = 0$$

	1	-5	12	-8
1				
	1	-4	8	0

$$\text{ومنه } P(z) = (z-1)(z^2 - 4z + 8)$$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$. ومنه

$$z = 1 \text{ أو } z^2 - 4z + 8 = 0 \text{ ومنه } \sqrt{\Delta} = i4$$

$$z_2 = \bar{z}_1; z_1 = 2 + 2i$$

1- كتاب كلا من z_B و z_C على الشكل الأسّي لدينا $z_B = 2 + 2i$

$$\text{ومنه } |z_B| = 2\sqrt{2} \text{ و } \arg(z_B) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ومنه } z_B = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$\text{لدينا } z_C = \overline{z_B} = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

6- تعيين (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون

$$\left| \frac{z-2-2i}{z-1} \right| = 1 \quad \text{تكافئ} \quad |z-2-2i| = |z-1| \quad \text{ومنه}$$

$$MA = MB \quad \text{يكافئ} \quad |z-z_B| = |z-z_A|$$

ومنه مجموعة النقط M هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

التمرين الرابع: 7

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{x+1}{1-e^{-x}}$

C_f المنحنى البياني للدالة في معلم متعامد ومتجانس $O; \vec{i}, \vec{j}$

$$1- \text{أ- حساب} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{1-e^{-x}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{1-e^{-x}} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{1-e^{-x}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

ب- بيان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1} \cdot \frac{x+1}{1-e^{-x}}$

$$f(x) = \frac{x+1}{1-e^{-x}} = \frac{e^x(x+1)}{e^x(1-e^{-x})} = \frac{e^x(x+1)}{e^x - 1}$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \right) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x(x+1)}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x e^x + e^x}{e^x - 1} = 0$$

2- بيان أن $y = x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x e^x + e^x}{e^x - 1} - x - 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x e^x + e^x - x e^x - e^x + x + 1}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1}{e^x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x} \right)}{e^x \left(1 - \frac{1}{e^x} \right)} = 0$$

ومنه $y = x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

المستقيمت المقاربة $y = 0$; $x = 0$

3- أ- بيان أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^2}$

$$f'(x) = \frac{(e^x(x+1) + e^x)(e^x - 1) - e^x(e^x(x+1))}{(e^x - 1)^2}$$

$$= \frac{x e^{2x} + 2 e^{2x} - x e^x - 2 e^x - x e^{2x} - e^{2x}}{(e^x - 1)^2}$$

$$= \frac{e^x(e^x - x - 2)}{(e^x - 1)^2} = \frac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^2}$$

ومنه $g(x) = e^x - x - 2$

ب- دراسة اتجاه تغير الدالة g

حساب المشتقة: لدينا الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$

$$g'(x) = e^x - 1$$

ومنه الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ ومتزايدة تماما على $[0; +\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

جدول تغيرات الدالة g

ج- بيان أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث

$$-1,8 < \alpha < -1,9 \quad \text{و} \quad 1,1 < \beta < 1,2$$

الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على $[-1,9; -1,8]$ و $[1,1; 1,2]$

$$g(-1,8) \times g(-1,9) < 0 \quad \text{ومنه} \quad g(-1,8) = -0,03; \quad g(-1,9) = 0,05$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا

$$-1,9 < \alpha < -1,8$$

$$g(1,1) \times g(1,2) < 0 \quad \text{ومنه} \quad g(1,1) = -0,1; \quad g(1,2) = 0,12$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا

$$1,1 < \beta < 1,2$$

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$-$	$+$

د- استنتاج إشارة g

و- استنتاج إشارة f' واتجاه تغير الدالة f

$$\text{لدينا} \quad f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(e^x - 1)^2} \quad \text{ومنه إشارة} \quad f'(x) \quad \text{ومنه إشارة} \quad g(x)$$

الدالة g متزايدة تماما على $]-\infty; \alpha]$ و $[\beta; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[\alpha; 0]$

و $[0; \beta]$

جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$

4- دراسة الوضع النسبي للمستقيم Δ مع المنحنى C_f .

$$f(x) - (x+1) = \frac{x+1}{e^x - 1}$$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$e^x - 1$	$-$	$-$	$+$	$+$
$f(x) - y$	$+$	$-$	$+$	$+$
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

مع تحيات الأستاذ:

قشار صالح

واجه فإنك أهل لها

5- بيان أن $f(\alpha) = \alpha + 2$

لدينا $e^\alpha = \alpha + 2$ ومنه $g(\alpha) = 0$ و $g(\alpha) = e^\alpha - \alpha - 2$

$$f(\alpha) = \frac{e^\alpha (\alpha + 1)}{e^\alpha - 1} = \frac{\alpha + 2(\alpha + 1)}{\alpha + 1} = \alpha + 2$$

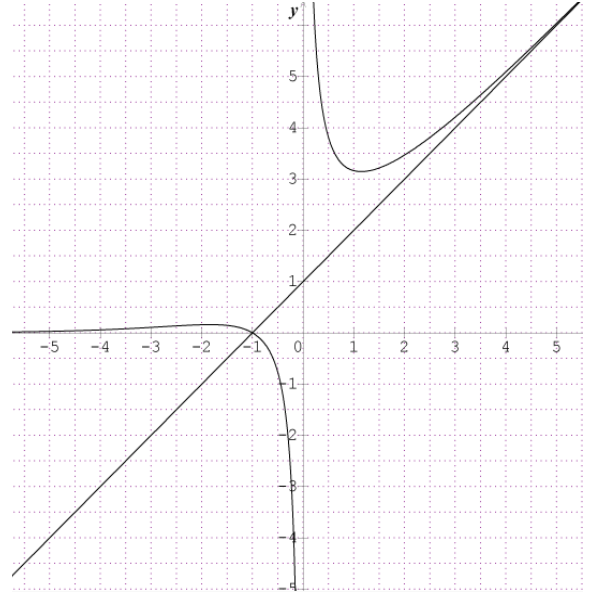
استنتاج حصر $f(\alpha)$ لدينا $-1,8 < \alpha < -1,9$ ومنه $0,1 < \alpha + 2 < 0,2$

ومنه $0,1 < f(\alpha) < 0,2$

لدينا $1,1 < \beta < 1,2$ ومنه $3,1 < \beta + 2 < 3,2$ أي

$3,1 < f(\beta) < 3,2$

6- انشاء المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)



7- اثبات أن المستقيمت (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة

$y = mx + 1$ يكافئ $0 = mx + 1 - y$ ومنه $x = 0$ و $1 - y = 0$

ومنه $x = 0$ و $y = 1$ ومنه النقطة الثابتة هي $(0; 1)$

المنافشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة

$$f(x) = mx + 1$$

حلول المعادلة هي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمت ذات

معامل التوجيه m

$m \in]-\infty; 0]$ المعادلة لا تقبل حلول

$m \in]0; 1[$ المعادلة تقبل حل وحيد.

$m \in]1; +\infty[$ المعادلة تقبل حلين.

انتهى بالتوفيق والتميز

في بكالوريا 2020