

ملاحظة

يتم منح نقطة واحدة على تنظيم ورقة الإجابة

السؤال النظري: (نقطة واحدة)

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية عددية حدودها موجبة تماما،  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $v_n = \log(u_n)$ .  
بين أنه إذا كانت  $(u_n)$  هندسية فإن  $(v_n)$  حسابية.

التمرين الأول: (03 نقاط): أجب بـ: صحيح أو خطأ مع التبرير.

(1) من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $+\infty[$  : 0] لدينا:  $e^{1-\ln(x)} = 1 - \ln(x)$ .

(2) المعادلة  $(3n-2)! - 1 = 0$  تقبل في  $\mathbb{N}$  حلين متمايزين.

(3) مجموعة الحلول في  $\mathbb{R}$  للمترابطة:  $\ln(8-x^2) \geq \ln 2 + \ln|x|$  هي:  $\{0\} - [-2; 2]$ .

التمرين الثاني: (08 نقاط):

I- لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{23}{27}$ .

(1) أحسب  $u_3$  ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(2) بين أنه إذا كانت  $(u_n)$  متقاربة فإن نهايتها  $l = \frac{23}{18}$ .

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > \frac{23}{18}$ .

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

(5) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = \frac{13}{18} \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{23}{18}$ .

II-  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $v_n = u_n - \frac{23}{18}$ .

(1- أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج) برر تقارب المتتالية  $(u_n)$ .

د) بين أن:  $\ln(v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n) = (n+1) \left( \ln \frac{13}{18} + \frac{n}{2} \ln \left( \frac{1}{3} \right) \right)$ .

III-  $(w_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $w_n = 1.277...7$ . (عدد من  $n$  رقم مساوياً لـ 7، مثلاً  $w_3 = 1.2777$ )

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أكبر من أو يساوي 1،  $\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \dots + \frac{1}{10^{n+1}} = \frac{1}{90} \left( 1 - \frac{1}{10^n} \right)$ .

- استنتج عبارة  $w_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أن:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \frac{a}{b}$ ، حيث  $a$  و  $b$  عدنان طبيعيان. و:  $(a, b) \neq (1, 1)$ .

(2) هل  $(u_n)$  و  $(w_n)$  متجاورتان؟ علل الإجابة.

الجزء الأول:

$g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = \frac{x+1-e^x}{e^x}$ .

- (1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) أحسب  $g(0)$  ثم استنتج إشارة الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .

الجزء الثاني:

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = x + 2 + \frac{x+1}{e^x}$  و  $C_f$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $f'(x) > 0$ . (يمكنك استعمال نفس الطريقة المتبعة في الجزء الأول).
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها. (حساب النهايات عند أطراف مجال التعريف مطلوب)
- (3) بين أن  $C_f$  يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار  $+\infty$ . يُطلب تعيين معادلة له.
- كـ أدرس الوضع النسبي بين  $C_f$  و  $\Delta$ .
- (4) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $[-2; -1]$ .
- أكمل الجدول أدناه ثم استنتج أحسن حصرًا للعدد  $\alpha$  سعته  $10^{-1}$ .

|          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |    |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| $x =$    | -2    | -1.9  | -1.8  | -1.7  | -1.6  | -1.5  | -1.4  | -1.3  | -1.2  | -1.1  | -1 |
| $f(x) =$ | -7.39 | -5.92 | -4.64 | -3.53 | -2.57 | -1.74 | -1.02 | ..... | ..... | ..... | 1  |

- (5) عين قيمة العدد الحقيقي  $\beta$  حتى يكون  $T: y = x + \beta$  مماساً لـ  $C_f$  في نقطة يُطلب تعيين فاصلتها.
- (6) بين أن:  $g(x) = f(x) - x - 3$  ثم استنتج الوضع النسبي بين  $C_f$  و  $T$ .
- (7) أنشئ المستقيم  $\Delta$  و المماس  $T$  و  $C_f$  في المعلم السابق ذكره.
- $m$  وسيط حقيقي،

كـ استنتج-بياناً- أن المعادلة  $f(x) = x + e^{m^2+2m+\ln(3)}$  لا تقبل حلولاً في  $\mathbb{R}$  معناه:  $m \in ]-\infty; -2[ \cup ]0; +\infty[$ .

الجزء الثالث:

$h$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = f(3x-1)$  (عبارة الدالة  $h$  غير مطلوبة).

كـ عين بدلالة  $a$  حلول المعادلة:  $h'(x) \times h(x) = 0$  في  $\mathbb{R}$ . ثم فسر النتائج المحصل عليها بياناً.

الأستاذ: زبدة عبد المالك يحضّر النجاشي للجميع

ولم أجبر الإنسان إلا ابن سعيه .. فمن كان أسعى كان بالمجر أجراً  
وبالهمة العليا يرتقى إلى العلا .. فمن كان أرقى همة كان أظهوراً  
ولم يتأخر من يريد تقيماً .. ولم يتقدم من يريد تأخراً