

التمرين الأول : (01.5 نقطة)

n عدد صحيح يختلف عن -1 و $A = \frac{n+4}{n+1}$ عدد حقيقي بحيث :

- تحقق أن $A = 1 + \frac{3}{n+1}$ ، ثم عيّن كل الأعداد الصحيحة n بحيث يكون A عددا صحيحا .

التمرين الثاني : (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على IR بـ : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- بين أنه من أجل كل x من IR فإن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل x من IR فإن : $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

و شكّل جدول تغيراتها .

(3) h دالة عددية معرفة على IR بـ : $h(x) = e^{-x} + x - 1$.

أدرس تغيرات الدالة h على IR ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(5) بين أنه من أجل كل x من IR فإن : $f(x) - x = \frac{-xh(x)}{h(x)+1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني

(C_f) والمماس (T) . فسّر النتيجة بيانيا .

(6) أرسم المماس (T) والمنحني (C_f) .

(7) أ) m وسيط حقيقي ، بين أن جميع المستقيمات (d_m) ذات المعادلة $y = mx$ تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$x[(x + e^{-x})m - 1] = 0 .$$

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

1. $f(x) = \frac{3+x}{5-x}$: $]-\infty; 5[$ المجال على المعرفة
- (1) f متزايدة تماما على المجال $]-\infty; 5[$.
- (2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.
 (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < U_n < 3$.
 (ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) واستنتج أنها متقاربة .
- (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{U_n - 1}{3 - U_n}$.
 أ- بين أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول .
 ب- بين أن $U_n = \frac{1 + 3V_n}{1 + V_n}$ ، ثم عبر بدلالة n عن U_n و V_n ، وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
- (4) أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n = U_0(1+V_0) + U_1(1+V_1) + \dots + U_n(1+V_n)$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

- I) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $h(x) = x^2 - 2 \ln x$.
 1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.
 2) شكّل جدول تغيرات الدالة h ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
- II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 1 - x - \frac{2}{x}(1 + \ln x)$.
 نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
 1) أحسب : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x فإن : $f'(x) = \frac{-h(x)}{x^2}$.
 ب- شكّل جدول تغيرات الدالة f .
 3) أ- بين أن المستقيم (D) ذي المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.
 ب- أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) .
 ج- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.41 < \alpha < 0.42$.
 4) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) ، يطلب تعيين معادلة ديكارتية له .
 5) أ- أرسم المستقيمين (D) و (T) والمنحني (C_f) .
 ب- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $f(x) = m - x$.