

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقطة)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، الدالة العددية

المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ ، وليكن (C_f)

المنحنى الممثل لها (الشكل المقابل) ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(I) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$

(II) (u_n) متتالية معرفة بحددها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ) أعد رسم الشكل في ورقة الإجابة ثم مثل الحدود u_3, u_2, u_1, u_0 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 1$ ، ثم بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما وماذا تستنتج؟

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{1+u_n}{1-u_n}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ثم عبر عن حددها العام v_n بدلالة n .

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 1 - \frac{2}{v_n + 1}$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) أحسب بدلالة n المجموعين $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $T_n = \frac{1}{u_0 - 1} + \frac{1}{u_1 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1}$

التمرين الثاني: (04,5 نقطة) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر $A(1; 4; -5)$ ، $B(3; 2; -4)$ ، $C(5; 4; -3)$ و $D(-2; 8; 4)$ نقط

منه و (Δ) مستقيما يشمل النقطة D وشعاع توجيهه $\vec{u}(1; 5; -1)$

(1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC) معادلته $x - 2z - 11 = 0$

(2) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) ، وتحقق أن النقطة $E(-3; 3; 5)$ تنتمي اليه .

(3) نعتبر (P) المستوي المعروف بتمثيله الوسيطى : $(t; k) \in \mathbb{R}^2$; $\begin{cases} x = 4 - 2t - 3k \\ y = -7t + k \\ z = -3 + 5t - 4k \end{cases}$

(أ) تحقق من أن $x - y - z - 7 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P).

(ب) بين أن المستويين (p) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيله الوسيط.

(ج) تحقق من أن النقطة $F(3;0;-4)$ تنتمي إلى (D)، واستنتج (بدون حساب) مع التبرير المسافة بين F والمستوي (P).

(4) (أ) عين إحداثيات النقطة G مرجح الجملة $\{(E;2),(F;1)\}$ ، ثم استنتج مع التعليل المسافة بين G والمستقيم (EF).

(ب) ما طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $(\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{ME}) \perp (\overrightarrow{2ME} + \overrightarrow{MF})$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A، B و C التي لواحقها على

الترتيب: $z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B = iz_A$ و $z_C = \overline{z_A}$

(1) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الجبري

(2) (أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $\frac{1+i-z}{-1+i-z} = 2e^{i\pi}$ (E)

(ب) إستنتج أن النقطة A هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه النقطة Ω ذات الإحقة z_Ω

(حيث z_Ω هو حل للمعادلة (E) يطلب تعيين عناصره المميزة وكتابة عبارته المركبة .

(3) (أ) أوجد مركز ونصف قطر الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .

(ب) بين أن النقطة H ذات الإحقة $z_H = -1 + 3i$ هي مركز الدائرة (γ') صورة الدائرة (γ) بالتحويل S ثم عين معادلة ديكارتية للدائرة (γ').

(4) عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا تماما.

(5) (أ) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات الإحقة z حيث: $z = z_C - k \frac{z_A}{z_C}$ ، k يسمح $\mathbb{R}_+^*$.

(ب) عين (Γ') مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $k \in \mathbb{Z}$ ، $\arg \left[\left(\frac{z_A - z}{z_B - z} \right)^2 \right] = \pi + 2\pi k$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

(I) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ الوحدة (cm)،

(Γ) التمثيل البياني للدالة: $x \rightarrow 2e^{x-1}$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x + 1$

α و 1 هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ) و (Δ) حيث: $-0,6 < \alpha < -0,5$

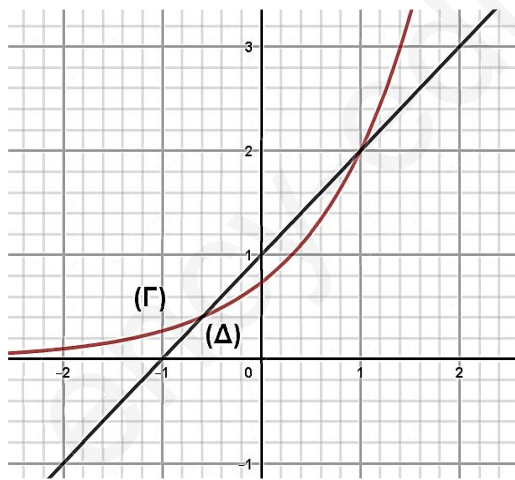
(1) بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$

(2) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -2e^{x-1} + x + 1$ ، حدد إشارة g(x) حسب قيم العدد الحقيقي x

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2(ex - e - 3) + (x + 2)e^{-x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

(1) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = -g(x)e^{2-x}$



(ج) عين دون حساب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(د) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (أ) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2(ex - e - 3)$ هو مستقيم مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ ، وأدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

(ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

(ج) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $-1,4 < \beta < -1,3$

(3) أنشئ كلا من (D) و (C_f) ، (نأخذ $f(\alpha) = 4,15$)

(4) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، (D) والمستقيمين الذين معادلتهما $x = 1$ و $x = 2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (05 نقاط) :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 \end{cases}$$

1- أحسب الحدود: u_1 ، u_2 ، u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

2- (أ) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n \leq n + 3$

(ب) أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) .

(ج) استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل ، هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة ؟

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $V_n = u_n - n$

(أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) أكتب V_n بدلالة n ، واستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية (u_n) عند $+\infty$

(ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

4- لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $t_n = \ln(V_n)$

(أ) برهن أن (t_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب)- أحسب بدلالة n المجموع : $A_n = t_0 + t_1 + \dots + t_n$ و استنتج بدلالة n الجداء : $P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$.

التمرين الثاني (04 نقاط):

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ،منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام بـ: 0،0،0،1،2،3،4

و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 4،-3،-1 ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق

1 (أحسب احتمال الحوادث التالية:

A: "الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون "

B: "الحصول على كرة حمراء على الأقل تحمل عددا سالبا "

C: "الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم "

(2) نعيد الصندوق الى وضعيته الأولى ونسحب على التوالي دون ارجاع كريتين من الصندوق .

(أ) أحسب احتمال: D: "الحصول على كريتين مختلفتين اللون" ، E: "الحصول على كريتين جداء رقميهما عددا سالبا تماما"

(ب) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث (05 نقاط) :

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(z - 2)(z^2 + 2z + 4) = 0$

(II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ النقط :

A, B, C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A = -1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ ، $z_C = 2$ ،

(أ) بين أن : $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{\frac{i\pi}{3}}$.

(ب) عين طبيعة المثلث ABC .

(ج) عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC ، أرسم (C) .

(1) (أ) عين الطبيعة و العناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق

$$2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$$

(ب) تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ) .

(2) ليكن الدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

(أ) عين صورة B بالدوران R

(ب) عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

(ت) عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R .

التمرين الرابع (06 نقاط)

المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2 - x(1 + \ln(2) - \ln(x))$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x) = 2 - x - x \ln x \\ f(0) = 2 \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) أحسب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - 2}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

(ب) أحسب نهاية الدالة $f(x)$ عند $+\infty$.

(ج) أحسب $f'(x)$ مشتق الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم أدرس إشارته .

(د) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) (أ) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) ، عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

(ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(3) أنشئ (Δ) والمنحنى (C_f) .

(4) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x^2 \ln x$

(أ) أحسب $h'(x)$ مشتق الدالة h .

(ب) استنتج دالة أصلية على المجال $]0; +\infty[$ للدالة : $x \rightarrow x \ln x + \frac{x}{2}$.

(ج) α عدد حقيقي حيث $0 < \alpha < 1$ ، أحسب المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي

معادلاتها $x = \alpha$ ، $x = 1$ ، $y = 0$ ثم أحسب $\lim_{\alpha \rightarrow 0} A(\alpha)$ واعط تفسيراً لهذه النتيجة .