

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية العقيد احمد بن عبد الرزاق

دورة ماي 2019

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 ساعات ونصف

مديرية التربية لولاية وهران

امتحان البكالوريا التجريبي

المستوى : سنة ثالثة

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}} \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

1/ أ- احسب الحدود u_1, u_2, u_3 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

ج- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم استنتج نهايتها .

2/ نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n^2 - 1$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .

ب- اكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3/ احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية : $T_n = v_0 + 2v_1 + \dots + 2^n v_n$ ، $S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$

$$L_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n \text{ و}$$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

أ- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

أ- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقط :

$$A, B, C \text{ التي لاحقاتها على الترتيب } z_A = -1 + i\sqrt{3}, z_B = -1 - i\sqrt{3}, z_C = 2$$

1) بين أن $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم عين طبيعة المثلث ABC .

2) عين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC . ارسم (C) .

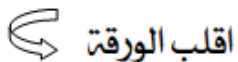
3) عين الطبيعة والعناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة التي تحقق :

$$2(z + \bar{z}) + z \cdot \bar{z} = 0 \text{ . ثم تحقق أن النقطتين } A \text{ و } B \text{ تنتميان إلى } (\Gamma) \text{ .}$$

4) أكتب العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$ ، ثم عين صورة النقطة B بالدوران R .

ثم z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

- عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R .



اقلب الورقة

التمرين الثالث : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $A(0;0;1)$, $B(2;2;-1)$, $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$ والمستوي (P) المعروف بالتمثيل الوسيطى :

$$\alpha, \beta \text{ وسيطان حقيقيان } \begin{cases} x = 3\alpha + \beta + 1 \\ y = -2\alpha + 1 \\ z = \alpha + \beta + 4 \end{cases}$$

1. أدين أن النقط A, B, C تعين مستويا

بد تحقق أن الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم أكتب معادلة ديكارتية له.

2. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ثم بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

$$\begin{cases} x = t - 2 \\ y = 4t - 7 : t \in \mathbb{R} \\ z = 5t - 7 \end{cases}$$

جـ. أحسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC) والمسافة بين النقطة D والمستوي (P)

ثم استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ)

3. المستوي الذي يشمل النقطة D والعمودي على كل من المستويين (P) و (ABC)

أ. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (q)

بد بين أن المستويات الثلاثة (P) و (ABC) و (q) تتقاطع في نقطة واحدة H ثم عين إحداثيات H

جـ. أحسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ)

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$:

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول 2 cm .

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

2. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$ ، ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

4. أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

5. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$.

6. بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.

7. أرسم المنحنى (C_f) والمستقيمان (T) و (Δ) .

8. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$.

9. أ. بين أن الدالة $F_a : x \rightarrow (x+a) \ln(x+a) - x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x \rightarrow \ln(x+a)$

على المجال $]-a; +\infty[$.

بد أحسب بالسنتر مربع مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين $y = x + 1$ ، $x = 0$ ،

$x = 1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

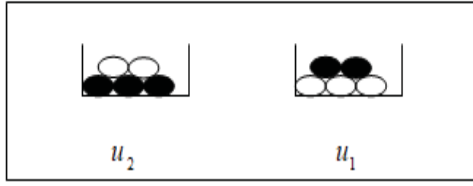
1. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير $p(z)$ ذات المتغير z حيث : $p(z) = z^3 - 6z^2 + 4z + 40$.
 - أ. عين العددين الحقيقيين a و b حيث : $p(z) = (z+2)(z^2 + az + b)$.
 - ب. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$.
2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
 - نعتبر النقط A, B و C ذات اللواحق : $Z_A = -2$, $Z_B = 4 + 2i$, $Z_C = 5 - i$.
 - أ. أكتب العدد المركب $L = \frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الجبري، وعلى الشكل الأسّي . ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
 - ب. أحسب قيمة العدد : $\left(\frac{L}{2}\right)^{2019} - i\left(\frac{L}{2}\right)^{1440}$.
 - ج. أوجد قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدد حقيقي موجب تماماً .
3. ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث :

$$Z' = -2iZ + 10i$$
 - أ. عين طبيعة التحويل f محددا عناصره المميزة .
 - ب. أكتب العبارة المركبة للدوران الذي مركزه B وزاويته $\theta = -\frac{\pi}{2}$.
 - ج. أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r .
4. بين أن النقط : A, B و D على استقامية، ثم استنتج أن التحويل f مركب من تحويلين يطلب تعيينهما .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2x+2}{x+3}$.
1. ادرس تغيرات الدالة f ، ثم بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; 1]$ فإن $f(x) \in [0; 1]$.
 2. نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = f(U_n)$.
 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ، مثلنا الدالة f بالمنحني (C) و المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ كما هو في الشكل (في الورقة المرفقة (1) تعاد مع ورقة الإجابة).
 أ. مثل على محور الفواصل الحدود U_0, U_1, U_2 ، دون حسابها مع إظهار خطوط التمثيل.
 ب. ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها؟
 3. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq U_n \leq 1$.
 ب. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n + 2)(1 - U_n)}{U_n + 3}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .
 ج. استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة . احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
 4. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$.
 أ. بين أن المتتالية (V_n) هندسية . يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
 ب. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام V_n ، واستنتج عبارة U_n بدلالة n . ثم احسب مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)



إناءان u_1 و u_2 حيث u_1 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرتان سوداوان و u_2 يحتوي على كرتان بيضاوان و ثلاث كرات سوداء .
نسحب كرتان دفعة واحدة من كل منهما
(علما أن الكرات متجانسة في اللمس) فنحصل بذلك على أربع كرات .

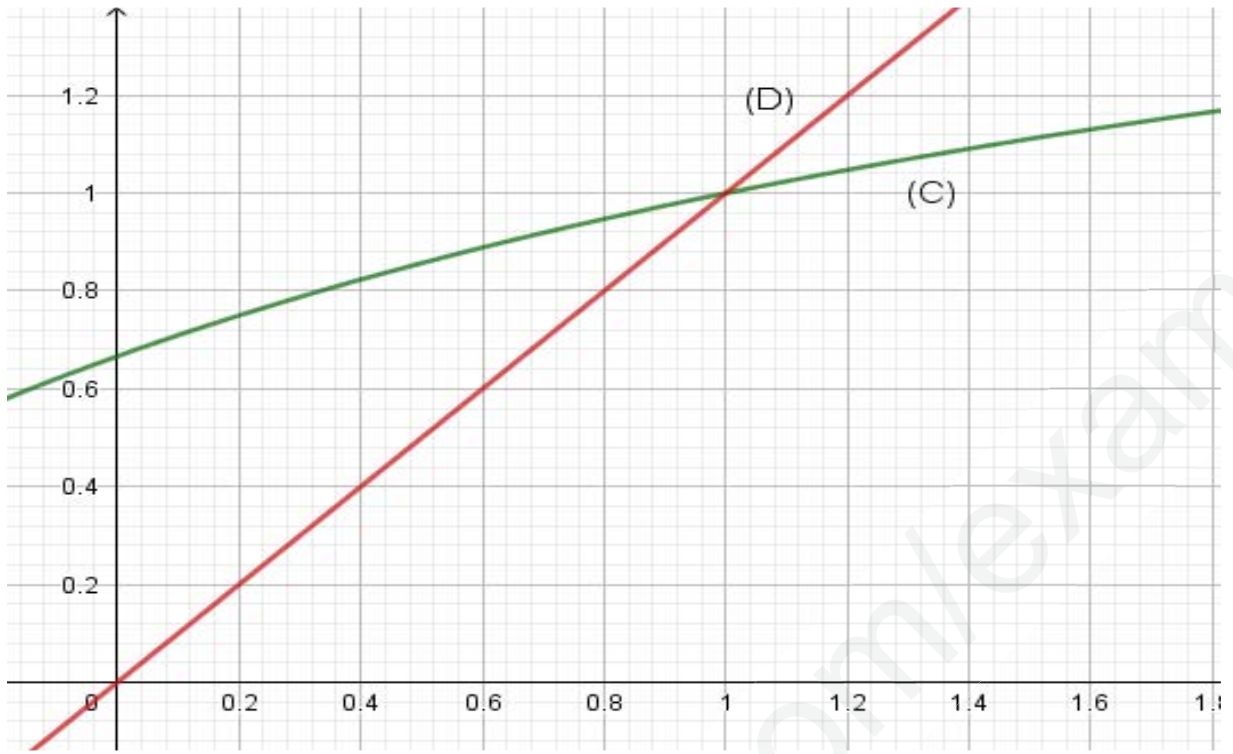
1. نهتم بعدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_1 وعدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_2 .
• بين أن احتمال سحب كرتين بيضاوين من الإناء u_1 هو $p_1 = 0,3$ ومن الإناء u_2 هو $p_2' = 0,1$.
• شكل الشجرة المثقلة المناسبة .
• برهن أن احتمال الحادثة E "ضمن الكرات المسحوبة يوجد بالضبط كرتان بيضاوان" هو: $0,46$.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليها .
أ- حدد قانون الاحتمال لـ X .
ب- اللاعب يدفع $2,50DA$ قبل إجراء السحب . ويكسب $1DA$ لكل كرة بيضاء مسحوبة . هل اللعبة مربحة له؟
3. احسب احتمال الحصول على كرة بيضاء فقط من الإناء u_2 علما أنه حصل على كرتين بيضاوين .

التمرين الرابع : (06.5 نقاط)

- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.
حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس
1. عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0; -3)$ مماسا معاملا توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x) = 0$.
 2. نضع $a = 1$ ، $b = 0$ ، $c = -3$.
أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
 3. أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .
 4. أرسم (T) و (C_f) .
 5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.
 6. أحسب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 3$.
 7. m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2 - 3 + me^x = 0$.

انتهى الموضوع الثاني

😊 اساتذة المادة يتمنون لكم النجاح في شهادة البكالوريا 😊

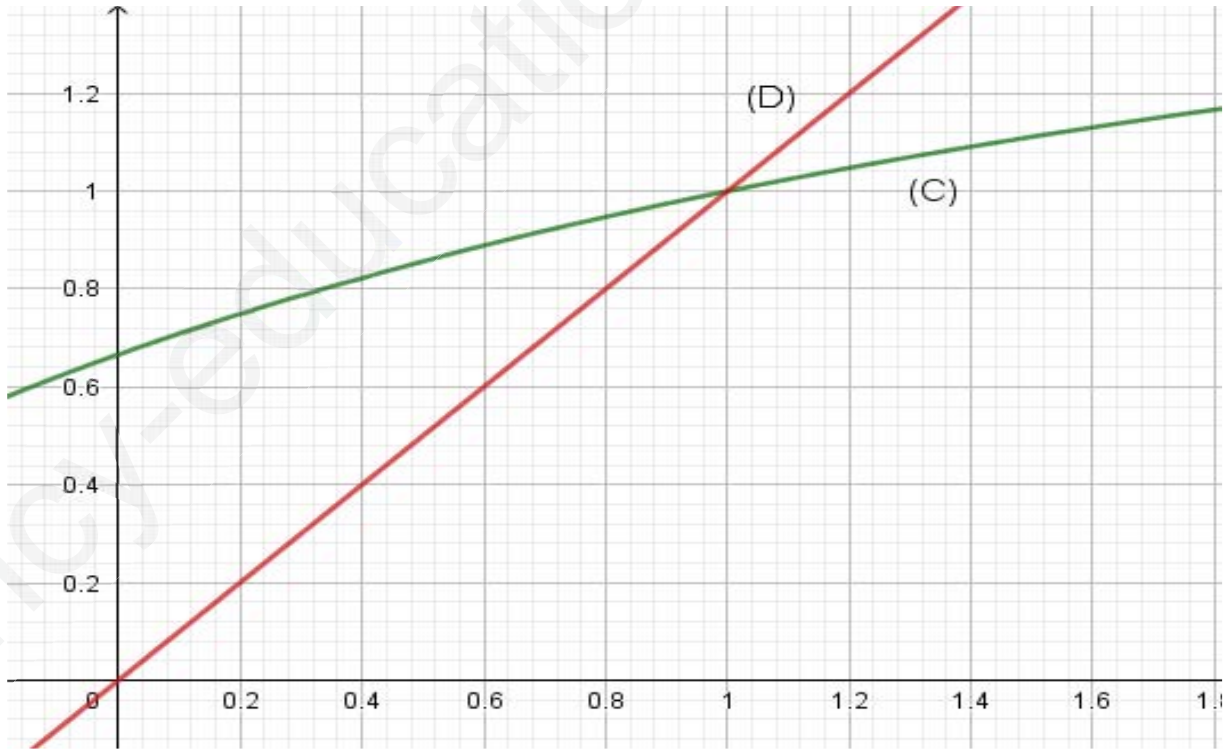


الورقة المرفقة (1) تعاد مع ورقة الإجابة

الإسم:

اللقب:

صفحة 5 من 5



الورقة المرفقة (1) تعاد مع ورقة الإجابة

الإسم:

اللقب: