

الموضوع الاولالتمرين الاول: (03 نقاط)

1. ليكن العددين الطبيعيان α ، β حيث $\alpha = m^2 + m$ ، $\beta = m + 2$ ، و m من $\mathbb{N}$

(أ) بين ان: $\text{pgcd}(\alpha; \beta) = \text{pgcd}(m; 2)$

(ب) استنتج القيم الممكنة لـ $\text{pgcd}(\alpha; \beta)$

2. a ، b عددين طبيعيين مكتوبان في النظام تعداد اساسه n (n عدد طبيعي ، $n \geq 6$) ، بحيث $a = \overline{2310}$ ، $b = \overline{252}$ ،

(أ) برهن ان : $2n+1$ يقسم a و b

(ب) بين انه اذا كان:

• n فردي فان $\text{pgcd}(a; b) = 2n+1$

• n زوجي فان $\text{pgcd}(a; b) = 4n+2$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

كيس يحتوي على 5 قريصات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 5 ، نسحب بطريقة عشوائية من هذا الكيس قريصتين على التوالي بدون ارجاع القريصة الاولى المسحوبة.

1. شكل شجرة الامكانيات لهذه التجربة العشوائية ، ثم استنتج عدد عناصر المجموعة الشاملة Ω .

2. احسب احتمال كل من الاحداث التالية:

- A : "حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما هو عدد زوجي".

- B : "حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما هو عدد اولي".

- C : "حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما اكبر تماما من العدد 7".

3. X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.

(أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

(ب) اوجد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(ج) احسب الامل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1. نعتبر النقط A ، B ، C حيث : $z_A = 2e^{i2\pi}$ ، $z_B = 1 - i$ ، $z_C = \overline{z_B}$

(أ) اوجد طوليلة العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ وعمدة له

(ب) استنتج بدقة طبيعة المثلث ABC .

2. ليكن r الدوران الذي مركزه A ويحول النقطة B الى النقطة C .

أ) عين زاوية الدوران r ، ثم اكتب العبارة المركبة للدوران r .

ب) اوجد z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r

3. (C) الدائرة التي قطرها $[BC]$.

أ) اوجد (C') صورة (C) بالدوران r .

ب) لتكن M نقطة من (C) لاحقتها z ، بحيث النقطة M تختلف عن النقطة C ، صورتها M' ذات اللاحقة z' بالدوران r .

• بين وجود عدد حقيقي θ يحقق : $z = 1 + e^{i\theta}$

• عبر عن z' بدلالة θ .

• بين أن $\frac{z' - z_C}{z - z_C}$ حقيقي، ثم استنتج أن النقط : C و M و M' علي استقامية

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي مزود بالمعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، $\|\vec{i}\| = 1cm$ ، $\|\vec{j}\| = 2cm$

I.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تحديد معادلة لكل واحد منهما.

3. أ) بين انه من اجل كل $0 < x \leq 1$ فان $2 - 2x\sqrt{x} - \ln x \geq 0$

ومن اجل كل $x \geq 1$ فان $2 - 2x\sqrt{x} - \ln x \leq 0$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. انشئ (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

II.

1. باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

2. λ عدد حقيقي، حيث $0 < \lambda < 1$ ، $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات

التالية: $x = \lambda$ ، $x = 1$ ، $y = -x + 1$

3. احسب نهاية $A(\lambda)$ لما يؤول λ إلى الصفر، أعط تفسيراً هندسياً لهذه النهاية.

III.

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول u_0 حيث: $u_0 \in [1; 2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$$u_{n+1} = 1 + \frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}}$$

1. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; 2]$ لدينا : $0 \leq \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq 1$

2. برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $u_n \in [1; 2]$

3. بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$ ، عين اتجاه تغير المتتالية (u_n)

4. برهن أن المتتالية (u_n) متتالية متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها

5. احسب بدقة قيمة l